1F－6

数学文章題の問題世界における事物の統合・分割の関係の分類

矢島　秀浩[1)]　安田　伸一[1)]　小西　達裕[1)]　伊東　幸宏[2)]　小原　啓義[1)]
[1)]早稲田大学　[2)]静岡大学

1　はじめに

問題解決システムが数学文章題を解く場合，その手順は，①与えられた問題文をシステムが知っている関係に整理し，②整理された問題世界から求める解に関する数量関係を抽出し，③得られた数量関係から解を求める，のようになると考えられる．このとき，①の問題世界の整理は，②を成功させるために大変重要である．なぜなら，①で整理された問題世界（事物や事物間の関係を表した世界）が，数量関係を抽出する上で十分な事柄や関係を表現・保持していないと，必要なときに必要な数量関係が取り出せないからである．本稿では，問題世界の整理における一つの問題点を指摘し，そのことから事物同士を統合・分割する「事物の組合せ関係」について考察する．

2　数学文章題を整理するために必要な関係

数学文章題に含まれる問題世界は，問題を解くために必要な数量関係を含んだ世界である．このような世界から必要な数量関係を取り出すためには，この数量関係の根拠となる関係を整理する必要がある．この数量関係を根拠となる関係をもとに分類すると，次の３つのタイプに整理される．

①個体の中で定義された属性間の関係
（個体とはある大きさを持つ実体及びその集合で，例えば，「質量100ｇの食塩水」など）
（例）個体：物体
　　式：物体の密度＝物体の質量÷物体の体積
②個体間に成り立つ静的な関係を根拠とする数量関係
（例）一方の個体の大きさが他方の２倍であるという関係
　　式：個体１の大きさ＝個体２の大きさ×２
③個体間に成り立つ動的な関係を根拠とする数量関係
（例）主体の位置が移動距離だけ変化する関係
　　式：主体の移動後の位置－移動距離＝主体の移動前の位置

従って，数学文章題を解くために整理しなければならないことは，次の３つの事柄である．

①個体と，それが持つ属性
②個体間の静的関係（例：所有関係，個体間の大小関係等）
③個体間の動的関係（例：個体の大きさを変化させる関係，新たな個体を発生させる関係等）

ここで，個体及び，個体間関係を総称して事物と呼ぶことにする．

数学文章題の問題世界は，通常，実世界であり，ここに含まれる事物は，一般に，より細かい複数の事物に分割することができる（例えば，食塩水は食塩と水に，往復するは行きの移動と帰りの移動に分割して考えることができる）．逆に，複数の事物が統合されて一つの事物となる場合もある（例えば，複数の生徒が統合されて学級になる，商品を買うと税金を払うが統合されて商品を買うと考えることができる）．我々は，このような実世界の事物を認識する際に，事物を適当なやり方で分割，もしくは統合していると考えられる．これは数学文章題における問題解決においても同様であり，問題解決状況に応じて，事物の統合や分割を自由に行える必要がある．なぜなら，問題解決に用いる知識において，事物がどの様に分割され，もしくは統合されて記述されるかは各知識によって異なるからである．

ここで，数学文章題の問題解決における事物の統合・分割について２つの実例を示す．例１は個体の統合・分割の例で，例２は関係の統合・分割の例となっている．

（例１）太郎が１個100円の林檎10個と１個20円の蜜柑30個を買った．
（例２）２つの管Ａ，Ｂで水槽に同時に水を入れる．

例１で「商品を買う」ときに太郎の払った代金を知るために数量関係を取り出すものとする．買うとは「買い手が商品を購入し，その商品の価格を売り手に払う」ということであるから，太郎の買った商品全体を一つの個体として認識し，その価格を求めなければならない．すなわち，例１を次のように考える．

①「１個100円の林檎10個と１個20円の蜜柑30個からなる商品がある」
②「太郎がその商品を買った」

ここで，全体としての商品個体の価格は部分個体の価格の総和であるから，その商品個体を構成する部分個体の各価格を調べる必要がある．商品全体は，例えば，「１個100円の林檎10個」という個体と「１個20円の蜜柑30個」という個体に分割できる．各部分個体の価格を調べると，各々価格属性の値が得られる．その各値から計算して，①の全体個体の価格を求めることができる．このように，個体については複数の個体をひとまとまりで取り扱ったり，その構成要素である個体を別々に取り扱ったりする必要がある．

