

2D-2

# Zernikeモーメントを用いた 回転角推定法

吉田 俊之 塩山 忠義

京都工芸繊維大学

### 1. はじめに

画像計測によって物体の位置、運動パラメータを推定することは、産業分野において重要である<sup>1)</sup>。

画像面と平行な平面内で運動を行う図形の回転角は、回転前後の2画像の図形の特徴点または特徴線の対応関係、例えば図形の主軸方向の変動量から推定することができる。しかし、特徴点や特徴線は必ずしも存在するとは限らず、この方法に従えば図形の“ぶれ”のようなノイズが画像内に含まれている場合には誤差を生じ易い。そこで、本稿では回転変換に対して相対不変性を持つ Zernikeモーメントを用いて回転角を推定する、ノイズに対してより頑健な方法を提案する。

### 2. Zernikeモーメント

パターン関数  $f(x, y)$  の  $(p+q)$  次モーメントは次式で定義される。

$$m_{pq} = \langle x^p y^q, f(x, y) \rangle \quad (p, q \geq 0)$$

$$= \iint x^p y^q f(x, y) dx dy \quad (1)$$

重心  $((\bar{x}, \bar{y}) = (m_{10}/m_{00}, m_{01}/m_{00}))$  を用いて正規化 Centralモーメントは次式で表される。

$$\mu_{pq} = \langle (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q, f(x, y) / m_{00} \rangle \quad (2)$$

次に、単位円内 ( $x^2 + y^2 \leq 1$ ) で定義される次式の関数系を考える。

$$V_{nl}(x, y) = V_{nl}(r \sin \theta, r \cos \theta)$$

$$= R_{nl}(r) \exp(i \ell \theta) \quad (i = \sqrt{-1}) \quad (3)$$

$$R_{nl}(r) = \sum_{\substack{k=|l| \\ n-k=\text{even}}}^n B_{nl\ell k} r^k \quad (4)$$

但し、

$$B_{nl\ell k} = (-1)^{\frac{n-k}{2}} \times \frac{\left(\frac{n+k}{2}\right)!}{\left(\frac{n-k}{2}\right)! \left(\frac{k+|\ell|}{2}\right)! \left(\frac{k-|\ell|}{2}\right)!} \quad (5)$$

$V_{nl}$ ,  $R_{nl}$  は直交性を満たし、 $V_{nl}$  は Zernike多項式<sup>2)</sup> と呼ばれる。任意の関数は、単位円内でこの  $V_{nl}$  を用いて展開することができる。

$$f(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} A_{nl} V_{nl}(x, y) \quad (6)$$

但し、 $\ell$  は次の条件式を満たす整数値をとる。

$$n - |\ell| = \text{even}, \quad |\ell| \leq n \quad (7)$$

ここで  $A_{nl}$  は複素 Zernikeモーメントと呼ばれ、次式で定義される。(・は複素共役を表す。)

$$A_{nl} = \frac{n+1}{\pi} \iint dx dy f(x, y) [V_{nl}(r, \theta)]^*$$

$$= (A_{n, -\ell})^* \quad (8)$$

$f(x, y)$  が実数値関数であることから、式(6)を実数値化された Zernikeモーメントを用いて表現すると次式で表される。但し、 $\ell$  は式(7)を満たす非負の整数値の

みをとる。

$$f(x, y) = \sum_n \sum_{\ell} (C_{nl} \cos \ell \theta + S_{nl} \sin \ell \theta) \times R_{nl}(r) \quad (9)$$

ここで実数、及び複素 Zernikeモーメントの関係は次式で表されることがわかる。

$$C_{nl} = 2 \operatorname{Re}(A_{nl}), \quad S_{nl} = -2 \operatorname{Im}(A_{nl}), \quad (\ell > 0)$$

$$C_{n0} = A_{n0}, \quad S_{n0} = 0 \quad (10)$$

また、Zernikeモーメントと正規化 Centralモーメントの関係は次式で関係づけられる。

$$A_{nl} = \frac{n+1}{\pi} \sum_{\substack{k=|l| \\ n-k=\text{even}}}^n \sum_{j=0}^q \sum_{m=0}^{\ell} W^m \binom{q}{j} \binom{|l|}{m} B_{nl\ell k}$$

$$\times \mu_{k-2j-n, 2j+m} \quad (11)$$

但し、

$$W = \begin{cases} -i & \ell > 0 \\ i & \ell \leq 0 \end{cases}, \quad q = (k - |\ell|) / 2 \quad (12)$$

