ニューラルネットワークによる非単調推論

月本 洋[†] 森田 千絵[††]

我々人間が非単調推論を実際に行う状況を簡単に考察すれば，脳を簡単に使って推論するときは「鳥は飛ぶ.」と答え，脳をよく使って推論するときは「たいがいの鳥は飛ぶが，なかには飛ばない鳥もいる.」と答えている.「脳を簡単に使う」は「ニューラルネットワークにおいて一部の変数だけを使う」と解釈でき,「脳をよく使う」は「ニューラルネットワークにおいてより多くの変数を使って推論する」と解釈できる．したがって，一部の変数だけを使って推論するときは「鳥は飛ぶ.」が正しく，より多くの変数を使って推論するときには「鳥は飛ぶ.」が正しくない，というような形で非単調推論を定式化できる．本論文では，ニューラルネットワークの論理的推論で非単調推論を行う方法を提示し，簡単な実験で良好に動作することを述べる．この方法の特長は，非単調推論の規則の学習方法を具備しているということである．別のいい方をすれば，演繹推論と帰納推論（学習）を統合しているということである.

Nonmonotonic Reasoning by Neural Networks

Hiroshi Tsukimoto[†] and Chie Morita[††]

When humans spend a little energy on neural networks in the brain, humans say “Birds fly.” When humans spend a lot of energy on neural networks in the brain, humans say “ Most birds fly, but some exceptional birds do not fly.” “A little energy is spent on neural networks” can be represented as “Only a part of variables in neural networks are used.” “A lot of energy is spent on neural networks” can be represented as “More variables in neural networks are used.” Based on the above facts, nonmonotonic reasoning can be formalized using neural networks. This paper presents a new formalization for nonmonotonic reasoning by the logical reasoning of neural networks, and shows that it works well with a few experiments.

1. はじめに

我々人間は，たとえば「鳥は飛ぶ.」が通常は正しいと考えているが，厳密には正しくないということを知っている．すなわち「ほとんどの鳥は飛ぶが，なかにはペンギンみたいに飛ばない鳥もいる.」というように理解している．これは例外があると解釈できる．また「鳥は飛ぶか.」と聞かれたら，その人の典型的な鳥を想像し，その鳥が飛ぶならば，上記の質問に「鳥は飛ぶ.」と肯定的に答える．もちろんペンギンしか鳥を知らない人は，その人の典型的な鳥はペンギンなので,「鳥は飛ばない.」と答えるであろう.「鳥は飛ぶ.」と答えた人も，さらに頭の中で種々の鳥を想像するならば，なかには飛ばない鳥も想像することができ,「たいがいの鳥は飛ぶが，例外的に飛ばない鳥も存在する.」と答えるであろう.

このような事実を脳神経回路の使用の観点から表現すると，人間が脳神経回路を簡単に使ったときには「鳥は飛ぶ.」と答え，脳神経回路を十分に使ったときには「たいがいの鳥は飛ぶが，例外的に飛ばない鳥も存在する.」と答えると解釈できる．したがって「鳥は飛ぶ.」という規則は脳神経回路を簡単にしか使っていないので，信頼度の低い規則であるといえる．一方「たいがいの鳥は飛ぶが，例外的に飛ばない鳥も存在する.」という規則は脳神経回路を十分に使っているので，信頼度の高い規則であるといえる.

「脳神経回路を軽く使う」,「脳神経回路を十分に使う」は,「ニューラルネットワークにおいて一部の変数のみを使う」,「ニューラルネットワークにおいてより多くの変数まで使う」にいい換えられるので，一部の変数だけを使うと「鳥は飛ぶ.」という信頼度の低い規則となり，多くの変数を使うと「たいがいの鳥は飛ぶが，例外的に飛ばない鳥も存在する.」という信頼度の高い規則となると解釈できる．したがって「ペンギン

† 東京電機大学
Tokyo Denki University
†† RWC 理論アルゴリズム基盤東芝研究室
RWC Theoretical Foundation Toshiba Laboratory

は鳥である.」と「鳥は飛ぶ.」から「ペンギンは飛ぶ.」が推論され，これは「ペンギンは飛ばない.」と矛盾することになるが,「ペンギンは飛ぶ.」という結論を出すのに使われた「鳥は飛ぶ.」という規則はニューラルネットワークにおいて一部の変数だけを使った信頼度の低い規則なので，それを用いた結論である「ペンギンは飛ぶ.」も信頼度の低い結論であるといえ，これに対し,「ペンギンは飛ばない.」は多くの変数を使った信頼度の高い規則であるといえるので，最終的な結論としては「ペンギンは飛ばない.」が選ばれることになる.

