パターンの類似性判断に関する変換群構造説

天野 要[†1]　岡野 大[†1]　緒方秀教[†1]
芝田安裕[†1]　小西敏雄[†2]　福士顥士[†3]
濱田治良[†4]　今井四郎[†5]

心理学の分野で，類似性判断や良さ判断のようなパターンに関する異質な認知判断を統一的に説明しようとする学説に変換構造説がある．変換構造説によれば，認知系は提示されたパターンに対していくつかの変換（認知的変換）を施し，そこで示される相互変換可能性または不変性によってその構造（変換構造）を認知し，この変換構造に基づいて認知判断を行う．この論文では，白黒の楕円を横に並べた 1 次元楕円パターン（線形 2 値パターン）を対象に，変換群を認知的変換の単位として，変換群構造説を構成し，その妥当性を実験的に検証する．具体的には，恒等変換群，鏡映変換群，位相変換群，反転変換群という 4 種の認知的変換群による相互変換可能性によってパターン対の変換群構造を定義し，拡張された順序整合性の仮説と順序保存の仮説で類似度の順序関係を予測する．最終的な順序関係はハッセ図で表現される．実験と検定の結果はこのモデルの妥当性を支持している．

Transformational Group Structure Theory on Similarity Judgments of Patterns

Kaname Amano,[†1] Dai Okano,[†1] Hidenori Ogata,[†1]
Yasuhiro Shibata,[†1] Toshio Konishi,[†2] Kohji Fukushi,[†3]
Jiro Hamada[†4] and Shiro Imai[†5]

The transformational structure theory systematically explains how different types of cognitive judgments of patterns such as similarity and goodness are performed, and predicts their ordinal relations by the concepts of cognitive tranformations and transformational structures. In this paper we propose a mathematical model of similarity judgments of linear binary patterns based on the transformation groups. Transformational group structures of pattern pairs are first defined by the four cognitive transformation groups, i.e., the identity, mirror-image, phase and reversal transformation groups, and then their orders of similarity are predicted by the structures. The final results are expressed by a Hasse diagram. Typical experiments and tests show the validity of the model.

1. はじめに

パターン認知は情報心理学の興味ある研究課題である[4),5)]．パターン☆の構造がいかに認知されるか，認知された構造に対していかなる認知判断が形成されるか，が基本的な研究課題である．しかし，人間（認知系）の認知の機構を直接研究することには各種の困難が存在する．そこで，類似性や良さのようなパターン認知判断の実験の結果から，間接的にパターン認知の機構を研究するという方法がとられる．

類似性判断（パターン間の相対的な関係に関する認知判断）や良さ判断（パターンの個別的な性質に関する認知判断）のようなパターンに関する異質な認知判

†1 愛媛大学工学部情報工学科
Department of Computer Science, Faculty of Engineering, Ehime University
†2 松山東雲女子大学人文学部国際文化学科
Department of Communication and Culture, Faculty of Humanities, Matsuyama Shinonome College
†3 文部科学省初等中等教育局
Elementary and Secondary Education Bureau, Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology
†4 徳島大学総合科学部行動科学大講座
Department of Behavioral Science, Faculty of Integrated Arts and Sciences, University of Tokushima
†5 国際医療福祉大学大学院医療福祉学研究科
Graduate School of Health and Welfare Sciences Course, International University of Health and Welfare

☆ 厳密には，提示される物理的刺激（configuration）と認知されるパターン（pattern）は区別されるべきである．ここでは，この問題には深入りせず，特に支障のない限り両者をパターンと呼ぶことにする．

断を統一的に説明しようとする学説に今井の変換構造説[17),18)]がある．変換構造説によれば，認知系は提示されたパターンに対していくつかの変換（認知的変換）を施し，そこで示される相互変換可能性または不変性によってその構造（変換構造）を認知し，この変換構造に基づいて認知判断を行う．今日まで，多くの実験がこの学説を支持している[6),13)~16),20)~24)]．しかし，従来，このような認知課題と関連して認知系によって採択される認知的変換についてはいくつかが経験的に仮定され，提示されたパターンと認知的変換の関係が理論的に議論されることは少なかった．また，変換構造の類別の形式，類似度の比較の可能性，実験結果の有意性の検証法等，数理的視点から研究されるべき課題も少なからず残されていた．

天野・今井[1),2)]は，白または黒の楕円を横に並べた 1 次元楕円パターン（線形 2 値パターン）と黒円を正方形の枠組みの中に配置した 2 次元ドットパターン（正方 2 値行列パターン）を対象に，パターンの変換構造と認知判断の数理を考察し，変換構造説の再定式化を試みた．彼らは，認知的変換として変換群をとることにより，提示されたパターンと認知的変換の関係を明らかにするとともに，それまでの変換構造説と同様な形式でパターンの変換構造を定義して，類似度と良さの順序が予測できることを示した．また，濱田・石原[7)~11)]は，亀甲模様の枠組みの中に配置された 2 次元ドットパターン等を用いた実験を行って，対称変換群の位数がパターンの良さと複雑さの判断をそれぞれ異なる形で規定しているという性質等を見出している．さらに，天野ら[3),19)]は，認知的変換として恒等変換群を含む 4 種の変換群が存在した場合を考察し，パターンの変換構造を類別して，類似度と良さの予測順序をハッセ図で表現した．しかし，可能な変換構造を網羅した実験的検証はまだ行われていない．

本論文では，これまでの研究[1)~3),19)]を基礎に，1 次元楕円パターンを対象とした類似性判断の変換群構造説を構成し，可能な変換構造を網羅した実験を行ってその妥当性を検証する．具体的には，恒等変換群，鏡映変換群，位相変換群，反転変換群という 4 種の認知的変換群による相互変換可能性によってパターン対の変換群構造を定義し，拡張された順序整合性の仮説と順序保存の仮説で類似度の順序関係を予測する．実験と検定の結果はこのモデルの妥当性を支持している．

2. 類似性判断の変換構造説

認知的変換による相互変換可能性（一致可能性）によってパターン対の変換構造が定義され，この変換構造が類似性判断に関係づけられる．

表 1 典型的なパターン対の変換構造と類似度の評定値[13)]
Table 1 Typical pattern pairs and their transformational structures with the rated similarity.

