

1L-1 生命体モデル構築に関する基礎研究

- 波動場に於ける結合の記述 -

横井浩史, 嘉数侑昇,
北海道大学 工学部

1. はじめに

従来, 生命体の特異的な構造・状態を積極的に維持する能力を有するところに注目して生命体の機能を数理モデルで表現することを試みてきた³⁾. それらは, 要素同士の相互作用が不特定要素間に作用するモデルのみを対象としていた. しかし, 現実には特定要素同士の結合及び結合の切断という操作が必要となるケースが多い. この様な問題定義の下にここでは問題向きにこれまで示してきた数理モデルを拡張することを試みる.

2. 環境の設定

ここでは単機能要素(以降これをプリミティブと称する)とそれらを取り巻く環境との関係は抽象的に表すことができる. いま, 環境をE, システムをS, プリミティブ群を組織体Org, 相互作用をI, 結合をC, 活動をPと記せば, それぞれの包含関係は,

$$\begin{aligned} E \supseteq S \supseteq \text{Org} \supseteq S, \\ I \supseteq C, \\ I \supseteq P, \end{aligned} \quad \dots(1)$$

となる. この包含関係を基にすると, これらの集合は写像F, Fo, Fsによって, それぞれ次のように表わせる.

$$\begin{aligned} E(S(S, \text{Org}, P), \text{Org}(P), P) \\ = F(E(S(S, \text{Org}, P), \text{Org}(P), P)), \\ \text{Org} = F_0(P, I, C), \\ S = F_s(\text{Org}, P), \end{aligned} \quad \dots(2)$$

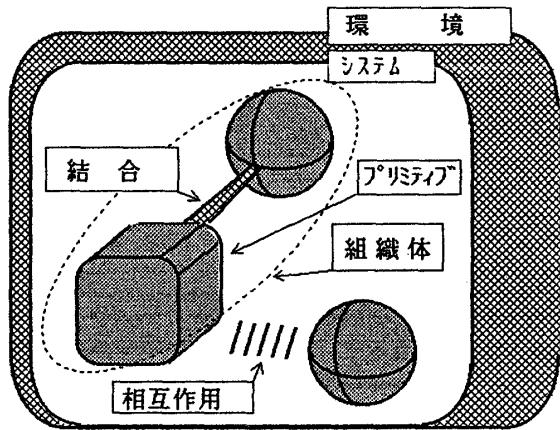


図1. 環境とプリミティブ

3. 相互作用の数理モデル(状態方程式)

これまで, プリミティブ間のポテンシャル場に於ける相互作用について問題向き数理モデルを開発してきた^{3), 4), 5)}. この数理モデルではプリミティブ間に働く相互作用力がプリミティブの重心と向きに対して影響する場合を取り扱っていて, そこでは, プリミティブの集合体を個体, または組織体としてきた. 対象とする波動場は, 各プリミティブの張る三次元のポテンシャル場からなり, 各プリミティブは, この様

に設定された様式, すなわち, 式(3)-(11)にしたがって情報を受け取ることができて,

$$H(\mathbf{r}) = \sum_i \sum_j h_{ij} \psi_{ij} + \sum_i \sum_j w_{ij} \chi_{ij}, \quad \dots(3)$$

(3)式で, Hは場の環境変数, h_{ij} はプリミティブ支配関数. \mathbf{r} は位置ベクトル, w_{ij} はプリミティブの場に対して出力する波動, ψ_{ij}, χ_{ij} は情報交換軸である.

$$F_j(\mathbf{r}_{ij}) = \frac{d}{d\mathbf{r}} \left\{ \frac{q_{ij}}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(\mathbf{r}_{ij}) \psi_{ij} d\phi \right\}, \quad \dots(4)$$

$$m_{ij} \frac{d^2 \mathbf{r}_{ij}}{dt^2} + c_{ij} \frac{d\mathbf{r}_{ij}}{dt} + \sum_j (-1)^j F_j(\mathbf{r}_{ij}) = 0, \quad \dots(5)$$

(4)式で, m_{ij} はプリミティブの質量, c_{ij} は摩擦係数.

$$M_{ij} = n_{ij} \times n_{ij} \times \sum_j \{ F_j(\mathbf{r}_{ij} - n_{ij}) + F_j(\mathbf{r}_{ij} + n_{ij}) \}, \quad \dots(6)$$

$$I_{ij} \frac{d^2 \mathbf{n}_{ij}}{dt^2} + M_{ij} = 0, \quad \dots(7)$$

(6)式で M_{ij} はプリミティブに作用する回転モーメント, n_{ij} はプリミティブの方向ベクトル, I_{ij} は慣性モーメントである. 次に, 各プリミティブに作用するエネルギーは(8)式で表現する.

