3B−5

システムの特徴記号列表現とその複雑性

柳沢隆夫　榎本　肇
芝浦工業大学　工業経営学科

1. はじめに

順序機械のミーリー形状態表現は、入出力を対にして考えると、有限状態オートマトンの形式に変換出来る。この論文は、そのような考えの上に立って、有限オートマトンの動作を、入力記号列受理特性により代表して表現する特徴記号列集合により定義し、さらに、この特徴分類木を用いて、それに含まれる木のノードを識別することにより、元のオートマトンを構成する方法についてその計算複雑性と共に一考察を加える。
ここで対象とされる有限状態オートマトンは、決定性オートマトンであり、最小状態で表現されているものとする。

2. 特徴分類木の定義

オートマトンの、初期状態から最終状態への受理あるいは不受理記号列からなる記号列集合は、オートマトンが最小状態で表現されている場合は、他のオートマトンと相異なる一意に定まるものが必ず存在する。
下記の手続きにより、オートマトンを一意に表現する記号列集合が導出されることを述べる。

2．1．状態分類手続き

オートマトンの状態推移を調べることを目的とする。初期状態から始めて、記号（1 or 0）を辞書式順に入力し、一度推移が調べられたら、その状態は除くことと初期状態からの辞書式順という条件で、推移系列に従って、そのオートマトンの総ての規則が網羅されるまで、各状態へ記号を順次入力し続けることにより構成される（この手続きは、木を形成する。この木を状態分類木と名づける。）

この手続きによって、計算量を次ぎに評価する。
各状態の推移先を調べる操作は、推移のラベリング操作で行われる。オートマトンの状態数をnとし、隣接マトリックスにそれが表現されていると考えると、各行を調べるので、n^2の操作が必要となる。計算量は、$O(n^2)$である。オートマトンが隣接リストである表現されている場合は、規則をeで表すと、eの操作が必要となり、計算量は、$O(e)$である。
木を構成する操作は、上記の推移先のノード数（推移を止めたものも、新たにノードを設ける）が高々2nとなり、隣接マトリックスに表現すると（n×2n）の大きさになるため、操作量は高々$2n^2$で、計算量は、$O(n^2)$である。隣接リストの場合、$O(e)$である。

この手続きは、既に推移が調べられた状態に対して、以後の入力特性を欠落させている。この特性をその状態からの記号列受理特性により表現するものが、次ぎの状態識別手続きである。

2．2．状態識別手続き

状態相互間を識別する固有入力系列を抽出することを目的とする。

Caracteristic string set and its complexity
Takao Yanagisawa、Hajime Enomoto
Shibaura Institute of Technology

オートマトンの各状態の受理特性は、試される状態集合に（最初はそのオートマトンの総ての状態からなる）系統だった方法で入力を試み、受理されるものと、受理されないものがあるのを見いだしたら、未だ経験していない記号列を入力して同様に行い、これを続けて、総ての分離集合が単一の元となった所で、終了することにより得られる。
しかし、この方法で、分離可能な記号列を見い出すために、c^nの計算量を必要とする。即ち、入力記号を短い順を優先させ、辞書式順に入力した場合、例えばn列で分離されるのを見い出したとしたら、試される状態数（n）×入力記号数（2個）×記号列の数（2^n）、の入力テストが必要となる。
この方法の効率性を高めるために、考えられる方法として、各状態からのあらゆる受理記号列を求め、（最終状態へのあらゆるパスを求めることにより、導出される）この受理記号列集合を相互に比較することにより、状態分離に用いる記号列を導出することで、無駄な分離テストを省略するのが挙げられる。

下記に述べる分離記号列の導出法は、以上のような考えの上に立って、さらに、最終状態への最短パスの長さが、他の状態と比べ短い状態は、他の状態とそのパスの記号列により分離され、他の状態間との受理記号列比較を省略出来るという考え、並びに、同じ長さのパスの状態識別に、それより短いものの識別状態を利用する考えを導入して、効率性を高めるものである。

2．3．状態識別記号列の導出法

以下のアルゴリズムは、識別記号列をもとめている。

ステップ・1；パスの長さによる識別法
　最終状態より、規則を逆向きにしながら、各状態の最短パスを長さnまで求め、パスの長さの異なる状態間の分離記号列を求める。

ステップ・2；最終状態へのパス特性による識別法
　分離された各々の状態集合について、（長さの短いものから順に）、もし2個以上の元をもつものがあったら、その状態より短いパスへの連結性により分離性を調べ、もし、単一の状態になるまでの分離が不能である場合は、このパス集合を除外した上で、この状態についてステップ・1を行って、同様に続ける。

状態識別手続きに於いて、導出される各状態の記号列集合は、記号・0、1で構成されているので、それぞれ木で表現することが出来る。状態分類手続きで導出された木（状態分類木と名付ける）に於いて、以後の状態の推移が欠落している状態に対応するノードに、状態識別手続きでの木（状態識別分類木）を連結させてやることにより、そのオートマトンを表現する特徴分類木が形成される。この木の根から葉までの経路を辿ることによりオートマトンを表現する特徴記号列集合が得られる。
以上のような方針の手続きについて計算量を次ぎに考察する。
ステップ・1の、各々の状態の、最終状態からの推移最短距離は、最終状態より始めて、逆向きに1回の推移の度に節に長さのラベルを付けて行く操作で行われる。オ

ートマトンが隣接マトリックスで表現されていると、推移の初期状態の発見、推移先へのラベル付けの操作が必要となり、計算量は、Ｏ（n^2）。ステップ・２の、各々状態から最終状態までの、パス解析をするのに、隣接マトリックスの場合は、Ｏ（n^4）で、総ての状態分離集合について加算すると、Ｏ（n^5）となる。
以上、全体の計算量は、オーダーが１番高いものに依存して、Ｏ（n^5）である。
特徴分類木の構成については、システムの構成アルゴリズムに含まれるので、後述する。