Pattern Pair		Transformational Structure	Similarity
○●○●○●○●○●○●	●○●○●○●○●○●○	M∨P∨R	8.9
○○○●○○○●○○○●	●○○○●○○○●○○○	M∨P	8.1
○●●○○●●○○●●○	●○○●●○○●●○○●	P∨R	7.7
○○○●○○○●○○○●	○○●○○○●○○○●○	P	6.4
○○○●○○○●○○○●	●●●○●●●○●●●○	R	5.5
○○○●○○○●○○○●	○●●●○●●●○●●●	(M∨P)∧R	4.3
○○○●○○○●○○○●	●●○●●●○●●●○●	P∧R	3.9
○○○○○○○○○○○○	○○○●○○○●○○○●	E	1.9

2.1 認知的変換と変換構造

認知課題，ここではパターン対の類似性判断，に関係する変換を認知的変換と呼ぶ．**表 1** のような n 個の白黒の要素からなる 1 次元楕円パターンの場合には，次の 3 種の変換が仮定されることが多い．

- 鏡映変換 M：パターンを構成する楕円要素の順序を $1, 2, \ldots, n$ から $n, n-1, \ldots, 1$ に逆転する．
- 位相変換 P：楕円要素の位相を右（または左）にある要素数だけ平行移動し，はみ出した要素を他端に順次組み込む．
- 反転変換 R：すべての楕円要素の色を反転する．

認知的変換による相互変換可能性によってパターン対の関係構造を定義し，これを変換構造（厳密にはパターン刺激間変換構造）と呼ぶ．一般に，認知系によってある認知的変換のセットが採択されると，パターン対はいくつかの変換構造に分類される．いま，認知的変換として T_i，T_j が採択されたとする．パターン対は

(a) OR–結合変換構造 $\mathrm{T}_i \vee \mathrm{T}_j$：$T_i$，$T_j$ でともに相互変換可能な構造,
(b) 単一変換構造 T_i：T_i によってのみ相互変換可能な構造,
(c) 単一変換構造 T_j：T_j によってのみ相互変換可能な構造,
(d) AND–結合変換構造 $\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j$：$T_i$，$T_j$ を重ねて施すことによってはじめて相互変換可能な構造,
(e) 空変換構造 E：T_i，T_j のいずれによっても，また，それらのいかなる結合よっても相互変換不可能な構造,

に 5 分類され，それぞれが変換構造 (a)–(e) を持つと定義される．認知的変換として T のみが採択された場合には，パターン対は単一変換構造 T と空変換構造 E に 2 分類される．

以後も，変換をイタリック体で，構造をローマン体で記して区別する．

2.2 順序整合性の仮説と順序保存の仮説

このような変換構造の定義に基づいて，パターン対の類似度の順序関係が

$$S(\mathrm{E}) < S(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j) < S(\mathrm{T}_i), S(\mathrm{T}_j) < S(\mathrm{T}_i \vee \mathrm{T}_j) \tag{1}$$

で予測される（順序整合性の仮説）．ここに，$S(\mathrm{T})$ は変換構造 T を持つパターン対の類似度である．$S(\mathrm{T}_i)$ と $S(\mathrm{T}_j)$ の順序は予測できない．しかし，順序関係

$$\begin{aligned} &S(\mathrm{T}_i)\ \mathrm{R}_1\ S(\mathrm{T}_j), \\ &S(\mathrm{T}_i \vee \mathrm{T}_k)\ \mathrm{R}_2\ S(\mathrm{T}_j \vee \mathrm{T}_k), \\ &S(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_k)\ \mathrm{R}_3\ S(\mathrm{T}_j \wedge \mathrm{T}_k) \end{aligned} \tag{2}$$

における不等号 R_1，R_2，R_3 は等しい（順序保存の仮説）．すなわち，類似性判断に関する T_i と T_j の順序関係は T_k の結合に対して保存される．

表 1 は認知的変換 M，P，R によって定義されたパターン対の変換構造と類似度の評定値の例である．結果は予測を支持している．

以上が今井の変換構造説[17),18)] の概要である．

3. 類似性判断の変換群構造説

認知的変換群による相互変換可能性によってパターン対の変換群構造が定義され，この変換群構造が類似性判断に関係づけられる．

3.1 認知的変換群と変換群構造

変換群構造説では，認知的変換は単一の変換ではなく変換群であると考える．1 次元楕円パターンの場合には，次の 4 種の変換群が重要である[1),2)]．

- 恒等変換群 $I = \{e\}$：e は恒等変換である．
- 鏡映変換群 $M = \{e, m\}$：m は楕円要素の順序を逆転する．
- 位相変換群 $P = \{e, p_1, p_2, \ldots, p_{n-1}\}$：$p_i$ は楕円要素の順序を i だけ右に平行移動し，右端にはみ出した要素を左端に順次組み込む．
- 反転変換群 $R = \{e, r\}$：r はすべての楕円要素の色を反転する．

これらの変換群は互いに可換で，積もまた変換群である．変換群によるパターン対の相互変換可能性は同値関係であり，このことが類似性判断におけるパターン情報処理の性質を明確にする[1)]．

これらの認知的変換群による相互変換可能性によってパターン対の関係構造を定義し，これを変換群構造（厳密にはパターン刺激間変換群構造）と呼ぶ．一般に，認知系によってある認知的変換群のセットが採択されると，パターン対はいくつかの変換群構造に類別される．

いま，認知的変換群として恒等変換群 I とそれ以外の互いに可換な 3 種の変換群 T_i，T_j，T_k が採択されたとする．変換群の可換性 $T_iT_j = T_jT_i$ と再生性 $TT = T$ により，パターン対は