$$E_{ij} = \xi \left(\frac{q_{ij}}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(\mathbf{r}_{ij}) \psi_k d\phi + \gamma \right) + \delta, \quad \dots(8)$$

ここで, $\frac{q_{ij}}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(\mathbf{r}_{ij}) \psi_k d\phi$ はi番目のプリミティブ

の近傍に於ける ψ_k に関する歪エネルギーであり,

$$\xi^{-1}(E_{ij}) = a E_{ij}^3 + b E_{ij}^2 + c E_{ij} + d \tan E_{ij}, \quad \dots(9)$$

(9)式に於ける, $\gamma, \delta, a, b, c, d$ を適当に指定することによって, 相互作用軸の変化規則を規定できることになる. プリミティブ間の情報交換軸 ψ_{ij}, χ_{ij} については(10), (11)式の波動方程式で定義している.

$$\frac{\kappa}{2} \frac{d^2 \zeta}{d\phi^2} + E_{ij} \zeta = 0, \quad (\zeta = \psi_{ij} \text{ or } \chi_{ij}), \quad \dots(10)$$

$$\psi_{ij}(\phi) = 0, \quad (|\phi| = a_{ij} \text{ or } b_{ij}), \quad \dots(11)$$

4. プリミティブの支配関数

プリミティブ支配関数の標準型は次のように設定できる.

$$h_{ij}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^r \frac{(-1)^n B_{ijn}(\mathbf{n}_{ij}, \mathbf{r}_{ij}) q_{ijn}}{\alpha_n + (\mathbf{r}_{ij} - \mathbf{r})^{2n} / k_{ij}}, \quad \dots(12)$$

$$k_{ij} = k_{ij}^0 + \frac{k_i}{2\pi} \left| \frac{d}{dt} \int_{-\pi}^{\pi} H \chi_{ij} d\phi \right|, \quad \dots(13)$$

$$W_{ij} = w \frac{|\mathbf{r}_{ij} - \mathbf{r}|}{\cos(\omega_{ij} |\mathbf{r}_{ij} - \mathbf{r}| - kt)}, \quad \dots(14)$$

ここで, $q_{ijn} = (q_{i1n}, q_{i2n}, \dots, q_{ijn})$: 相互作用の強さを決定する定数, k_{ij}^0 : k_{ij} の基準値, w : 減衰定数, ω : 空間振動数, k : 波数, α_n, γ, n, k_i : 初期設定時の定数, 影響係数 $B_{ijn}(\mathbf{n}_{ij}, \mathbf{r}_{ij})$ とする.

A study on bionic modeling. - Discription of connection on vibrating field.

Hiroshi Yokoi, Yukinori Kakazu

Department of engineering Hokkaidow University

問題へのアプローチのために、改めてプリミティブの支配関数 h_{ij} を次のように拡張してみる。

$$h_{ij} = a + b + c + d,$$

$$a = \sum_n \frac{(-1)^n B_{ijn}(n_{ij}, r_{ij}) q_i}{\alpha_n + (r - r_{ij})^{2n} / k_{ij}},$$

$$b = \beta_1 / k_{ij} - K_i (r_{ij} - \beta_2)^2,$$

$$c = \frac{S_i / k_{ij}}{\gamma + (r - r_{ij})^2},$$

$$d = \frac{m_i}{\delta + (r - r_{ij})^2}, \quad \dots(15)$$

また、(15)式の定数係数をまとめて(16)式で定義する。

$$q_i = (q_{1i}, 0, 0, 0, 0),$$

$$K_i = (0, q_{2i}, 0, 0, 0),$$

$$S_i = (0, 0, q_{3i}, q_{4i}, 0),$$

$$m_i = (0, 0, 0, 0, q_{5i}),$$

$$Q_i \equiv (q_{1i}, q_{2i}, q_{3i}, q_{4i}, q_{5i}), \quad \dots(16)$$

ここで、 $\alpha_n, \beta_1, \beta_2, \gamma, \delta$ は、初期設定時の定数である。

5. 結合の機能 (相互拘束)

結合の機能のために、結合の媒体となる π -プリミティブと、この π -プリミティブによって結合される μ -プリミティブの2つの種類のプリミティブを考える。すなわち、 μ -プリミティブは、(15),(16)式で、

$$B_{ijn} = \text{const}, Q_i \equiv (q_{1i}, q_{2i}, 0, 0, 0), \quad \dots(17)$$

π -プリミティブは、(15),(16)式で、

$$B_{ijn} = \text{const},$$

$$Q_i \equiv (q_{1i}, q_{2i}, q_{3i}, q_{4i}, q_{5i}), \quad \dots(18)$$

とセットしている。この様に想定することによって、 μ -プリミティブと π -プリミティブが互いに拘束し合う機能が表現できる (図2)。

a) プリミティブの結合の様式

ここで、新たに π -プリミティブのパラメータに制約条件を入れる。

$$q_{3i} = -q_{4i}, \quad \dots(19)$$

いま、XとYの2つの π -プリミティブ同士の相互作用を想定し、(15)式のc項の演算で(16)式の S_i を、Xでは、 S_x として、Yでは、 S_y とすると、XとYの間にはたらく相互作用力 F_π は

$$F_\pi = \frac{S_x \cdot S_y / k_{ij}}{\gamma + (r - r_{ij})^2}, \quad \dots(20)$$

