

タイプ2 ファジィ集合の一部を扱える Fuzzy Prolog

2L-7

堀内清光* 小川修一** 北林真一*** 田村直之*** 村上温夫***
 *鳴門教育大学自然系数学 ** (株)リクルート ***神戸大学工学部

1 はじめに

タイプ2 ファジィ論理の一部を扱える YAFO-Prolog (Yet Another Fuzzy Oriented Prolog) システムについて紹介する。YAFO-Prolog では、言語的真理値を区間真理値のベクトルで表現しており、効率的な推論が可能である。ただし、言語的真理値は凸ファジィ集合とする。

2 タイプ2 ファジィ集合

X におけるタイプ2 ファジィ集合 A とは、 A のメンバーシップ関数 μ_A の値 $\mu_A(x)$ が区間 I 上でのファジィ集合 (正確にはそのメンバーシップ関数) である場合をいう。すなわち、 I から I への関数全体の集合を I^I で表すと、

$$\mu_A : X \rightarrow I^I$$

である。 $\mu_A(x)$ は、「 x が集合 A に含まれる」という命題の真理値を与えていると考えることができる。ここでの真理値は、通常ファジィ論理での数値的真理値ではなく、 I 上のファジィ集合であり言語的真理値と呼ばれる [1]。言語的真理値を持つ論理式をタイプ2 ファジィ論理式と呼び、タイプ2 ファジィ論理式 $P(x)$ における述語 P をタイプ2 ファジィ述語と呼ぶことにする。

たとえば述語 handsome が、通常ファジィ論理での述語の場合、特定の個体に対する真理値は特定の値を取る (たとえば handsome (shinichi) の真理値が 0.7)。一方、タイプ2 ファジィ述語とした場合の真理値はファジィ集合であり、「かなり正しい」などの概念を表現できる。

以下では断わらない限り簡単のため、「タイプ2 ファジィ論理式」を単に「論理式」と、「タイプ2 ファジィ述語」を単に「述語」と呼ぶ。また、タイプ2 ファジィ論理式 P の言語的真理値を $v(P)$ で表す。

タイプ2 ファジィ論理は通常ファジィ論理よりも強力な表現方法を提供しているが、論理演算や推論を効率的に行うのは一般に困難である。

そこで、言語的真理値 $v(P)$ が凸ファジィ集合であるもの、すなわち

$$v(P)(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min(v(P)(x), v(P)(y))$$

(for all $x, y, \lambda \in I$)

を満足する論理式 P だけに制限する。このような制限を満たす論理式を凸-論理式と呼ぶことにする。(この凸は関数の凸関数とは異なる)

Fuzzy Prolog for Type 2 Fuzzy Sets
 Kiyomitsu HORIUCHI¹, Shuichi OGAWA², Shinichi KITABAYASHI³,
 Naoyuki TAMURA³, Haruo MURAKAMI³
 1. Naruto Univ. of Education 2. Recruit, Co., Ltd. 3. Kobe Univ.

凸-論理式 P の言語的真理値 $v(P)$ は凸であるから、 $a \in I$ の時、次の式で定義される $v(P)$ の a -カット

$$v(P)^a \stackrel{\text{def}}{=} \{x \mid v(P)(x) \geq a\}$$

は、区間 $[s, t]$ ($0 \leq s \leq t \leq 1$) または空集合 ϕ となる。厳密には区間の端点には開閉の双方が存在するが、本稿では閉のものだけを考える。

P と Q を凸-論理式とすると、論理式 $P \wedge Q$, $P \vee Q$, $\neg P$ の a -カット ($a \in I$) を以下のように定義する。まず $P \wedge Q$ と $P \vee Q$ について、

- $v(P)^a = [s_0, t_0]$, $v(Q)^a = [s_1, t_1]$ の時

$$v(P \wedge Q)^a = [\min(s_0, s_1), \min(t_0, t_1)]$$

$$v(P \vee Q)^a = [\max(s_0, s_1), \max(t_0, t_1)]$$

- $v(P)^a = \phi$ または $v(Q)^a = \phi$ の時

$$v(P \wedge Q)^a = \phi$$

$$v(P \vee Q)^a = \phi$$

同様に \neg について

- $v(P)^a = [s, t]$ の時

$$v(\neg P)^a = [1 - t, 1 - s]$$

- $v(P)^a = \phi$ の時

$$v(\neg P)^a = \phi$$

凸-論理式 P の言語的真理値 $v(P)$ を、複数の $a \in I$ に対するカット $v(P)^a$ で近似的に表現する。 A が n 個の実数からなるベクトル $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ であり、 $0 \leq a_0 \leq a_1 \leq \dots \leq a_{n-1} \leq 1$ とする。この時、 $v(P)^A$ を次の式で定義されるベクトルとする。

$$v(P)^A = (v(P)^{a_0}, v(P)^{a_1}, \dots, v(P)^{a_{n-1}})$$

A をカットベクトル、 $v(P)^A$ を A における P の区間ベクトル真理値と呼ぶ。特に $n = 1$ の時は、PROFIL [2] の区間真理値に相当する。