- 恒等変換群構造 I：変換群 I で相互変換可能な構造,
- 単一変換群構造 T_i，T_j，T_k：それぞれ変換群 T_i，T_j，T_k で相互変換可能な構造,
- 積変換群構造 $\mathrm{T}_i\mathrm{T}_j$，$\mathrm{T}_j\mathrm{T}_k$，$\mathrm{T}_k\mathrm{T}_i$，$\mathrm{T}_i\mathrm{T}_j\mathrm{T}_k$：それぞれ積変換群 T_iT_j，T_jT_k，T_kT_i，$T_iT_jT_k$ ではじめて相互変換可能な構造,
- 多重変換群構造 $\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j$，$\mathrm{T}_j \wedge \mathrm{T}_k$，$\mathrm{T}_k \wedge \mathrm{T}_i$，$\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j \wedge \mathrm{T}_k$，$\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j\mathrm{T}_k$，$\mathrm{T}_j \wedge \mathrm{T}_k\mathrm{T}_i$，$\mathrm{T}_k \wedge \mathrm{T}_i\mathrm{T}_j$，$\mathrm{T}_i\mathrm{T}_j \wedge \mathrm{T}_j\mathrm{T}_k$，$\mathrm{T}_j\mathrm{T}_k \wedge \mathrm{T}_k\mathrm{T}_i$，$\mathrm{T}_k\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_i\mathrm{T}_j$，$\mathrm{T}_i\mathrm{T}_j \wedge \mathrm{T}_j\mathrm{T}_k \wedge \mathrm{T}_k\mathrm{T}_i$：複数の変換群構造をあわせ持つ構造,
- 空変換群構造 E：以上の変換群をどう組み合わせても相互変換不可能な構造,

に 20 分類される[3),19)]．ここに，I 以外の変換群による相互変換可能性とは e 以外の変換要素による相互変換可能性のことであると定義する．また，積変換群構造は変換構造説の AND–結合変換構造に対応し，因子の変換群では相互変換不可能であることが含意されている．同様に，多重変換群構造は OR–結合変換構造に対応し，複数の変換群構造をあわせ持つことを意味する．

前章（および文献[3),19)]）と本章の記号の使用法の違いに注意されたい☆．

3.2 順序整合性の仮説と順序保存の仮説

このような変換群構造の定義に基づいて，パターン対の類似度の順序関係を拡張された順序整合性の仮説と順序保存の仮説で予測する．

変換群構造説における順序整合性の仮説とは，任意の変換群構造 T_i，T_j，T_k（単一変換群構造とは限らない）に対して

$$S(\mathrm{E}) \leq S(\mathrm{T}_i), S(\mathrm{T}_j) \leq S(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j) \leq S(\mathrm{I}), \tag{3}$$

$$S(\mathrm{E}) \leq S(\mathrm{T}_i\mathrm{T}_k \wedge \mathrm{T}_j\mathrm{T}_k) \leq S(\mathrm{T}_k) \leq S(\mathrm{I}) \tag{4}$$

なる関係が成立することである☆☆．ここに，$S(\mathrm{T})$ は

☆ 変換構造説の AND–結合変換構造 ($\wedge$) と OR–結合変換構造 ($\vee$) が変換群構造説の積変換群構造 () と多重変換群構造 ($\wedge$) に対応している．特に，OR–結合変換構造 ($\vee$) と多重変換群構造 ($\wedge$) の記号の違いは，前者が相互変換可能な変換 T_i，T_j の和集合 $T_i \cup T_j$ または並列接続 $T_i \vee T_j$ で新しい構造を定義していたのに対して，後者は変換群構造を持つという命題 T_i，T_j の論理積 $\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j$ で新しい構造を定義しているためである．

☆☆ 変換構造説では，擬順序 ($<$) が用いられることが多かった．変

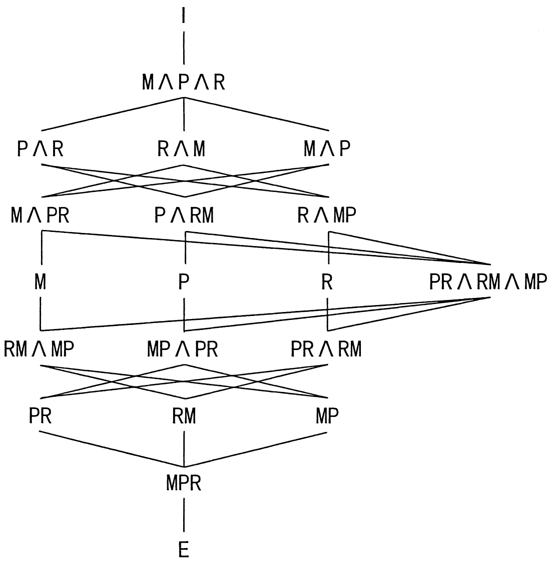


図 1 楕円パターン対の類似度の順序を予測するハッセ図
Fig. 1 Hasse diagram which predicts similarity order of elliptic pattern pairs.

変換群構造 T を持つパターン対の類似度である．前者は，T を含む多重変換群構造を持つパターン対の類似度は変換群構造 T を持つパターン対の類似度以上であることを意味する．後者は，T を因子とする積変換群構造のみからなる多重変換群構造を持つパターン対の類似度は変換群構造 T を持つパターン対の類似度以下であること意味する．特に，恒等変換群構造 I を持つパターン対は同一で，類似度は最も高い．また，空変換群構造 E を持つパターン対の類似度は最も低い．

変換群構造説における順序整合性の仮説 (3)，(4) は変換構造説における (1) を分割，拡張したものである．実際，前 2 者から

$$S(\mathrm{T}_i T_k), S(\mathrm{T}_j T_k) \leq S(\mathrm{T}_k) \quad (5)$$

が得られる．これは式 (1) の中央の不等号の関係に対応する．

順序保存の仮説とは，式 (3) と同様に，順序関係

$$\begin{aligned} S(\mathrm{T}_i) &\ \mathrm{R}_1\ S(\mathrm{T}_j), \\ S(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_k) &\ \mathrm{R}_2\ S(\mathrm{T}_j \wedge \mathrm{T}_k), \\ S(\mathrm{T}_i\mathrm{T}_k) &\ \mathrm{R}_3\ S(\mathrm{T}_j\mathrm{T}_k) \end{aligned} \quad (6)$$