この考えに基づいて非単調推論を実現すると，なんらかの概念を学習した複数のニューラルネットワークがある場合，そのニューラルネットワーク間の規則を用いた推論結果が矛盾するときは，より多くの変数を使った信頼度の高い推論結果の方を選ぶ，ということになる.

上記のニューラルネットワーク間の規則の推論の具体的実現方式は，いくつか考えられるが，大きくは以下の 2 方式である.

(1) 人間の処理にできるだけ近い処理方式での実現，いわゆる認知モデル的な処理方式

(2) 記号処理的な情報処理方式

ここでは，後者の記号処理的な情報処理方式を検討する．ニューラルネットワークの規則の論理的推論は中間論理 LC [2),4)]，Łukasiewicz 論理[4)]，Product 論理[3),4)]で実現可能である．ニューラルネットワークがこれらの論理で推論できることは以下のように示される[11)].

(1) ニューラルネットワークは離散定義域で多重線形関数である.

(2) 多重線形関数空間は上記の論理の代数モデルである.

(3) 上記 (1)，(2) よりニューラルネットワークは上記の論理で推論できる.

従来の非単調推論では基本的に，非単調推論の規則の獲得（学習）をほとんど議論してこなかった．通常の規則を獲得（学習）するのも困難であるが，非単調推論の規則を獲得（学習）するのはさらに困難であるといえる．実際の非単調推論システムは規則の学習方法を具備していることが強く望まれる．学習方法の具備の一実現手段として，学習の結果そのものを用いて非単調推論することが考えられる．すなわち，ニューラルネットワークもしくは決定木（またはそれから得られた規則）を用いて非単調推論するのである．本論文の手法はそのニューラルネットワークを用いた手法である．したがって，本論文の手法の特長は，非単調推論の規則の学習方法を具備しているということである．別のいい方をすれば，学習結果を推論対象にすることによって，知識獲得問題を（部分的に）解消しているともいえる．さらに別のいい方をすれば，演繹推論と帰納推論（学習）の統合といえる.

本論文では，ニューラルネットワークの定義域を離散とする．定義域が連続の場合には，適当な方法で定義域を $[0,1]^n$ にできるが，$[0,1]^n$ でも基本的に同様な議論が成立する[9),10)]が，紙数の関係上省略する.

本論文では，最初に 2 章で，多重線形関数（空間）と，ニューラルネットワークが多重線形関数であることを説明し，次に 3 章で，多重線形関数空間が 3 個の非古典論理（連続値論理）の代数モデルであることとニューラルネットワークの論理的推論について説明する．そして 4 章では，ニューラルネットワークの論理的推論による非単調推論について述べる．5 章ではその実験について説明する.

2. 多重線形関数空間

以下では，特に記述がない場合は n は変数の数であり，$\sum$ は $\sum_{i=1}^{2^n}$ である．証明等の詳細は文献 7)，11) を参照.

2.1 多重線形関数の定義

定義 1 n 変数多重線形関数 $f(x_1,\cdots,x_n)$ の定義は以下のとおりである.

$$f(x_1,\cdots,x_n)=\sum p_i x_1^{e_{i1}}\cdots x_n^{e_{in}}$$

ただし p_i は実数，x_j は変数，e_{ij} は 1 か 0 である．別のいい方をすれば，多重線形関数は $p_i x_1^{k_1}\cdot\cdot x_n^{k_n}(k_j\geq 2)$ の項がない多項式関数である.

例 2 変数の多重線形関数 $f(x,y)$ は以下のとおりである.

$$f(x,y)=pxy+qx+ry+s$$

定義域が離散の場合はダミー変数を導入することで定義域を $\{0,1\}$ にできる．以下では定義域は $\{0,1\}^n$ とする.

2.2 多重線形関数空間は，ブール関数のブール代数の原子を基底にする線形空間である

定理 2 変数の定義域が $\{0,1\}$ の場合，多重線形関数空間はブール関数のブール代数の原子で張られる線形空間である.