### 3. Zernikeモーメント法による回転角推定法

パターン関数  $f(x, y) = f(r, \theta)$  が、回転角  $\theta_0$  の変換を受けて  $f'(r, \theta)$  になったとすると次式の関係が成立する。

$$f'(r, \theta) = f(r, \theta - \theta_0) \quad (13)$$

$f(x, y)$  に対する Zernikeモーメントを  $A_{nl}$  とすると変換後の  $f'(r, \theta)$  に対する Zernikeモーメント  $A_{nl}'$  は式(8)より次式のように表されることがわかる。

$$A_{nl}' = A_{nl} \exp(-i \ell \theta_0) \quad (14)$$

従って変換後の  $(C_{nl}', S_{nl}')$  は式(10)の関係より次式のように表される。

$$C_{nl}' = C_{nl} \cos \ell \theta_0 - S_{nl} \sin \ell \theta_0$$

$$S_{nl}' = C_{nl} \sin \ell \theta_0 + S_{nl} \cos \ell \theta_0 \quad (15)$$

回転前後の画像に対して次数  $n$  が最大  $N_{\max}$  までのモーメント  $(C_{nl}, S_{nl}), (C_{nl}', S_{nl}')$  ( $n = \ell, \dots, N_{\max}$ ) が観測されたとき式(14)から推定される  $\theta_0$  の精度は画像の分解能、及び  $(n, \ell)$  に依存すると思われる。従って複数の  $(n, \ell)$  に対して得られた  $(C_{nl}, S_{nl}), (C_{nl}', S_{nl}')$  ( $n = \ell, \dots, N_{\max}$ ) から

$$C_{nl}' = C_{nl} \cos \ell \hat{\theta}_0 - S_{nl} \sin \ell \hat{\theta}_0$$

$$S_{nl}' = C_{nl} \sin \ell \hat{\theta}_0 + S_{nl} \cos \ell \hat{\theta}_0 \quad (16)$$

を満たす  $\hat{\theta}_0$  は次の評価関数  $\epsilon^2$  に関する最小二乗法によって推定することができる。

$$\epsilon^2 = \sum_{n=\ell}^{N_{\max}} [(C_{nl}' - C_{nl} \cos \ell \hat{\theta}_0 + S_{nl} \sin \ell \hat{\theta}_0)^2 + (S_{nl}' - C_{nl} \sin \ell \hat{\theta}_0 - S_{nl} \cos \ell \hat{\theta}_0)^2] \quad (17)$$

但し、 $x \equiv \cos \ell \hat{\theta}_0, y \equiv \sin \ell \hat{\theta}_0$  である。  $\partial \epsilon^2 / \partial x = 0$  とおくことによって次式を得る。

$$\hat{\theta}_0 = \frac{1}{\ell} \tan^{-1} \left[ \frac{\sum_{n=\ell}^{N_{\max}} (C_{nl} S_{nl}' - C_{nl}' S_{nl})}{\sum_{n=\ell}^{N_{\max}} (C_{nl} C_{nl}' - S_{nl}' S_{nl})} \right] \quad (18)$$

一方、2次元図形の主軸方向、すなわち主軸と  $x$  軸のなす角  $\phi$  は2次正規化 Centralモーメントを用いて次式

で表される<sup>3)</sup>。

$$\phi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}} \right) \quad (19)$$

従って図形の回転角  $\theta_0$  は、回転前後の図形の主軸方向  $\phi_1, \phi_2$  を求めることにより次式で推定される。

$$\hat{\theta}_0 = \phi_2 - \phi_1 \quad (20)$$

しかし、この主軸法では画像が含む誤差の影響を受け易いと考えられる。

#### 4. 実験

##### 4.1 実験方法

本実験では図1に示すような図形が互いに  $6^\circ$  ずつ異なる方向に向けた20枚の2値画像とこれらを角度  $\theta_0$  だけ回転させて得られる画像を回転前後の静止画像とした。この20組の画像について回転角を測定し測定値の平均二乗誤差を求めた。ノイズ付加に際しては図形のぶれを想定し、画像上で図形内の全ての点  $(x, y)$  に対して次式で与えられる点  $(x_{noisy}, y_{noisy})$  にノイズ点を加える、という方法によって回転前後でそれぞれ発生させた<sup>4)</sup>。

$$\begin{aligned} x_{noisy} &= x + |K| D \cos \alpha \\ y_{noisy} &= y + |K| D \sin \alpha \end{aligned} \quad (21)$$