における不等号 R_1，R_2，R_3 が等しいことである．

3.3 予測順序のハッセ図表現

順序整合性の仮説と順序保存の仮説により，前述の 20 の変換群構造の間に類似度の順序関係が定まる．この関係は恒等変換群構造 I を最上位，空変換群構造 E を最下位とするハッセ図の形に整理することができる．**図 1** は $\{\mathrm{T}_i, \mathrm{T}_j, \mathrm{T}_k\} = \{\mathrm{M}, \mathrm{P}, \mathrm{R}\}$ とした場合のハッセ図である．実線で結ばれた変換群構造（を持つパターン対）の間では順序が定まり，上位の階層の構造を持つパターン対の方が下位の階層の構造を持つパターン対より類似度が高い．実線で結ばれない変換群構造（を持つパターン対）の間の順序は予測できない．しかし，その場合にも，順序保存の仮説は成立していなければならない．

4. 実験と考察

4.1 方　　法

変換群構造を可能な限り網羅して，変換群構造説の妥当性を実験的に検証した．実験の概要は次のとおりである．

- 実施年月日：1996 年 10 月 29 日（火）
- 被験者：愛媛大学法文学部 1 回生 61 名
- パターン：12 要素パターン対 33 組
- 評定法：最低 0 点，最高 10 点の 11 段階評定
- 反復数：3 回

表 2 に実験で用いたパターン対を示す．12 要素の場合には，PR∧RM∧MP 以外の変換群構造を網羅することができる．番号欄の記号 a〜l は今井[17]（p.51）（今井[13] による）と同じパターン対であることを意味し，これらの 12 組はすべて 4 要素 ×3 回 (4×3) の周期的構造を持っている．これらの 12 組に，変換群構造ごとに非周期的構造のパターン対を付加して 33 組のパターン対を構成した．ただし，構造 I と E には 2 組を付加し，I の 1 組には周期的構造を持たせた．パターン対の選択には，要素の白黒比やラン数（連数，白と黒の塊の個数）が偏らないように配慮した．また，横型 A5 の紙片に灰色の領域（6×16.5 cm）をとり，その中央にパターン対を配置して，白と黒の楕円（長径 8，短径 5 mm）がほぼ等しいコントラストを見せるようにした．

被験者は配布された 33 枚の紙片をシャッフルし，パターン対の類似度を最低 0 点，最高 10 点の 11 段階法で 1 組ずつ評定し，回答欄にその値を記入した．被験者には，パターンとは何か，類似度の基準は何か，はまったく個人的な判断であり，途中で判断を変えたくなれば自由に変えてよいことを教示した．このようにシャッフルして評定するという作業を 3 回反復し，解析には 3 回目のデータを採用した．

4.2 結果と考察

表 2 はパターン対 33 組の変換群構造と類似度の評

換群構造説では，等号を含めて，より一般的な半順序 ($\leq$) を用いる．両者に本質的な違いはない．

表 2 パターン対の変換群構造と類似度の評定値（平均値と標準偏差）
Table 2 Pattern pairs and their transformational group structures with the rated similarity (average and standard deviation).

No.	Pattern Pair		Transformational Group Structure	Average (SD)	Average (SD)	Average
95	●●○○●●○○●●○○	●●○○●●○○●●○○	I	8.8 (1.9)	8.5 (2.0)	8.5
72	○○●●●○●○○●○●	○○●●●○●○○●○●		8.1 (2.9)		
81 a	○●○●○●○●○●○●	●○●○●○●○●○●○	M∧P∧R	8.2 (2.7)	7.6 (2.7)	7.6
38 b	○○●●○○●●○○●●	●●○○●●○○●●○○		7.4 (2.9)		
52	●●●●●●○○○○○○	○○○○○○●●●●●●		7.3 (3.3)		
79 d	○●●○○●●○○●●○	●○○●●○○●●○○●	P∧R	5.7 (2.8)	5.4 (2.4)	6.6
17	●●●○○●○○○●●○	○○○●●○●●●○○●		5.1 (2.7)		
93	○●●○○○●●●○○●	●○○●●●○○○●●○	R∧M	6.9 (2.9)	6.9 (2.9)	
27 c	○○○●○○○●○○○●	●○○○●○○○●○○○	M∧P	7.5 (2.5)	7.4 (2.3)	
88	●○○●○○●●●●○○	○○●●●●○○●○○●		7.3 (2.5)		
60	●●○○●●○○○●○●	●○●○○○●●○○●●	M∧PR	6.9 (2.9)	6.9 (2.9)	5.8
47	●○●○○○●●○○●●	○○●●○○●●●○●○	P∧RM	5.0 (2.5)	5.0 (2.5)	
62	○○●●○○●●●○●○	●●○○●●○○○●○●	R∧MP	5.4 (2.8)	5.4 (2.8)	
46	○●●●○○●●○○●○	○●○○●●○○●●●○	M	6.9 (2.5)	6.9 (2.5)	5.9
43 e	○○●●○○●●○○●●	○●●○○●●○○●●○	P	4.9 (3.0)	5.2 (2.4)	
64 f	○○○●○○○●○○○●	○○●○○○●○○○●○		5.8 (2.8)		
37	○○○●●○●○●●●○	○●●○●○●●●○○○		4.9 (3.3)		
83 g	○○○○○○○○○○○○	●●●●●●●●●●●●	R	6.5 (3.6)	5.6 (2.7)	
68 h	○○○●○○○●○○○●	●●●○●●●○●●●○		5.2 (3.1)		
91	○●○●●○○●●●○○	●○●○○●●○○○●●		5.0 (2.8)		
54	●●○○●○○○●●○●	○●○○●●●○●●○○	RM∧MP	4.9 (2.4)	4.9 (2.4)	4.4
13	●○○○●○●●●○○●	●●○○●●●○●○○○	MP∧PR	3.2 (2.4)	3.2 (2.4)	
70 i	○○○●○○○●○○○●	○●●●○●●●○●●●	PR∧RM	5.2 (2.6)	5.1 (2.2)	
15	●○○●○○●○○●●●	○○○●●○●●○●●○		5.0 (2.3)		
77 j	○○○●○○○●○○○●	●●○●●●○●●●○●	PR	3.4 (2.6)	3.2 (2.0)	3.6
21	●●●○●○●○○●○○	●●○○○●○●○●●○		3.0 (2.3)		
98	●●●○●○○●○●○○	●●○●○●●○●○○○	RM	5.1 (2.4)	5.1 (2.4)	
84	●●●○○●○●○○●○	○○●○●○○●●●○●	MP	2.6 (2.1)	2.6 (2.1)	
28	○●○●○○●○○●●●	○●●○●○●○○○●●	MPR	2.4 (2.6)	2.4 (2.6)	2.4
19 k	○○○○○○○○○○○○	○○○●○○○●○○○●	E	1.8 (2.6)	1.4 (1.7)	1.4
12 l	○○●●○○●●○○●●	○○○○○○○○○○○○		1.1 (1.9)		
34	●●●●●●●●●●●●	○●○○●●○●○●○●		0.8 (1.6)		
58	○○●○○○●●●○●●	○●○●●○●○○○●●		1.8 (2.2)		