３．特徴分類木のノード識別法によるシステム構成法。

特徴分類木のノードは状態を無名に表現されているので、それに具体的な状態名を付して状態間の区別を行うことによってシステム構成を行う。
特徴記号列集合より元のオートマトンを、下記に述べるＢｏｔｔｏｍ　ｕｐ法で構成する。
特徴記号列集合は、０と１の記号で構成されており、これにより、木を構成しうることは、容易に理解出来る。
この構成された木（入力記号分類木と名付ける）の節が、元のオートマトンのどの状態に対応しているかが判明されれば、元のオートマトンは構成されたことになる。
下記に述べる入力記号分類木のノードの識別法は、状態分類木の各々の状態は、状態識別分類木の各々の状態の受理特性を満足しているという性質と、デコーディングを考慮したチェック・コードを特徴記号列集合に含ませるという考えを導入して、元のオートマトンを構成する
チェック・コードとは、状態識別手続きに於いて、分離記号列集合に、０と１の両方が含まれて居ないときは、それを補うものである。このことにより、状態識別分類木の根の１つ下位の節に、受理・不受理のマークを付けることが出来る。

３．１．オートマトンの構成法。

ステップ・１；状態識別分類木の根の検出法
　入力記号分類木を根よりトラバースして、状態識別分類木の根（チェック・マークの上位に在る）を見い出す。
ステップ・２；状態識別分類木の導出
　状態識別分類木の根の受理特性を、その下位の部分木より求め、識別分類する。
ステップ・３；状態分類木の導出
　ステップ・２の受理特性により、状態分類木のノードを識別分類する。ステップ・２の受理特性を満足しないノードが含まれていた場合は、さらに、状態分類木の受理特性により、そのノードの識別分類を行う。

以上のような方針の手続きについて、計算量を次ぎに考察する。
状態識別記号列から、状態識別分類木が構成されるのでこの記号列の最大の長さはｎであるので、この分類木の深さは、高々ｎである。又、長さｎ以下の記号列、ｎ個以下で記号列受理特性により識別可能であるので、状態識別分類木のノードの数はn^2以下である。状態識別分類木は、状態分類記号列に高々ｎ個連結されるので、状態分類木の２ｎと併せて、特徴分類木のノードの個数はn^3と算定される。
木をトラバースするのに、隣接マトリックスを用いるとノード数の２乗の操作が必要になるので、計算量は、Ｏ（n^6）となる。
入力記号列分類木をトラバースして、状態識別分類木の受理特性は求められる。状態識別分類木相互の比較にラベリング法を用いると、上記に従って、n^2回以下になる、１回の計算量はＯ（n^3）であるので、分類木の状態識別は、Ｏ（n^5）である。ようにｎ^{2}以下なる。
状態分類木の総てのノードの識別法にラベリング法を用いると、計算量は、Ｏ（n^5）である。
このアルゴリズム全体の計算量は、Ｏ（n^6）である。

４．おわりに。

以上のように、特徴記号列集合から元のオートマトンの導出が、多項式時間で行えることが、明らかにされた
この論文は、システムの故障診断への応用を念頭に入れている。故障システムの出力を操作して、特徴分類木を得る方法に、未だ問題を残しているが、故障箇所が少ない場合に応用性を考えて、問題をより限定した場合について、今後、研究を進めて行きたい。
システム構成法としては、この論文の、Ｂｏｔｔｏｍ　ｕｐ法の外に、Ｔｏｐｄｏｗｎ法によって、入力記号列を満足する総てのシステムを構成する、有力な方法がある。しかし、その性質から計算の複雑性が非常に大きいという問題がある。

有限状態オートマトン
　↓　１．状態分類手続き
　↓　２．状態識別記号列の導出法
特徴分類木
　↓　１．特徴分類木のトラバース
特徴記号列集合

図・１．システムの記号列表現

入力記号列集合
　↓　０、１記号列集合の木表現
入力記号分類木
　↓　整合関係チェック
ラベル無し特徴分類木
　↓　ノード識別法によるシステム構成法
ラベル付き特徴分類木

図・２．システムの同定

５．参考文献
（１）．柳沢隆夫・榎本　肇・他３名，システムの特徴記号列集合とその分類木，情報処理学会第４０回全国大会，５Ｋ−６．
（２）．柳沢隆夫・榎本　肇・他３名，特徴分類木の操作によるシステム構成，情報処理学会第４０回全国大会，５Ｋ−６．
（３）．榎本　肇・富田悦次，代表記号列集合による決定性オートマトンの適応的修正法，信学論，１９７７．
（４）．榎本　肇・富田悦次，決定性有限オートマトンの代表記号列集合，信学論，１９７６．
（５）．Ｌ．Ｇ．Ｖａｌｉａｎｔ，Ａ　Ｔｈｅｏｒｙ　ｏｆ　Ｔｈｅ　Ｌｅａｎａｂｌｅ，ＡＣＭ，１９８４．
（６）．Ａｎｇｌｕｉｎ．Ｄ，Ｌｅａｎｉｎｇ　Ｒｅｇｕｌａｒ　Ｓｅｔｓ　Ｆｒｏｍ　Ｑｕｅｒｉｅｓ　ａｎｄ　Ｃｏｕｎｔｅｒｅｘａｍｐｌｅ，ＩＮＦＯＭＡＴＩＯＮ　ＡＮＤ　ＣＯＭＰＵＴＡＴＩＯＮ，１９８７．