

7K-6 トリムされた自然二次曲面と平面の交線

計算方法

佐々木基安, 鳥谷浩志

(株)リコー ソフトウェア研究所

1 はじめに

産業界において三次元形状を扱うためのソリッドモデラーの重要性が年々高まっている[1]。多くの工業製品は複雑な曲面形状を含んでおり、ソリッドモデラーにおいて二次曲面、自由曲面を処理する機能が必要となる。このような機能の中で最も重要なのが曲面を含んだ形状間の集合演算である。この集合演算を実現するために解決しなければならない重要な問題として曲面間の干渉計算を正確かつ高速に求める事がある。

一般の曲面間の干渉計算を正確かつ高速に求める事は困難である。しかし、機械部品のもつ曲面の多くは自然二次曲面であることに注目すれば、高速な集合演算を実現するためには自然二次曲面に関する干渉計算を高速に行なう事が重要である。

曲面間の交線計算方法はいくつか提案されているが[2]、図1の様なともに境界を持った面(トリム面)である自然二次曲面と平面の高速な計算方法は知られていない。

本論文ではこれらの交線の計算をトリム面の複雑さに関係なく、高速に求める方法を述べる。この方法は(株)リコーのDESIGNBASE上でインプリメントされており、交線が正確かつ高速に求まる事が確かめられている。

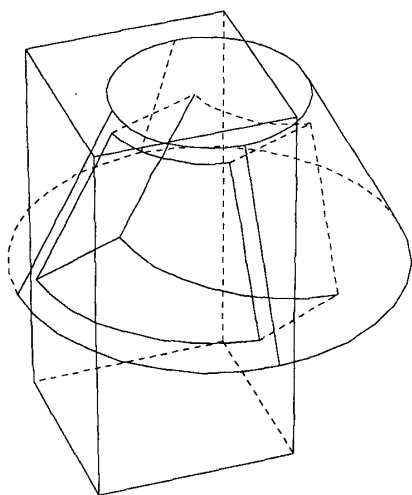


図1: トリムされた自然二次曲面

An intersection calculation method for trimmed natural quadric surface and plane
Motoyasu SASAKI, Hiroshi TORIYA
Ricoh Co., Ltd

2 自然二次曲面-平面交線計算

自然二次曲面と無限平面との交線は円錐曲線になることはよく知られている。円錐曲線の両端点と自然二次曲面の種類が分かればこの曲線の方程式は簡単に求まる。トリムされた自然二次曲面と平面との交線を求める時も同様である。ただし、この場合端点となるべき点が複数個求まる事がある。この時どの二点を干渉曲線の端点とするかを決定する必要がある。このために求められた点列をソートして干渉線の端点を決定する。

2.1 端点の計算

自然二次曲面と無限平面の交線は端点の座標が分かれば簡単に求める事が可能である。そこで、端点の候補となるべき点を最初に計算する。トリム面はその境界と穴を構成する稜線よりなる。したがって交線の端点の候補となるべき点はそれらの稜線ともう一方のトリム面との交点を計算する事により求まる。これは平面-一般曲線、二次曲面-一般曲線の計算になる[3]。

2.2 端点のソート

端点の候補は線-面交線計算においてランダムな順序で求められる。どの二点間に干渉線があるのかを決定するためにそれらの点をソートする必要がある。我々は角度によってソートする方法を提案する。

自然二次曲面と平面との交線は円錐曲線になる。したがってソートすべき点はその円錐曲線上にかならず存在する。そこで中心点を設定して、この点と端点とを結ぶベクトルと、ある基準ベクトルとの角度を求め、ソートする(図2)。

設定する中心点は自然二次曲面の種類によって次のようになる。

- 球
交線は円になるから、その中心をソートする中心点とする。
- 円柱
交線は楕円もしくは直線になる。楕円の場合は円柱の軸と平面との交点をソートする中心点とする。直線の場合は軸上の任意の点を干渉線を求めようとしている平面上に射影した点を中心点とする。

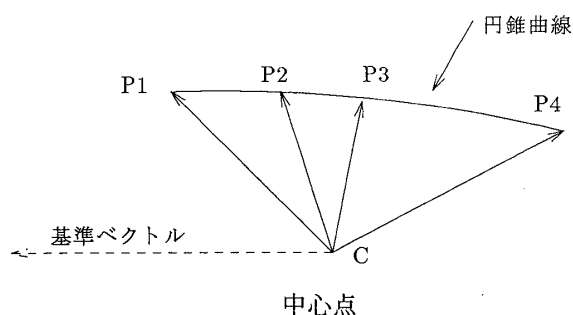


図 2: 角度ソート

- 円錐

中心点は円錐の軸と平面との交点とする。それらが平行の時は端点を円錐の軸上に射影して、その中で円錐の頂点より一番遠い点を干渉線を求めようとしている平面に射影した点を中心点とする。

実際には角度を求めるのは計算量が多くなるので、外積、内積を使って角度に代わる量を定義して、この値でソートを行なう。

基準線のベクトルを \vec{a} 、中心点と端点を結ぶ線のベクトルを \vec{b} (図2ではそれぞれ $C\vec{P}1$ 、 $C\vec{P}2\dots$ に相当する)、干渉線を求めようとしている平面の単位法線ベクトルを \vec{n} とするとソートする値 θ は次の式で表現される。

$$\theta = \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} & \text{if } (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{n} > 0 \\ \vec{a} \cdot \vec{b} - 2.0 & \text{if } (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{n} \leq 0 \end{cases}$$

値 θ は角度 $0 \sim 2\pi$ に対して単調に減少する。

2.3 交線の計算

ソートされた端点において、隣接する2点間の円錐曲線を求める。すなわち、図2でそれぞれP1P2、P2P3、P3P4間の円錐曲線を求める。求めた曲線が穴の中にある可能性があるためその判定を行なう。すなわちその曲線の任意の点がそれぞれ二次曲面、平面の境界の両方の内側にあるかどうか調べる。ともに内側にあると判定された曲線が求める交線となる。

3 例

図3は図1の形状において、太線で示されるのが互いの立体の干渉線を求めた結果である。この例では穴を持つ

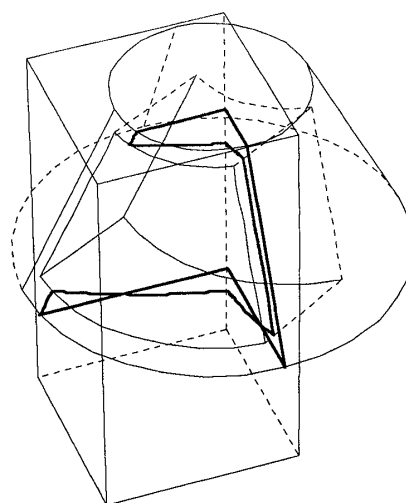


図 3: 干渉線の例

た円柱面と平面の交線が求められている。

4 おわりに

この方法によりトリムされた自然二次曲面と平面との干渉線は高速かつ正確に交線が求まる。これにより自然二次曲面を含んだ形状の集合演算が高速にかつ安定に実行できるようになった。

参考文献

- [1] Chiyokura H., *Solid Modeling with DESIGN-BASE*, Addison-Wesley, 1988
- [2] Pratt M.J. and Geisow A.D., "Surface/surface intersection problems", *The mathematics of Surfaces*, Oxford Univ. Press, 1986, pp. 117-142.
- [3] 藤沢,高村, 任意の次数の自由曲面と平面の干渉計算, 情報処理学会, 第39回全国大会