定値であり，**図 2** は変換群構造別の平均値をハッセ図に記入したものである．このハッセ図では，平均値に有意差のあった関係を太線，順序に逆転の見られた関係を破線で区別している．

検定には，Microsoft Excel 97 の統計関数を使用して，対応のある場合の平均値の差の検定（t 検定）を有意水準 5% で実施した．

表 3 はすべての変換群構造の間の平均値の差に対する検定の結果である．記号の意味は次のとおりである．

◎ 順序の予測を支持する向きに有意差があった．
○ 有意ではないが，予測を支持する向きに差があった．
× 予測とは逆の向きに差があったが，有意ではなかった．
△ 順序の予測はできないが，結果に有意差があった．

この△印は，認知的変換群 M，P，R の効果の相対的な強さのように，実験的な事実として認めうる情報を表現している．なお，表は対角軸対称であるが，利用の便宜のために全体を提示している．

以後，自明と考えられる場合，$S(\mathrm{T})$ を単に T と略記することがある．

4.2.1 予測順序の検討

表 2 では，最後列のように，ハッセ図の各階層ごとの類似度は変換群構造 I の 8.5 から E の 1.4 までほぼ単調に減少し，実験の結果が順序の予測を基本的に支持していることが分かる．ここで，単一変換群

構造 M，P，R とその上位の多重変換群構造を見ると，M(6.9)，M∧PR(6.9)，M∧P(7.4)，R∧M(6.9)，M∧P∧R(7.6) と，M を因子とする構造の類似度が高いことが読み取れる．同様に，積変換群構造 PR，RM，MP とその上位の多重変換群構造を見ると，RM(5.1)，PR∧RM(5.1)，RM∧MP(4.9) と，RM を因子とする構造の類似度が高いことが読み取れる．また，同じ構造（E は除く）を持つ周期的パターン対と非周期的パターン対を比較すると，P の 43e と 37 のタイ（ともに 4.9）の 1 例を除く 10 例すべての場合に，前者の対の方が後者の対より類似度が高い（符号検定により，有意水準 1% で有意差がある）．

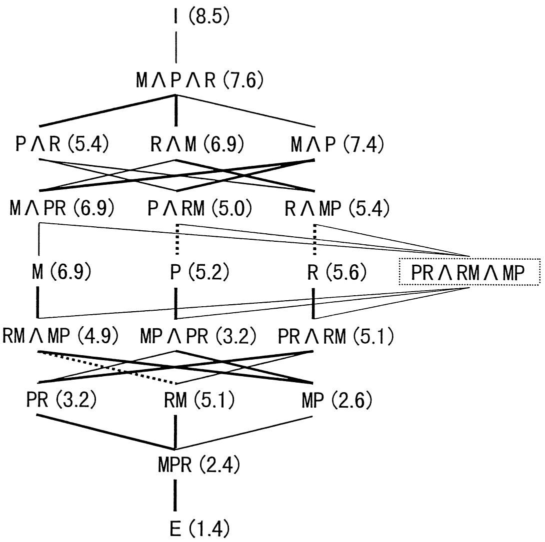


図 2 ハッセ図と類似度の評定値
Fig. 2 Hasse diagram with the rated similarity.

図 2 では，隣接する階層に属する変換群構造の間の比較で，太線（表 3 の◎印に相当）が 14 例，通常の実線（表 3 の○印に相当）が 9 例，破線（表 3 の×印に相当）が 3 例である．しかし，順序が逆転した場合の平均値の差はわずかで，有意性もない．

4.2.2 順序整合性の仮説の検討

まず，変換群構造 I のパターン対の類似度は最も高く，E のパターン対の類似度は最も低い．両者は，I と M∧P∧R の間を除いて（この場合にも 10% の有意差はある），他のすべての構造との差が有意である．

仮説 (3) の $S(\mathrm{T}_i), S(\mathrm{T}_j) \leq S(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j)$ については，$\{\mathrm{M}, \mathrm{P}, \mathrm{R}\}$ の組合せで有意差があった関係は M,

表 3 平均値の差の有意性の検定
Table 3 Significance test for the difference between the averages.

	I	M∧P∧R	P∧R	R∧M	M∧P	M∧PR	P∧RM	R∧MP	M	P	R	RM∧MP	MP∧PR	PR∧RM	PR	RM	MP	MPR	E
I		○	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
M∧P∧R	○		◎	◎	○	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
P∧R	◎	◎		△	△	△	○	○	△	○	×	○	◎	○	◎	○	◎	◎	◎
R∧M	◎	◎	△			○	△	◎	○	△	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
M∧P	◎	○	△			◎	◎	△	◎	◎	△	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
M∧PR	◎	◎	△	○	◎		△	△	○	△	△	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
P∧RM	◎	◎	○	△	◎	△			△	×		○	◎	×	◎	×	◎	◎	◎
R∧MP	◎	◎	○	◎	△	△			△		×	○	◎	○	◎	○	◎	◎	◎
M	◎	◎	△	○	◎	○	△	△		△	△	◎	△	△	△	◎	◎	◎	◎
P	◎	◎	○	△	◎	△	×		△				◎		◎		◎	◎	◎
R	◎	◎	×	◎	△	△		×	△			△	△	◎	◎	○	△	◎	◎
RM∧MP	◎	◎	○	◎	◎	◎	○	○	◎		△		△		△	×	◎	◎	◎
MP∧PR	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	△	◎	△	△		△	○	△	◎	◎	◎
PR∧RM	◎	◎	○	◎	◎	◎	×	○	△		◎		△		◎	○	△	◎	◎
PR	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	△	◎	◎	△	○	◎		△	△	◎	◎
RM	◎	◎	○	◎	◎	◎	×	○	◎		○	×	△	○	△		△	◎	◎
MP	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	△	◎	◎	△	△	△		○	◎
MPR	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	○		◎
E	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	