次に例２について考察する．例２で「２つの管で水槽に水を入れる」ときに，ある時間的区間に増えた水槽の水の量を知るために数量関係を取り出すものとする．この場合，
①「管Ａで水槽に水を入れる」，かつ同じ時間的区間に
②「管Ｂで水槽に水を入れる」
のように，水槽の内容物に対して２つの変化関係が起こっている．このとき，ある時間的区間に増えた水槽の水の量を知るには，水槽に関する変化関係として，「ある時間的区間に水槽の内容物の量がある量だけ増える」という関係を検索しなければならない．すなわち，①・②の変化を統合した関係が認識される必要がある．ここで，①・②を統合した関係における変化量は，その部分の変化関係の変化量の総和であることから，同じ時間的区間内に水槽の内容物の量を変化させている関係が探される．すると，①・②が見つかるので，それらの変化関係における増加量を調べる．このように，変化関係においても複数の関係をまとめて扱ったり，部分的な関係を扱ったりする必要がある．

本稿ではこのような事物の分割や統合について，①どのようなタイプの分割・統合があって，②それを取り扱う知識表現としてどのようなものを用意すべきか，ということについて，数学文章題を題材に整理した．

3　事物の統合・分割のタイプの分類

上述のように，問題世界を整理するために，事物の統合・分割を扱わねばならない．以後，事物の統合・分割の関係を事物の組合せ関係と呼ぶことにする．この事物の組合

A Classification of Complex Relation among Objects or Events in Arithmetic Problems
Hidehiro YAJIMA[1]　Shin'ichi YASUDA[1]
Tatsuhiro Konishi[1]　Yukihiro ITOH[2]　Hiroyoshi OHARA[1]
[1]Waseda Univ.　[2]Shizuoka Univ.

せ関係は２つに分かれる．すなわち，(a)個体同士を統合したり個体を分割したりする「個体の組合せ関係」，(b)個体に関する変化関係（個体の属性値を変化させるもの）同士を統合したり逆に一つの変化関係を複数の変化関係に分割したりする「変化関係の組合せ関係」，の２つである．

２章の最初に述べた数量関係の３つのタイプと事物の組合せ関係を対比してみると，組合せ関係のタイプ(a)の枠組みで整理できるものは，数量関係を表すタイプ①・②の個体・静的な個体間の関係が組合せになっている場合，及び③のうちで個体が組合せになっている場合（例１）である．また，組合せ関係のタイプ(b)の枠組みで整理できるものは，タイプ③のうちで変化関係が組合せになっている場合（例２）である（但し，変化関係の組合せの場合に限る．他の種類の関係の組合せの場合は，組合せ関係のタイプ(a)の枠組みで整理できる）．

３．１　個体の組合せ関係

個体の組合せ関係を表すものとして，「合わせる」・「分ける」関係を定義する．個体の表現を図１に示す．個体の組合せ関係の分類にあたって，個体を３つのタイプの属性を持つものとして考える．

①個体自身の大きさを表す属性
（例）物体の質量，商品の価格，集合を表す個体の要素の個数等
②個体の性質を表すために定義される数値属性
（例）溶液の濃度，物体の密度，集合を表す個体の大きさの平均等
③①②以外の個体の性質を表す属性
（例）物の色，物の形，人の性，学生の学年等

図１のように個体はそれ自身の大きさを持つ．例えば，「１個100ｇの林檎10個」からなる個体を表すなら，図１(1)では，「重さ1000ｇ」，「個数10個」等の大きさ（ⓐ）を持つ個体として表す．図１(2)では，同じ個体を集合として表す場合で，重さ100ｇ（ⓒ）の個体10個（ⓑ）からなる個体で，その重さは1000ｇ（ⓐ）のように表される．

