

ニューラルネットワーク

1E-3

における雑音の効果

- パターンの想起率と外乱の関係

*山崎 智子 *大照 完 **橋本 周司

*早稲田大学理工学部 **東邦大学理学部

1. はじめに

ランダムパルス列を計算機変量とするストカスティックコンピュータ(S.C.)によってニューラルネットワークを構成すると、外力として白色雑音加わるためにその動作が確率的になる。本研究では、S.C.により構成した相互結合型のニューラルネットワーク⁽¹⁾にパターン想起をさせることによって、ネットワーク状態がエネルギー関数のローカルミナム(L.M.)に落ち込んで真のエネルギー最小値に到達できないという一般的な問題点を解決すると共に、L.M.からの脱出効果によってエネルギー関数の形状を得ることを目的とする。ここでは、確率過程論的に確率的ニューラルネットワークの動作を定量的に解析し、計算機実験との比較によりその妥当性を示す。

2. ニューラルネットワークのモデル

ニューラルネットワークは素子数UNの相互結合型とし、i素子の離散時刻tでの内部状態 $U_i(t) \in [-1, 1]$ 、出力 $Z_i(t) \in [-1, 1]$ は次式(2-1)の状態方程式で与える⁽²⁾。

$$\begin{aligned} U_i(t+1) &= (1/UN) \cdot \sum_j U_j(t) \cdot T_{ij} + n(t) \\ Z_i(t) &= f[U_i(t)] \end{aligned} \quad (2-1)$$

ここで、 T_{ij} はj素子からi素子への結合係数、 $f(x)$ は出力関数であり、ネットワークの内部状態は $U = [U_1(t), U_2(t), \dots, U_n(t)]$ 、出力は $Z = [Z_1(t), Z_2(t), \dots, Z_n(t)]$ となつて状態は非同期に変化する。 $n(t)$ は雑音で主として、平均0、振幅2Nの一様乱数⁽³⁾を用いた。パターン想起のため結合係数 T_{ij} をPN個のパターン $P_\mu = [P_{\mu 1}(t), \dots, P_{\mu n}(t)]$ ($\mu = 1, \dots, PN, P_{\mu i} \in [-1, 1]$)から式(2-2)で決定する。また、パターン間の類似度Qを式(2-3)で定義する。

$$T_{ij} = (1/PN) \cdot \sum_\mu P_{\mu i} \cdot P_{\mu j} \quad (2-2)$$

$$\begin{aligned} Q &= (1/PN C_2/UN) \cdot \sum_{\mu \neq \mu'} \sum_i \delta_{\mu \mu'} \\ \delta_{\mu \mu'} &= 1 \quad (\text{if } P_{\mu i} = P_{\mu' i}) \\ &= 0 \quad (\text{else}) \end{aligned} \quad (2-3)$$

3. 雑音の効果

雑音の効果を経験的に取り扱うために多数(IN個)の初期状態を用意し、各初期状態から式(2-1)に従って一定時間(CHT)状態を変化させた後に、ネットワークの状態が記憶したパターンと(パターンが複数の場合にはその複数パターンの何れかと)一致したかを調べ、一致した割合を想起率Per ($0 \leq \text{Per} \leq 1$)とする。なお、初期状態の各素子の内部状態 U_i は確率0.5で1または-1をとる(仮定3-1)。図3-1は、雑音幅Nと想起率Perとの関係を示す数値実験結果の典型例であり、UNでの記憶容量対してPNが過多でなければ、UN、PN、類似度Qに依存せずに以下の特徴がみられる($UN = 5 \sim 50, PN = 2 \sim 5$)。なお、この傾向は状態遷移行列⁽³⁾に基づいて理論的に計算した場合も同様であり、UN、PNが大きくなっても変わらない。

(3-a) 雑音 $n(t)$ を加えることによる想起率Perの向上

(3-b) 雑音幅Nの臨界値Ncの存在

(3-c) 雑音幅Nが臨界値Ncより大きくなった場合の想起率の減少曲線

但し(3-a)はPN=2でエネルギー関数が単純である場合について仮定3-1のもとではN=0で既にPer=0.5となる場合があることが数値計算及び実験で確認した。

また(3-b)は、仮定3-1及びパターン $P_{\mu i}$ が確率0.5で1または-1をとるといふ仮定(仮定3-2)のもとでは各素過程が式(2-1)に従うため、想起率Perは結合係数 T_{ij} の分散

Role of Noise for Neural Network - Associated Neuron Memory

$\sigma(T)$ に依存すると考えられる。数値実験による類似度 Q 、想起率 Per 、結合係数 T_{ij} の分散 $\sigma(T)$ の関係は図3-2、図3-3のように得られた。