$\mathrm{P} < \mathrm{M}{\wedge}\mathrm{P}$ と $\mathrm{R} < \mathrm{R}{\wedge}\mathrm{M}$, $\{\mathrm{PR}, \mathrm{RM}, \mathrm{MP}\}$ の組合せでは $\mathrm{MP} < \mathrm{RM}{\wedge}\mathrm{MP}$, $\mathrm{MP}{\wedge}\mathrm{PR}$ と $\mathrm{PR} < \mathrm{PR}{\wedge}\mathrm{RM}$ のそれぞれ 3 例である．しかし，順序の逆転は $\mathrm{R} > \mathrm{P}{\wedge}\mathrm{R}$ と $\mathrm{RM} > \mathrm{RM} \wedge \mathrm{MP}$ のそれぞれ 1 例のみで，その場合の平均値は接近している．

仮説 (4) の $S(\mathrm{T}_i\mathrm{T}_k) \wedge S(\mathrm{T}_j\mathrm{T}_k) \leq S(\mathrm{T}_k)$ については，$\mathrm{RM}{\wedge}\mathrm{MP} < \mathrm{M}$ と $\mathrm{MP}{\wedge}\mathrm{PR} < \mathrm{P}$ と $\mathrm{PR}{\wedge}\mathrm{RM} < \mathrm{R}$ のすべてが有意である．

このように，実験の結果は拡張された順序整合性の仮説を支持している．

なお，仮説 (3)，(4) から導かれる関係 (5) については，$\mathrm{RM}, \mathrm{MP} < \mathrm{M}$ と $\mathrm{PR}, \mathrm{MP} < \mathrm{P}$ および $\mathrm{PR} < \mathrm{R}$ は有意で，$\mathrm{RM} < \mathrm{R}$ も成立している．

これまでの結果に有意な矛盾は皆無である．

4.2.3 順序保存の仮説の検討

単一変換群構造 M，P，R の間には $\mathrm{P} < \mathrm{R} < \mathrm{M}$ なる関係があり，$\mathrm{P}, \mathrm{R} < \mathrm{M}$ は有意で，$\mathrm{P} < \mathrm{R}$ に有意差は見られなかった．このことを念頭に仮説 (7) を検討する．まず，P と M に関しては，

$$\mathrm{P} < \mathrm{M}, \quad \mathrm{P} \wedge \mathrm{R} < \mathrm{R} \wedge \mathrm{M}, \quad \mathrm{PR} < \mathrm{RM}$$

はいずれも有意であった．次に，R と M に関しては，

$$\mathrm{R} < \mathrm{M}, \quad \mathrm{P} \wedge \mathrm{R} < \mathrm{M} \wedge \mathrm{P}, \quad \mathrm{PR} > \mathrm{MP}$$

がいずれも有意で，積変換群構造に順序の逆転が見られた．最後に，P と R に関しては，

$$\mathrm{P} < \mathrm{R}, \quad \mathrm{M} \wedge \mathrm{P} > \mathrm{R} \wedge \mathrm{M}, \quad \mathrm{MP} < \mathrm{RM}$$

の後 1 者のみが有意で，多重変換群構造に順序の逆転が見られた（有意差はない）．

このように，矛盾も皆無ではないが，実験の結果は順序保存の仮説もおおむね支持している．

4.3 再現性の検討

4.3.1 今井の実験との比較

今井[13] の実験の概要は次のとおりである．

- 被験者：北海道大学心理学入門コース履修学生 32 名
- パターン：4 要素 ×3 回の 12 要素周期的パターン対 50 組

今井は表 2 の a〜l の 12 組を含む 4×3 の 12 要素周期的パターン対 50 組を使用した．これらのパターン対は構造 I を含まない．また，4×3 の周期的パターン対では構造 M は実現できない．各被験者は 50 組のパターン対から適当に選択された 25 組に対して評定を行った．

図 3 はパターン対 a〜l に対する今井の実験との相関図である．構造 I を含まない今井の実験の方が評定値が高く，提示されたパターン対の全体に対して指定された評定範囲を広く使用しようとする傾向があることがうかがえる．相関係数は 0.94 であり，2 つの実験の結果には高い相関がある．

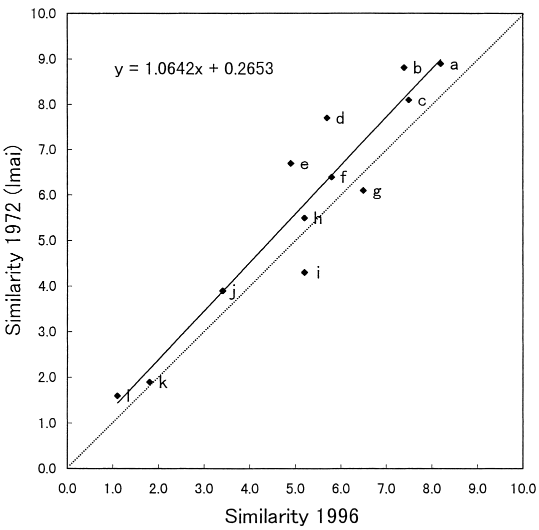


図 3 今井[13] の実験との比較
Fig. 3 Comparison with the experiment by Imai[13].