なので、(4-22)式の制約条件より、

$$S_x \cdot S_y = q_{3x} q_{3y} + q_{4x} q_{4y} = 2 q_{3x} q_{3y}, \quad \dots(21)$$

となる。ここで、相互作用の様式は、 $S_x \cdot S_y < 0$ で互いに拘束しあい、 $S_x \cdot S_y > 0$ で互いに反発しあう。

そこで、 q_{3i} の符号によって π -プリミティブを

$$q_{3i} > 0 \text{ ならば、} \pi_+$$

$$q_{3i} < 0 \text{ ならば、} \pi_-$$

と呼び分け、この π_+ と π_- を用いて結合を表現する。

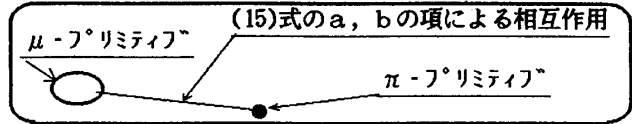


図2. μ -プリミティブと π -プリミティブ

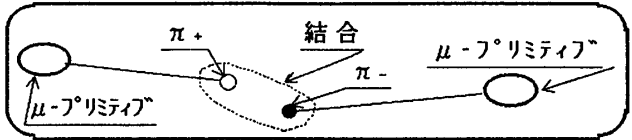


図3. プリミティブ間の結合

b) 結合切断の機能

プリミティブ間の結合力は歪振動の強弱に依存していたので、作用素の発生する歪振動の減衰係数を、

$$W_{ij} = \frac{w}{\psi + (r - r_{ij})^{12} / k_{ij}},$$

$$k_{ij} = k_{ij}^0 + \sum \phi H \chi_{kd\phi}, \quad \dots(30)$$

とすることで、特定の振動モードを持った結合切断の能力を表現する。

6. 計算機実験・結果

これらのモデルを基に、 π_x -プリミティブについて $\pi_{x+}, \pi_{x-}, \pi_{y+}, \pi_{y-}$ の4つのプリミティブを用いて、結合と結合切断の状態を計算機実験を示す。図4では、縦軸に π_{x+} からの距離、横軸に時間をとって各プリミティブの挙動をグラフで示す。

図より、(a)(b)区間では、 π_{x+} と π_{x-}, π_{y+} と π_{y-} が相互に拘束し合いながら結合しているのが分かる。(b)(d)区間では(30)式の機能を導入することによって結合切断の機能が実現できている。(d)(e)区間では、 π_{x-} と π_{y+}, π_{x+} と π_{y-} がそれぞれ結合していることが分かる。

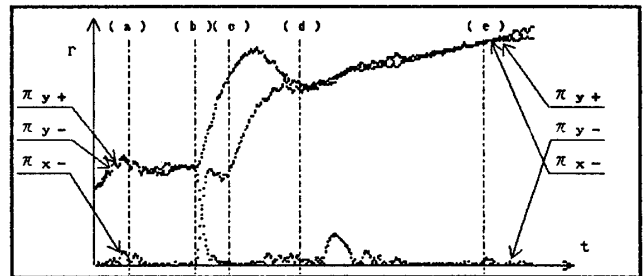


図4. π_{x+} から他の π -プリミティブへの距離

7. まとめ

プリミティブの支配関数を拡張することによってプリミティブ間の相互作用の中に結合の機能を取り入れることができた。また、相互作用の数理モデルに於て、2, 3の簡単な場合について計算機実験を行なうことで、結合と結合切断の機能表現が可能であることを確かめた。

8. 参考文献

- 1) 藤本博, 山辺信一, 稲垣都士: 有機反応と軌道概念, 化学同人(1986).
- 2) 小出昭一郎: 量子力学 (I), 裳華房, (1969).
- 3) 横井浩史, 嘉数侑昇: 生命体モデル構築に関する基礎研究(高エネルギー場に於ける粒子群の挙動シミュレーション), 昭和63年電気関係学会北海道支部連合大会 P.293
- 4) 横井浩史, 嘉数侑昇: 生命体モデル構築に関する基礎研究(個体群の相互作用による分裂シミュレーション), 電気情報通信学会1989年秋期全国大会, 6-1
- 5) 横井浩史, 嘉数侑昇: 生体の環境適応モデル構築に関する基礎研究 情報処理学会, 1989年秋期全国大会