多重線形関数空間はブール関数のブール代数の原子を基底にする線形空間なのだから，多重線形関数はベクトルで表現される．このベクトル表現を論理ベクトルという．以後，論理ベクトルは $\boldsymbol{f}$，$\boldsymbol{g}$ とも (f_i)，(g_i)

とも書く．

例

$$0.2xy + 0.3x + 0.2y + 0.1 \\ = 0.8xy + 0.4x\overline{y} + 0.3\overline{x}y + 0.1\overline{xy}$$

となるので，論理ベクトルは

$(0.8, 0.4, 0.3, 0.1)$

となる．論理演算のベクトル表現は，ブール代数の論理演算を保存拡大するという制約のもとでいくつか可能であるが，たとえば，以下のとおりである．

$\mathbf{f} \wedge \mathbf{g} = (\min(f_i, g_i))$

$\mathbf{f} \vee \mathbf{g} = (\max(f_i, g_i))$

$\overline{\mathbf{f}} = (1 - f_i)$

2.3 ニューラルネットワークは多重線形関数である

n 変数関数 $f(x_1, \cdots, x_n)$ は，定義域が $\{0, 1\}$ のときは，

$$\begin{aligned} f(x_1, \cdots, x_n) = {} & f(0, 0, \cdots, 0)\bar{x_1}\bar{x_2}\cdots\bar{x_n} \\ & + f(1, 0, \cdots, 0)x_1\bar{x_2}\cdots\bar{x_n} \\ & + f(0, 1, \cdots, 0)\bar{x_1}x_2\cdots\bar{x_n} \\ & + \cdots \\ & + f(1, 1, \cdots, 1)x_1x_2\cdots x_n \end{aligned}$$

と書ける．ただし，$\bar{x} = 1 - x$ である．この式の各項の係数（$f(*, *, \cdots, *)$，ただし*は 0 か 1）中の代入値が 1 のときはそれに対応する変数は x で，代入値が 0 のときは，それに対応する変数は $\bar{x}$ である．この関数には，$p_i x_1^{k_1} \cdot\cdot x_n^{k_n} (k_j \geq 2)$ の項がないので，多重線形関数である．したがって，定義域が $\{0, 1\}$ のときは，任意の関数は多重線形関数になる．よって，定義域が $\{0, 1\}$ のときは，ニューラルネットワークは多重線形関数になる．

簡単なニューラルネットワークの論理ベクトルの例を以下に示す．1 素子から構成されるニューラルネットワークを考える．入力数は 2 とする．入力の定義域は $\{0, 1\}$ とする．出力関数はシグモイド関数 $S(\cdot)$ とする．

$S(ax + by + c)$

は，多重線形関数になり，その論理ベクトルは，

$$(S(a \cdot 0 + b \cdot 0 + c), S(a \cdot 0 + b \cdot 1 + c), \\ S(a \cdot 1 + b \cdot 0 + c), S(a \cdot 1 + b \cdot 1 + c)) \\ = (S(c), S(b + c), S(a + c), S(a + b + c))$$

となる．

3. 連続値論理の代数モデルとしての多重線形関数空間

3.1 多重線形関数空間は連続値論理の代数モデルである

多重線形関数空間はブール関数がつくるブール代数の原子の線形空間である．その部分集合である区間 $[0, 1]$ の直積 $[0, 1]^m$（m は次元）を考える．区間 $[0, 1]$ を代数モデルにする論理はその直積 $[0, 1]^m$ も代数モデルにする．すなわち，区間 $[0, 1]$ に対して完全な論理はその直積 $[0, 1]^m$ に対しても完全である[5]．したがって，多重線形関数空間（の部分集合 $[0, 1]^m$）は連続値論理の代数モデルになる．

これによって，多重線形関数は連続値論理で論理演算ができることになる．そのときの論理演算は多重線形関数のベクトル表現（論理ベクトル）の成分ごとに行う．

3.2 区間 $[0, 1]$ に対して完全な連続値論理

連続値論理はいろいろとあるが，区間 $[0, 1]$ に対して完全であることが望ましい．区間 $[0, 1]$ に対して完全な連続値論理はいくつかあるが，その代表的な論理は中間論理 LC，Łukasiewicz 論理，Product 論理である．この 3 論理について簡単に説明する[3]．

Łukasiewicz 論理[4]，Product 論理[3),4]であるが，各々論理積と含意は以下のように定義される．

1. 中間論理 LC

積：$x \wedge y = \min(x, y)$

含意：$x \to y = \begin{cases} 1 & x \leq y \\ y & \text{その他} \end{cases}$

2. Łukasiewicz 論理

積：$x \wedge y = \max(0, x + y - 1)$

含意：$x \to y = \min(1, 1 - x + y)$

3. Product 論理

積：$x \wedge y = xy$

含意：$x \to y = \begin{cases} 1 & x \leq y \\ y/x & \text{その他} \end{cases}$

3.3 多重線形関数の論理演算

多重線形関数の 3 論理による論理演算を以下に示す．多重線形関数 f，g，すなわち論理ベクトル $\mathbf{f}$，$\mathbf{g}$ に対して，$\mathbf{f} \wedge \mathbf{g}$，$\mathbf{f} \vee \mathbf{g}$，$\mathbf{f} \supset \mathbf{g}$ を以下のように定義する．