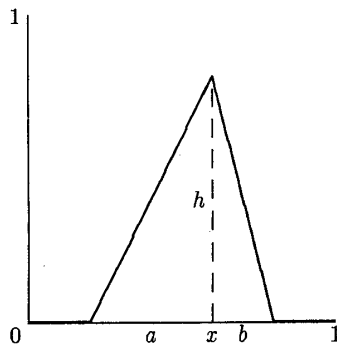
たとえば、カットベクトル $A = (0, 0.3, 0.6)$ とし、凸-論理式 P の A における区間ベクトル真理値を $v(P)^A = ([0.1, 0.5], [0.4, 0.45], \phi)$ 、凸-論理式 Q の A における区間ベクトル真理値を $v(Q)^A = ([0.3, 0.8], [0.35, 0.6], [0.4, 0.4])$ としたとき、

$$v(P \wedge Q)^A = ([0.1, 0.5], [0.35, 0.45], \phi)$$

$$v(P \vee Q)^A = ([0.3, 0.8], [0.4, 0.6], \phi)$$

$$v(\neg P)^A = ([0.5, 0.9], [0.55, 0.6], \phi)$$

ファジィ推論については、現在のところ我々は次のように定義している。論理式 $P \rightarrow Q$ と P から Q を推論するとき、 Q の真理値を $(P \rightarrow Q) \wedge P$ の真理値で与える。

図 1: (x, h, a, b) の表す言語真理値

3 YAFO-Prolog

YAFO-Prolog は前節で定義した区間ベクトル真理値を用いて推論を行うファジィ Prolog システムである。システムは PC-9801 の Prolog-KABA 上で実現されているが、浮動小数については WING を利用している。したがって、浮動小数はクォーターションでくくってアトムとして表現する必要がある。

YAFO-Prolog では、カットベクトル $A = (a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ として $a_i = i/n$ で与えられるものだけを考える (カット数 n は組込み述語 `cut_number` により変更できる)。

凸論理式 P の区間ベクトル真理値を次のようなリストで表現する ($0 \leq m \leq n$)。

$$[w_0, w_1, \dots, w_{m-1}]$$

ここで、 w_i は $v(P)^{a_i}$ が区間 $[s, t]$ の時はリスト $[s, t]$ 、 ϕ の時は空リスト $[]$ とする。 $m \leq i \leq n-1$ なる i に対しては、 $w_i = []$ とみなす。

また記述を簡単にするため、区間ベクトル真理値の表現として、実数 $u \in I$ と、実数 $x, h, a, b \in I$ をコンマで結んで並べた項 (x, h, a, b) を許す。 u は 1 点 u だけからなる区間ベクトル $[[u, u], \dots, [u, u]]$ を表し、 (x, h, a, b) は図 1 で示される関数 $v(P)$ の A における区間ベクトル真理値を表す。以上の s, t, u, x, h, a, b は変数を含んだ数式であってもよい。

なお、実数 u だけを用いた場合は、通常のファジィ論理と同一になり、カット数 $n = 1$ とした場合は、区間真理値 [2] と同一になる。

YAFO-Prolog におけるプログラムは事実と規則の集まりであり、問い合わせにより実行される。 P, Q_i が原子論理式で、 TV が区間ベクトル真理値のとき、事実、規則、問い合わせをそれぞれ以下のように記述する。

$$\begin{aligned} TV &: P. \\ TV &: P :- Q_1, Q_2, \dots, Q_k. \\ Q_1, Q_2, \dots, Q_k. \end{aligned}$$

YAFO-Prolog システムの実行過程は通常の Prolog 処理系とほとんど同一である。異なるのは、導出の過程で区間ベクトル真理値の計算が行われることと、導出された節の区間ベクトル真理値が $[[s_0, t_0], [s_1, t_1], \dots]$ の時に $t_0 < 0.5$ ならば導出の失敗とみなしバックトラックすることである (ただし、値

図 2: プログラム例

```
1: idol(X) :- tall(X), rich(X), handsome(X).
((H-140)/40,1,'0.2','0.2'):
    tall(X) :- height(X,H).
(I/50,'0.9','0.3','0.3'): rich(X) :- income(X,I).
1: height(shinichi, 170).
1: height(haruo, 160).
1: income(shinichi, 30).
1: income(haruo, 60).
[['0.2','0.9'],['0.4','0.9'],['0.6','0.8'],
 ['0.7','0.8']]: handsome(shinichi).
('0.6','0.7','0.1','0.5'): handsome(haruo).
```

図 3: 実行例

```
>>handsome(X).
Result=handsome(shinichi)
Truth Value=[[0.2,0.9],[0.4,0.9],[0.6,0.8],[0.7,0.8]];
Result=handsome(haruo)
Truth Value=[[0.5,1],[0.5357142857143,0.9214285714286],
 [0.5714285714286,0.7428571428572]];
no
>>idol(X).
Result=idol(shinichi)
Truth Value=[[0.2,0.9],[0.3833333333333,0.8166666666666666],
 [0.4666666666666666,0.7333333333333334],[0.5499999999999999,
 0.6500000000000001]];
Result=idol(haruo)
Truth Value=[[0.3,0.7],[0.35,0.65],[0.4,0.6]];
no
```

0.5 は組込み述語 `threshold` により変更可能)。YAFO-Prolog では Prolog-ELF [3] でのように OR に対して全解探索を行うことはしていない。

4 実行例

図 2 にプログラム例を、図 3 にその実行例を示す。 `>>` の右が問い合わせの入力であり、`Result=` の右が解、`Truth Value=` の右が解の論理式の区間ベクトル真理値を表している。なお、カット数は 4 と設定してある。

5 おわりに

一般のタイプ 2 ファジィ集合への拡張と、RUN/Prolog などへのシステムの移植が今後の課題として考えられる。

参考文献

- [1] 水本雅晴: ファジィ理論とその応用, サイエンス社 (1988)
- [2] 菊池浩明, 向殿政男: PROFIL: ファジィインターバル論理に基づく Prolog, Proc. 5th Fuzzy System Symposium, pp. 421-426, Kobe (1989)
- [3] 金井直樹, 石塚満: Prolog-ELF: ファジィ論理を組み込んだ Prolog, 情報処理学会論文誌 Vol. 27 No. 4, pp. 411-416 (1986)