個体の組合せ関係の分類とその表現及び，成り立つ数量関係は表１に示される．

３．２　変化関係の組合せ関係

ここでは個体のある属性値を変化させる変化関係の組合せ関係について述べる．

変化関係間の関係を表すものとして，「合わせる」・「分ける」関係を定義する．変化関係の組合せ関係の分類とその表現及び，成り立つ数量関係は表２に示される．

４　まとめ

本稿では，数学文章題の問題世界を整理するのに困難であった「事物の組合せ関係」についてその必要性を示し分類を行った．

《参考文献》

[1]阿部，安田，鈴木，伊東，高木，小原：簡単な数学文章題を解くシステム，人口知能学会知識ベースシステム研究会，SIG-KBS-8801-5，PP.42-51(1988)
[2]辰見：中学数学１０００題，学生社

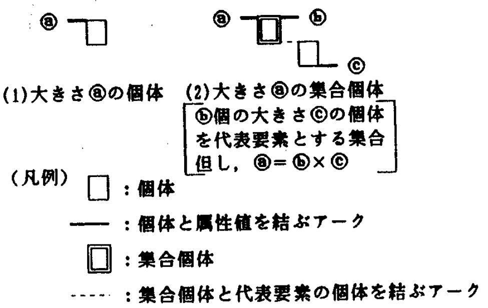

図１　個体のデータ構造（同じ個体の２通りの表し方）

表１　個体の組合せ関係と成り立つ数量関係
□：個体，○：複数の個体同士を合わせる関係，●：個体を分ける関係，
⊂：開いている側の個体は閉じてる側の個体を含む

	個体の組合せ関係と数量関係	例　題
合わせる関係	ある大きさをもつ複数の個体とそれらを合わせた個体との関係 Σ（合わせる個体の大きさ） ＝（合わせた個体の大きさ）	食塩水、水 →○→ 食塩水
	ある大きさをもつ個体を含む複数の個体とそれらを合わせた個体との関係 Σ（合わせる部分個体の大きさ） ＝（合わせた部分個体の大きさ）	食塩 ⊂ 食塩水、食塩 →○→ 食塩水 ⊃ 食塩
分ける関係	ある大きさをもつ個体とその個体をある性質で分けた複数の個体との関係 （分ける個体の大きさ） ＝Σ（分けた個体の大きさ）	黒と白の混ざったご石 →●→ 黒のご石、白のご石
	ある大きさをもつ個体とその個体をある属性の大きさで分けた複数の個体との関係 （分ける個体の大きさ） ＝Σ（分けた個体の大きさ）	４０個の蜜柑 →●→ ５個の蜜柑 要素数５の蜜柑集合 ７個の蜜柑

表２　変化事象の組合せ関係と成り立つ数量関係
◎：個体の値がある変化値だけ変化する関係，▽：変化事象を合わせる関係，
▲：変化事象を分ける関係

	変化事象の組合せ関係と数量関係	例　題
合わせる関係	個体の属性値を変化させる変化値（変化区間）をもつ複数の連続的変化事象とそれらを合わせた変化事象との関係 Σ（合わせる変化事象の変化値） ＝（合わせた変化事象の変化）	移動体の位置 t0 →◎(+5km)→◎(+3km)→ ↓ ▽ ↓ →◎(+8km)→ 移動体の位置 t1
	個体の属性値を変化させる変化値をもつ複数の同時並列的的な変化事象とそれらを合わせた変化事象との関係 Σ（合わせる変化事象の変化値） ＝（合わせた変化事象の変化値）	水槽の量 t0 →◎(+5ℓ)→、→◎(-3ℓ)→ ↓ ▽ ↓ →◎(+2ℓ)→ 水槽の量 t1
分ける関係	個体の属性値を変化させる変化値（変化区間）をもつ変化事象とそれを連続的に分けた複数の変化事象との関係 （ａ）分ける事象が予め定まっている場合 （ｂ）分ける事象が定まっていない場合 例：（ａ）ある区間を往復する （分ける変化事象の変化値） ＝Σ（分けた変化事象の変化値）	移動体の位置 t0 →◎(+5km)→◎(-3km)→ ↑ ▲ ↑ →◎(+2km)→ 移動体の位置 t1
	個体の属性値を変化させる変化値をもつ変化事象とそれを同時並列的に分けた複数の変化事象との関係 Σ（分ける変化事象の変化値） ＝（分けた変化事象の変化値）	水槽の量 t0 →◎(+5ℓ)→、→◎(-3ℓ)→ ↑ ▲ ↑ →◎(+2ℓ)→ 水槽の量 t1