(3-c)は、ある初期状態から記憶させたパターン P_μ を想起する確率 Pr_μ が、各 i 素子の内部状態が $P_{\mu i}$ と一致する確率 $Pr_{\mu i}$ によって式(3-1)で与えられ、発生確率が一樣な乱数の場合には確率 $Pr_{\mu i}$ は N^{-1} に比例するため式(3-2)が成立する。図3-4は数値実験の結果である。なお図3-4の縦軸は図3-1の $N \geq N_c$ における $(\log(Per)/\log(N))$ の傾きである。

$$Pr_\mu = \prod_i Pr_{\mu i} \quad (3-1)$$

$$Pr_\mu = \prod_i Pr_{\mu i} \propto (N^{-1})^{UN} \quad (3-2)$$

4. エネルギー関数の形状

一定時間(CHT)動作時におけるエネルギー変化量 $\Delta e(t)$ 、平均変化量 $\Delta \bar{e}$ を次式(4-1)で与える。

$$\begin{aligned} \Delta e(t) &= E(t) - E(t-1) \\ E(t) &= (-1/2) \cdot (1/UN/UN) \\ &\quad \cdot \sum_i \sum_j T_{ij} \cdot U_i(t) \cdot U_j(t) \\ \Delta \bar{e} &= (1/CHT) \cdot \sum_t |\Delta e(t)| \quad (4-1) \end{aligned}$$

この平均変化量 $\Delta \bar{e}$ と想起率 Per は例えば図3-1に示す関係があり、平均変化量 $\Delta \bar{e}$ が滑らかに変化するか、或いは急激に変化するか等の様相の違いは、記憶容量、類似度 Q に依存している。

5. おわりに

確率的動作をするS.C.でニューラルネットワークを構成することにより、状態のL.M.からの脱出効果が確認された。更に、エネルギー変化量を考察することによって、 UN 次元空間のため様相の分かりにくいエネルギー関数の形状、最小値の深さの定量的評価が期待される。

【参考文献】

- (1) 橋本周司、大照 完：確率的ニューロンネットワークとその動作解析：電子情報通信学会春季全国大会 SD-1-10(1989)
- (2) 甘利俊一：神経回路網の数理：産業図書(1988)
- (3) 山崎智子、相沢雅彦、大照 完、橋本周司：神経回路網における雑音の効果 - パターン記憶の想起率向上：情報処理学会第40回全国大会論文集、pp 101-102、(1990)

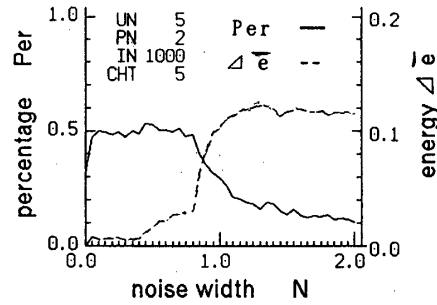


図3-1 雑音による想起率の向上とエネルギー変化

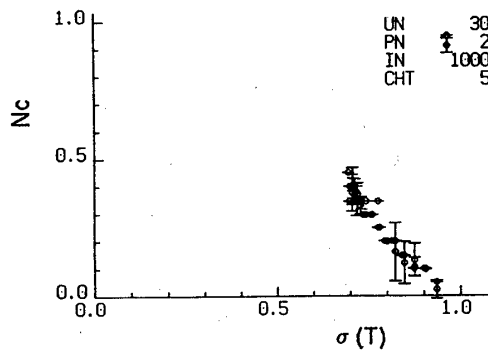


図3-2 結合係数の分散 $\sigma(T)$ と臨界値

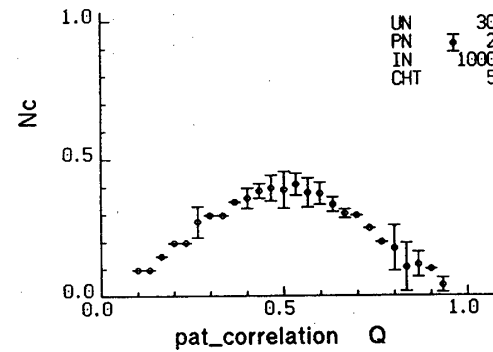


図3-3 類似度と臨界値

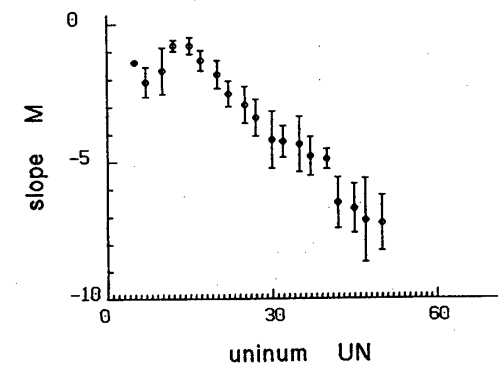


図3-4 素子数と減少曲線の対数傾き