4.3.2 再 実 験

表 2 のパターン対を用いて，異なる被験者を対象に再実験を行った．その概要は次のとおりである．

- 実施年月日：1997 年 11 月 26 日（火）
- 被験者：愛媛大学農学部 1 回生 26 名
- 反復数：2 回

再実験では，最もよく似ていると思うパターン対に 10 点，最も似ていないと思うパターン対に 0 点を付けるように教示した．また，パターン対の全体に目を通した後，評定を 2 回反復して，2 回目の値を採用した．

図 4 は再実験との相関図である．再実験の方が評定値の範囲が広いことは教示の反映であると考えられる．相関係数は 0.99 であり，この種の実験の信頼性が高いことを示している．なお，図では，$\mathrm{MP} \wedge \mathrm{PR} \wedge \mathrm{RM}$ 以外の 19 の変換群構造が $\mathrm{M} \wedge \mathrm{P}$ を中心とする 6 構造，$\mathrm{R} \wedge \mathrm{MP}$ を中心とする 8 構造，$\mathrm{MP} \wedge \mathrm{PR}$ を中心とする 4 構造，そして E の 1 構造の計 4 グループに分かれている．このような変換群構造の間の関係が何を意味するかは今後の検討に委ねたい．

4.4 認知的変換の効果に関する考察

単一変換群構造 M，P，R の間の関係は $\mathrm{P}(5.2) < \mathrm{R}(5.6) < \mathrm{M}(6.9)$，再実験では $\mathrm{P}(5.6) < \mathrm{R}(6.0) < \mathrm{M}(7.7)$ であった．いずれの場合にも $\mathrm{P}, \mathrm{R} < \mathrm{M}$ のみならず $\mathrm{P} \wedge \mathrm{R} < \mathrm{M}$ が有意に成立していた．変換群 M の効果は P，R に対して優位であることが分かる．

一方，今井[13] は $\mathrm{R}(5.8) < \mathrm{P}(6.6)$，伊藤[22] は

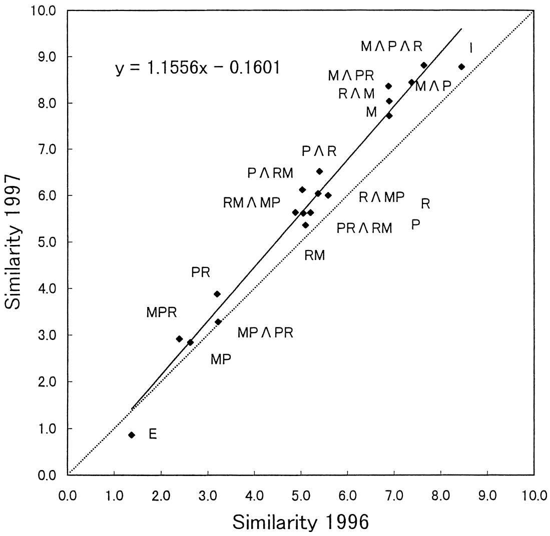


図 4 同じパターン対を用いた再実験との比較
Fig. 4 Comparison between the two experiments with the same pattern pairs.

R(5.0) < P(5.6) < M(6.2) という結果を報告している．すなわち，P と R の関係が逆である．この逆転は，今井と伊藤がそれぞれ 4×3 と 8×2 の周期的パターン対のみを使用していることから，市川ら[6),12)]の指摘するように，認知的変換の効果が提示されたパターン対の集合に依存する可能性を示唆するものである．

5. おわりに

本論文では，1 次元楕円パターン（線形 2 値パターン）を対象に，類似性判断の変換群構造説を構成して，その妥当性を実験的に検証した．現在，

- 良さ判断の数理モデルの構成と実験的検証，
- 2 次元ドットパターン（正方 2 値行列パターン）へのモデルの拡張，

等の研究が進行中である．また，楕円要素の数や，提示されたパターン集合の構造の偏りが認知的変換群の効果に与える影響等も興味ある研究課題である．

パターン認知は人間の基本的な情報処理の機能であり，柔軟で効率の良い情報処理の基礎にパターン認知がある，と考えられる．しかし，パターンは，事物の本質と多様性の理解に必須の概念でありながら，明確な定義の難しい概念でもある．ここでは，パターンに認知的変換群を施す機能と同異判定機能のみを持つ単純化された認知系による単純化された世界における類似性判断の問題を扱った．そして，その基礎に明確な数理的構造が存在すると考えられることを示した．我々は，このような人間の基本的な認知現象の研究においても数理的方法が適用可能で，情報科学の視点からも興味深い成果をもたらすと考える．

謝辞 共同で実験を行った白垣育久，久保田亮，野勢俊二，大西健一，川口紀生，本多朋彦（元愛媛大学工学部情報工学科の大学院生，学生）の諸氏，実験に協力してくださった愛媛大学学生の皆さんに感謝します．

参 考 文 献

1) 天野　要，今井四郎：パターンの変換構造と類似性認知に関する群論的研究，心理学研究，Vol.60, No.5, pp.297–303 (1989).
2) 天野　要，今井四郎：パターンの変換構造と良さの認知に関する群論的研究，心理学研究，Vol.63, No.3, pp.181–187 (1992).
3) 天野　要，白垣育久，久保田亮，村田健史：変換構造説に基づくパターン認知の数理モデル，愛媛大学工学部紀要，Vol.16, pp.559–569 (1997).
4) Garner, W.R. and Clement, D.E.: Goodness of Pattern and Pattern Uncertainty, *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, Vol.2, pp.446–452 (1963).
5) Garner, W.R.: Good Patterns Have Few Alternatives, *American Scientist*, Vol.58, pp.34–42 (1970).
6) 行場次朗，瀬戸伊佐生，市川伸一：パターンの良さ評定における問題点—SD 法による分析結果と変換構造説の対応，心理学研究，Vol.56, No.2, pp.111–115 (1985).
7) 濱田治良，石原　徹：亀甲模様の構造と複雑さおよび良さ判断，徳島大学総合科学部創立記念論文集，pp.305–316 (1987).
8) 濱田治良：パターンの複雑さと良さにおける対称変換群の効果，心理学研究，Vol.59, No.3, pp.137–143 (1988).
9) Hamada, J. and Ishihara, T.: Complexity and Goodness of Dot Patterns Varing in Symmetry, *Psychological Research*, Vol.50, pp.155–161 (1988).
10) 濱田治良：平面的反復模様における幾何学的要因の良さと複雑さに及ぼす効果，徳島大学総合科学部人間科学研究，Vol.1, pp.39–51 (1993).
11) 濱田治良：反復模様の対称性と認知判断—並進鏡映の普遍的効果と 45° 傾斜の選択的効果，心理学評論，Vol.39, No.3, pp.338–360 (1996).
12) 市川伸一，行場次朗：パターンの精神物理学における方法論的諸問題の検討，心理学評論，Vol.27, No.2, pp.132–157 (1984).
13) Imai, S.: Effect of Inter-Pattern Transformation Structures upon Similarity Judgments of Linear Pattern Pairs, *Proc. 20th International Congress of Psychology*, Tokyo, pp.164–165 (1972).
14) Imai, S.: Pattern Similarity and Cognitive