中間論理 LC

$\mathbf{f} \wedge \mathbf{g} := (\min(f_i, g_i))$

$\mathbf{f} \vee \mathbf{g} := (\max(f_i, g_i))$

$\mathbf{f} \supset \mathbf{g} := (f_i \supset g_i)$

$$f_i \supset g_i := \begin{cases} 1 & (f_i \le g_i) \\ g_i & (f_i > g_i) \end{cases}$$

Łukasiewicz 論理

$\mathbf{f} \wedge \mathbf{g} := (\max(0, f_i + g_i - 1))$

$\mathbf{f} \vee \mathbf{g} := (\max(f_i, g_i))$

$\mathbf{f} \supset \mathbf{g} := (\min(1, 1 - f_i + g_i))$

Product 論理

$\mathbf{f} \wedge \mathbf{g} := (f_i g_i)$

$\mathbf{f} \vee \mathbf{g} := (\max(f_i, g_i))$

$\mathbf{f} \supset \mathbf{g} := (f_i \supset g_i)$

$$f_i \supset g_i := \begin{cases} 1 & (f_i \le g_i) \\ g_i/f_i & (f_i > g_i) \end{cases}$$

3.4 ニューラルネットワークの論理的推論

何らかの概念を学習したニューラルネットワークは多重線形関数なので，ニューラルネットワークは論理ベクトル表現できる．そのベクトルの成分ごとに前節で述べた論理演算を行うことで，ニューラルネットワークの論理的推論が実現される．

たとえば，ニューラルネットワーク N_1，N_2 を

$N_1 = (0.98, 0.01, 0.01, 0.00)$

$N_2 = (0.02, 0.98, 0.98, 0.99)$

とする．前節の 3 論理での論理的含意

$N_1 \to N_2$

を計算すると，以下のようになる．

中間論理 LC

$N_1 \to N_2 = (0.02, 1, 1, 1)$

Łukasiewicz 論理

$N_1 \to N_2 = (0.04, 1, 1, 1)$

Product 論理

$N_1 \to N_2 = (0.02, 1, 1, 1)$

3 論理ともほぼ同じような結果になる．この例は，論理ベクトルの各成分が 0 か 1 に近い，すなわちブール関数に近い場合である．3 論理がほぼ同じ結果になるということは，論理関数をブール関数に限定すると，3 論理は古典論理になるということを意味する．そこで，論理ベクトルの成分を 0 と 1 からもう少し離れた値にする．

$N_1 = (0.9, 0.8, 0.7, 0.6)$

$N_2 = (0.1, 0.2, 0.3, 0.4)$

とすると，前節の 3 論理での論理的含意は

中間論理 LC

$N_1 \to N_2 = (0.1, 0.2, 0.3, 0.4)$

Łukasiewicz 論理

$N_1 \to N_2 = (0.2, 0.4, 0.6, 0.8)$

Product 論理

$N_1 \to N_2 = (0.1, 0.25, 0.43, 0.67)$

となり，それぞれ異なった結果になる．

なお，

$N_1 \to N_2$

が成立する（真になる）ということはこのベクトルの各成分がすべて 1 になる場合である．

4. ニューラルネットワークの論理的推論による非単調推論

ニューラルネットワークの論理的推論による非単調推論の実現方式について説明する．

なんらかの概念を学習した 2 つのニューラルネットワークを N_1，N_2 とし，論理的含意 $N_1 \to N_2$ を考える．このとき，一部の変数のみを用いた推論結果と，より多くの変数を用いた推論結果を比較することによって非単調推論を実現する．

4.1 変数の順序付け

使用する変数によって結果が異なるので，使用する変数の順序は重要である．本論文では，$f = N_1 \to N_2$ として，各変数の関数 f に対する影響度の大きい順に変数を使用してゆく．変数の影響度は，関数 $f = N_1 \to N_2$ をフーリエ変換した際の係数の大小で評価することとする．このフーリエ変換とは，通常のフーリエ変換ではなく，多重線形関数空間でのフーリエ変換であり，正規直交関数も，以下で説明するように，通常の三角関数（等）ではない．フーリエ変換の係数の大きい変数は関数 f に対して影響が大きいといえるので，この係数の大きい順に変数を使用することとする．