但し、 $K, \alpha$  はそれぞれ標準正規分布  $N(0, 1)$ 、一様分布  $(0, 2\pi)$  に従う乱数であり、 $D$  はぶれの程度を変化させる正のパラメータである。 $D = 5.0$  でノイズ付加した画像を図2に示す。

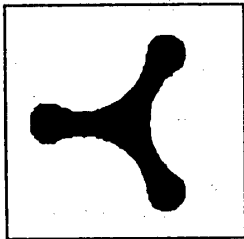


図1 用いた2値画像

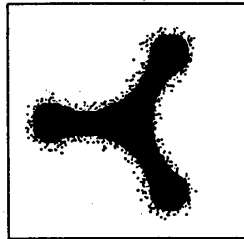


図2 ノイズ付加画像

##### 4.2 実験結果と考察

画像の一辺の画素数と誤差の関係を図3に示す。但し回転角の推定に関して式(18)におけるモーメントの  $l$  の値を2、最大次数  $N_{max}$  を10とした。画素数の増大とともに精度は向上するが200付近で精度は収束すると考えられるため以後の実験では画素数は240とした。

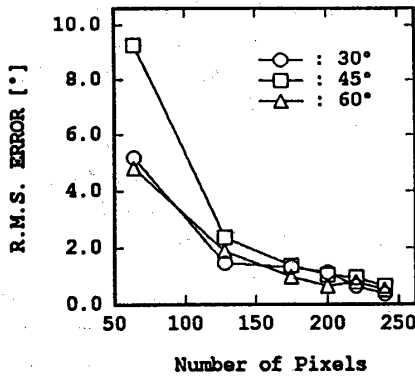


図3 一辺の画素数と誤差の関係

$l$  が2および3のモーメントについて式(18)で用いる最大次数  $N_{max}$  をそれぞれ  $l$  から20および19まで変化させたときの誤差を図4に示す。 $l = 3$  の場合、式(18)で用いるモーメントの個数には殆ど依存せず  $0.1^\circ$  以下の良い結果を与える。 $l = 2$  の場合、複数個のモーメントを用いることにより精度が改善されており18次以上まで用いると精度は収束する。6次と12次のモーメントを除外すればより低次で精度は収束すると考えられる。

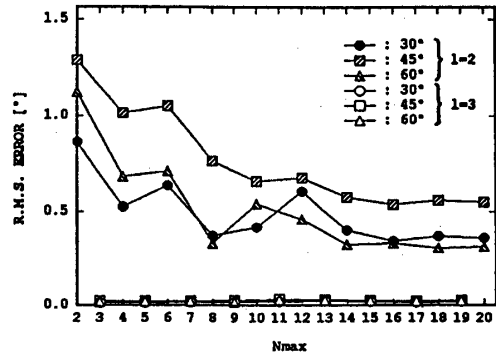


図4 使用最大次数  $N_{max}$  と誤差の関係

図5に画像にノイズが付加された場合の本方法(ZM)と主軸法(PA)での誤差への影響の比較を示す。 $N_{max}$  は  $l = 2, 3$  に対しそれぞれ8, 3とした。ノイズが付加された場合でも本方法は主軸法より誤差が小さく、特に  $l = 3$  の場合は頑健さにおいて優れていることがわかる。

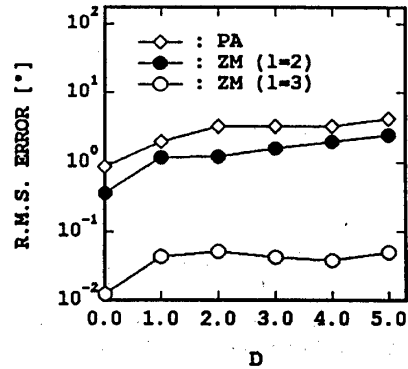


図5 ノイズ付加による誤差の影響 ( $\theta_0 = 30^\circ$ )

#### 5. おわりに

Zernike モーメントを用いた回転角推定法を提案し、実験によってそのノイズに対する頑健性を示した。本稿では推定を行うのにある次数まで全てのモーメントを用いる方式を採ったが、選択的に用いるようにすればより効率の良い推定が行えると思われる。

#### 参考文献

- 1) 稲田, 電子情報通信学会誌 Vol. 71, PP. 1213-1215, 1988.
- 2) C. H. Teh & R. T. Chin, IEEE PAMI-10, PP. 496-513, 1988.
- 3) M. R. Teague, J. Opt. Soc. Am, Vol. 70, PP. 920-930, 1980.
- 4) H. Shariat & K. E. Price, IEEE PAMI-12, PP. 417-434, 1990.