1H-1

定常応答におけるShort Time DFT Hilbert変換の特徴

伊藤佳志　藤井幸治　岸　政七

愛知工業大学　情報通信工学科

1．はじめに

Hilbert変換は、通信における理想SSB変調の実現などに、必要不可欠なものである。従来より、Hilbert変換に関しては多くの研究がなされている。例えば、米国Bell研究所においてLawrence R.Rabinerらにより研究のなされているHilbert変換は、FIR形フィルタを用いた近似的実現例である[1]。これに対し、本稿において示すHilbert変換は、瞬時スペクトラム解析技術であるShort Time DFT（ST−DFT）を用いており、近似理論によらず理想的実現例である。このST−DFT Hilbert変換の定常応答の概要は、既に報告しているが[2]、本稿においては更に詳細に報告する。特に、これら二つのHilbert変換の定常応答に関し、シミュレーションを通し、比較検討を実施した。

2．Minimax FIR Hilbert変換

理想Hilbert変換の単位サンプル応答h(n)を、式1に示す。

$$h(n)=\begin{cases}2\sin^2(n\pi/2)/(n\pi), & \text{if } n\neq 0\\ 0, & \text{if } n=0\end{cases}\qquad(1)$$

このh(n)のz変換を次式に示す。

$$H(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}h(n)z^{-n}\qquad(2)$$

以上より、Rabinerらは理想Hilbert変換の近似を行っている。有限長の近似を行う方法には、ウィンド関数を用いる方法、周波数標本化法、等リップル近似法などがある。本稿においては、それらの手段の内、方形，バートレット，ハニング，ハミング及び、ブラックマンなどのウィンド関数を理想Hilbert変換の単位サンプル応答h(n)に乗ずることにより、Minimax FIR Hilbert変換を近似する。

3．ST−DFT Hilbert変換

時刻nにおけるインデックスkの瞬時スペクトラムの周波数成分$\mathcal{Z}_k(n)$は、次式で与えられる。

$$\mathcal{Z}_k(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty}x(r)\,h(n-r)\,\hat{W}_N^{-rk}\qquad(3)$$

ここで、x(n)は入力信号、h(n)はウィンド関数、$\hat{W}_N^{-rk}$は式4に示すHilbert変換演算子である。

$$\hat{W}_N^{-rk}=\begin{cases}\exp\{-j(2\pi rk/N+\pi/2)\}, & \text{if } 0<k<N/2\\ \exp\{-j(2\pi rk/N-\pi/2)\}, & \text{if } N/2<k<N\\ 0, & \text{if } k=0,N/2\end{cases}\qquad(4)$$

式3，4により、求められた瞬時スペクトラムは、周波数領域において$-\pi/2$ radの移相が行われる。

更に、求められた$\mathcal{Z}_k(n)$を時間域の信号に変換するShort Time 逆DFT（ST−IFT）は、次式のように与えられる。

$$y(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\mathcal{Z}_k(n)\,W_N^{nk},$$
$$W_N^{nk}=\exp(j2\pi nk/N)\qquad(5)$$

ここで、y(n)は時刻nにおける出力信号である。また、Nはウィンド関数h(n)(例えば、ナイキスト関数)のフレーム内サンプル数である。

以上の操作により、入力信号に対しすべての周波数成分を各々$-\pi/2$ radの移相した出力を求めることができる。

4．実験方法

式3〜5において、ウィンド関数をナイキスト関数とし、そのフレーム数1を8、フレーム内サンプル数Nを32とした時の振幅・位相特性を測定する。この時のST−DFT Hilbert変換の伝送帯域幅が125Hz〜3,875Hzとなる。ほぼ等しい伝送帯域幅をMinimax FIR Hilbert変換に有させしめるためには、フィルタの段数を33段とする必要がある。かかるMinimax FIR Hilbert変換の振幅・位相特性と、ST−DFT Hilbert変換の振幅・位相特性を測定することで、正しくHilbert変換しているか否かを検証する。

移相量の測定は、処理遅延を補正した後の位相量を測定することとする。なお位相量の測定に当たり、従来のDFT(FFT)を用いた解析では、瞬時スペクトラムを求めることが出来ないので、両Hilbert変換器の出力に対しST−DFTを採用することとする。

Staedy-state Characteristics of Short Time DFT Hilbert Transformers

Yoshiyuki ITOH, Kouji FUJII, Masahichi KISHI

Department of Information Network Engineering, Aichi Institute of Technology

5. 実験結果

(1). 振幅特性

図1(a)にMinimax ＦＩＲ Hilbert変換の振幅特性を示し、図2(a)にＳＴ－ＤＦＴ Hilbert変換のそれを示す。

これらの図より、振幅歪み特性を比較すると、前者に方形窓を用いた場合、250Hz付近において大きな振幅歪みが、また500Hz幅の振幅値の大きな揺らぎが見られる。バートレット窓を用いた時、方形窓を用いた時と同様に500Hz幅の振幅値の揺らぎが見られるが、揺らぎの量は若干の軽減する。他のウィンド関数を用いた場合、振幅歪みが殆ど見られなくなり、振幅特性は平坦特性を示すこととなる。一方、後者の振幅特性は、第１サブチャネルのフリンジ、つまり125Hz付近において振幅歪みが大きい。