Transformations, *Acta Psychologica*, Vol.41, pp.433–447 (1977).
15) 今井四郎：パターンの良さについての諸学説，心理学評論，Vol.20, No.4, pp.258–272 (1977).
16) Imai, S.: Pattern Cognition and the Processing of Transformation Structures, *Modern Issues in Perception*, Geissler, H.-G., Buffart, H.F.J.M., Leeuwenberg, E.L.J. and Sarris, V. (Eds.), *Advances in Psychology*, Vol.11, Amsterdam, North-Holland, pp.73–86 (1983).
17) 今井四郎：パターン認知の変換構造説，日本心理学会心理学モノグラフ，No.17，東京大学出版会，東京 (1986).
18) Imai, S.: Fundamentals of Cognitive Judgments of Pattern, *Cognition, Information Processing, and Psychophysics: Basic Issues*, Geissler, H.-G., Link, S.W. and Townsend, J.T. (Eds.), pp.225–265, Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey (1992).
19) 今井四郎，天野　要：変換と写像の概念に基づくパターン認知論，応用数理，Vol.8, No.1, pp.30–45 (1998).
20) 今井四郎，伊藤　進，伊藤智啓：パターンの良さと複雑さの判断におよぼすパターン内変換構造とラン数の効果，心理学評論，Vol.19, No.2, pp.77–94 (1976).
21) 今井四郎，伊藤智啓，伊藤　進：良さの判断におよぼすパターン内変換構造の効果，心理学研究，Vol.47, No.4, pp.202–210 (1976).
22) 伊藤　進：パターンの間の変換構造の認知と類似性の評定，心理学研究，Vol.46, No.1, pp.10–18 (1975).
23) 松田隆夫：パターンの良さ判断とパターン内変換構造—パターン認知に関する今井の変換構造説の検討，心理学研究，Vol.49, No.4, pp.207–214 (1978).
24) 大塚雄作：パタンの認知判断に対する幾何学的変換の役割，心理学研究，Vol.55, No.2, pp.67–74 (1984).

(平成 13 年 3 月 14 日受付)
(平成 13 年 9 月 12 日採録)

天野　要（正会員）

1948 年生．1971 年京都大学工学部電子工学科卒業．1978 年北海道大学大学院工学研究科博士課程電気工学専攻修了．工学博士．現在，愛媛大学工学部情報工学科教授，総合情報処理センター長．研究分野は数値解析，情報数学，情報心理学．情報処理学会創立 30 周年記念論文賞，日本応用数理学会 1996 年度論文賞，情報処理学会創立 40 周年記念論文賞受賞．日本数学会，日本応用数理学会，電子情報通信学会，日本心理学会，SIAM，ACM 各会員．

岡野　大（正会員）

1968 年生．1992 年東京大学工学部物理工学科卒業．1995 年東京大学大学院工学系研究科修士課程物理工学専攻修了．修士（工学）．現在，愛媛大学工学部情報工学科助手．研究分野は数値解析，情報処理．情報処理学会創立 40 周年記念論文賞受賞．日本応用数理学会会員．

緒方　秀教（正会員）

1967 年生．1990 年東京大学工学部物理工学科卒業．1992 年東京大学大学院工学系研究科修士課程物理工学専攻修了．博士（工学）．現在，愛媛大学工学部情報工学科講師．研究分野は数値解析，情報処理．日本応用数理学会 1998 年度論文賞，情報処理学会創立 40 周年記念論文賞受賞．日本応用数理学会会員．

芝田　安裕

1977 年生．2000 年愛媛大学工学部情報工学科卒業．現在，愛媛大学大学院理工学研究科博士前期課程情報工学専攻在籍中．研究課題はパターン認知．

小西　敏雄（正会員）

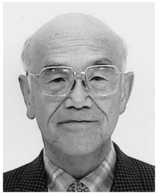
1959年生．1982年広島大学理学部数学科卒業．1982年愛媛大学大学院理学研究科数学専攻修士課程修了．理学修士．現在，松山東雲女子大学人文学部教授．研究分野は数理計画，統計解析，パターン認知．日本数学会，日本応用数理学会，日本オペレーションズ・リサーチ学会，日本家政学会各会員．

福士　顗士（正会員）

1947年生．1970年北海道大学理学部化学第二学科卒業．1977年北海道大学大学院理学研究科博士課程化学第二専攻修了．理学博士．現在，文部科学省初等中等教育局教科書調査官．研究分野は情報科学，計算化学，物理化学．日本物理学会，日本化学会各会員．

濱田　治良

1947年生．1971年徳島大学教育学部卒業．1976年北海道大学大学院文学研究科博士課程心理学専攻単位取得退学．1980年文学博士．現在，徳島大学総合科学部教授．研究分野は知覚心理学，認知心理学．日本心理学会，日本基礎心理学会，日本人間工学会各会員．



今井　四郎

1929年生．1953年北海道大学理学部物理学科卒業．1955年北海道大学大学院理学研究科修士課程物理学専攻修了．1961年北海道大学大学院文学研究科修士課程修了．1965年米国 Johns Hopkins 大学大学院修了．Ph D．現在，国際医療福祉大学大学院医療福祉学研究科教授（北海道大学名誉教授，中国吉林工学院大学名誉教授）．研究分野は認知心理学，特に，パターン認知，学習・記憶，人間の情報処理特性．日本心理学会，日本基礎心理学会，北海道心理学会，Sigma Xi, the Scientific Research Society 各会員．