遮断特性をそれぞれ比較すると、Minimax ＦＩＲ Hilbert変換においてウィンド関数に方形窓、ならびにバートレット窓を用いた場合、遮断特性を鋭いものとすることができる。しかし、振幅歪みの軽減が可能であるハニング窓やブラックマン窓などを用いると、逆に遮断特性があまいものとなってしまう。一方、ＳＴ－ＤＦＴ Hilbert変換の遮断特性は、両者を通じて最も鋭い特性を持つことが知れる。

(2). 位相特性

図1(b)にMinimax ＦＩＲ Hilbert変換の位相特性を示し、図2(b)にＳＴ－ＤＦＴ Hilbert変換のそれを示す。

前者において、125Hz～3,875Hzの伝送帯域内の入力信号に対する出力信号の移相量で評価を行った。ウィンド関数としてバートレット窓を用いた場合、移相量の理想からのずれが無視できないほど大きいものとなり、Hilbert変換器としての機能を満足しなくなる。しかし、他のウィンド関数において移相量は -90° で安定している。また、後者においても同様の伝送帯域内で評価した場合、移相量が -90° となることより、位相特性において -90° 移相器としての機能が満足されている。

6. おわりに

ＳＴ－ＤＦＴ Hilbert変換、及びMinimax ＦＩＲ Hilbert変換の定常応答の測定を行い、それぞれの特性の比較検討を行った。

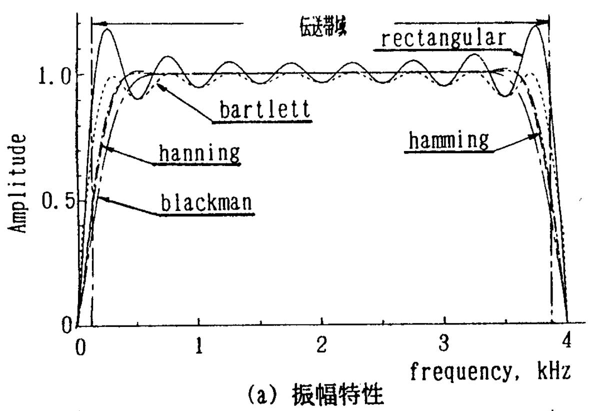
その結果、ＳＴ－ＤＦＴ Hilbert変換の特性が振幅、位相特性共にMinimax ＦＩＲ Hilbert変換のそれと比較して、より理想特性に近いことが明らかになった。

ＳＴ－ＤＦＴ Hilbert変換の振幅歪み特性において、伝送帯域内で生じる歪みは、瞬時スペクトラム解析時に用いる無限長ナイキスト関数を有限長に打ち切ることによる影響と思われる。かかる観点から、今後は振幅歪みを最小に抑えるウィンド関数の適用等を考慮してゆく。

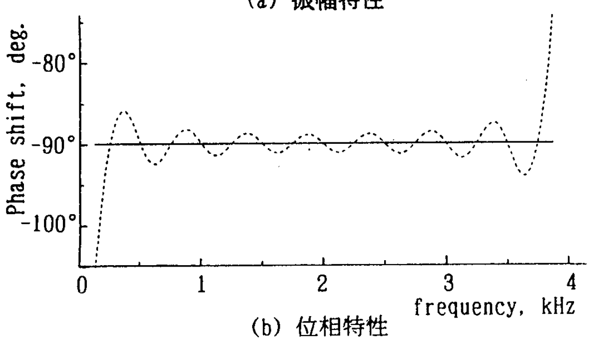
【文献】

[1]L.R.Rabiner and R.W.Schafer,"On the Behavior of Digital Hilbert Transformers",BSTJ,Vol.53, No.2,Feb. 1974,pp.363-390.

[2]岸,伊藤,"Short Time DFT Hilbert変換の定常応答",昭和63年電気関係学会東海支部連合大会,No.410.

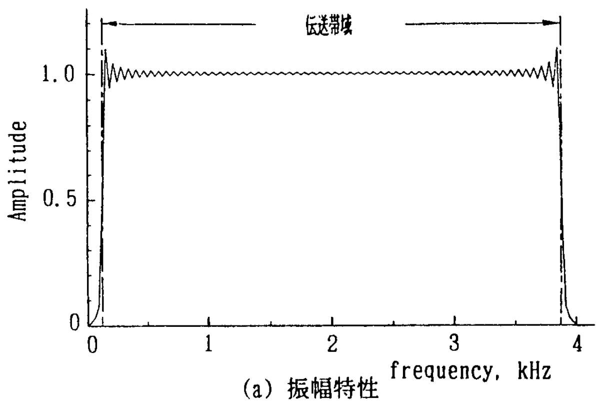


(a) 振幅特性

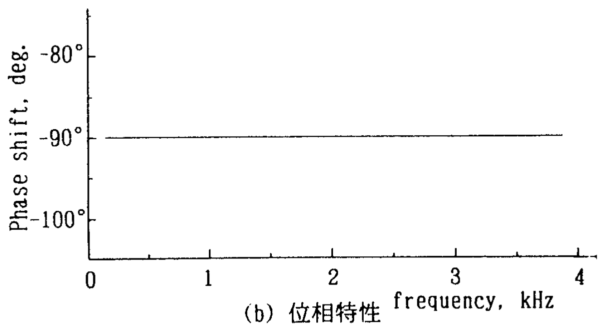


(b) 位相特性

図1. Minimax FIR Hilbert変換の定常応答



(a) 振幅特性



(b) 位相特性

図2. ST-DFT Hilbert変換の定常応答