関数 $f = N_1 \to N_2$ のフーリエ変換は，Linial ら[6]が用いた多重線形関数のフーリエ変換を適用する．以下に簡単に説明する．文献 6) では，下記の関数 χ_S を基底関数として用いている．

$$\chi_S(x_1, \cdots, x_n) = \begin{cases} +1 & \sum_{i \in S} x_i \text{が偶数} \\ -1 & \sum_{i \in S} x_i \text{が奇数} \end{cases}$$

ここで，n は変数の数，$S \subset \{1, \cdots, n\}$ である．この関数は直交性と単位性を満たす．すなわち，すべての $S \subset \{1, \cdots, n\}$ に対して

$$\langle \chi_A, \chi_B \rangle = \begin{cases} 0 & (A \neq B) \\ 1 & (A = B) \end{cases}$$

である．内積は次のように定義される．

$$\langle f, g \rangle = 2^{-n} \sum_{x \in \{0,1\}^n} f(x_1, \cdots, x_n) g(x_1, \cdots, x_n)$$

このとき，多重線形関数 $f:\{0,1\}^n \rightarrow R$（$R$ は実数）は，この χ_S の線形結合

$$f = \sum_{S \subset \{1,\cdots,n\}} \hat{f}(S)\chi_S(x_1,\cdots,x_n)$$
$$\hat{f}(S) = \langle f, \chi_S \rangle$$

として一意に表される．

このフーリエ変換を学習後のニューラルネットワーク（多重線形関数）に適用するが，本論文ではブール関数が $f:\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ であるのに対し，Linial の論文ではブール関数が $f:\{0,1\}^n \rightarrow \{-1,1\}$ で表現されているので，学習後のニューラルネットワークの値域を $[0,1]$ を $[-1,1]$ に変換する必要がある．

以上のようにして $S=\{x_1\}$，$S=\{x_2\}, \cdots$ に対して係数 $\hat{f}(S)$ を求め，その係数の大きい順に変数を推論に使用する．たとえば，3 変数で x_1，x_2，x_3 の順に大きいとすれば，最初は，最も影響度の大きい変数 x_1 のみ（「人間が脳神経回路を簡単に使う」に対応する）を使い，次に x_1 に加えて 2 番目に影響度の大きい x_2 も使用し，最後に x_1，x_2 に加えて最も影響度の小さい x_3 の 3 変数（「人間が脳神経回路を十分に使う」に対応する）を使用する．

4.2　結論の信頼度

変数を m 個使った場合には論理的含意（規則）が成立するが，$m+1$ 個使ったときにはこの論理的含意（規則）が成立しないとしよう．このとき

$N_1 \rightarrow N_2, m$

と記述する．この m が小さいほど，その規則は信頼度が低い，すなわち蓋然的であるといえる．なぜならば影響度の高い変数しか使わずに，すなわち影響度の低い変数を無視して，はじめて成立する規則だからである．逆にこの m が大きければ大きいほどその規則は信頼度が高いといえる．

信頼度は自然数だが，変数の数等で適切に正規化すれば，$[0,1]$ の実数（有理数）になる．したがって，信頼度は連続真理値として扱える．複数の規則を同時に用いるときには論理積に相当する演算になり，複数の規則を並列に使うときには論理和に相当する演算になる．連続値論理（ファジー論理）には多くの論理積，論理和が存在するが，最も簡単な min と max を今回は用いる．

たとえば，ニューラルネットワークが 3 個あり，規則 1，規則 2，規則 3 を以下のようにする．

規則 1：$N_1 \rightarrow N_2, m_1$
規則 2：$N_2 \rightarrow N_3, m_2$
規則 3：$N_1 \rightarrow \overline{N_3}, m_3$

表 1　例
Table 1　Example.

	足	色	食	鳥	飛ぶ	ペンギン
はと	2	白	草	Y	Y	N
ペンギン	2	黒	肉	Y	N	Y
くま	4	黒	肉	N	N	N
こうもり	2	黒	草	N	Y	N

ここで，規則 1 と規則 2 から N_3 が結論として出てきたとすると，この N_3 の信頼度を

$\min\{m_1, m_2\}$

と定義する．これは規則 1 の信頼度が m_1 で，規則 2 の信頼度が m_2 で，この 2 つの規則を使って結論 N_3 が出てきたので信頼度の小さい方をその結論の信頼度とするということである．一般的に，規則を k 個連鎖して使って結論を出したときの結論の信頼度は

$\min\{m_1, \cdots, m_k\}$

となる．さらにその結論を得る規則の連鎖が複数個（p 個）並列に存在するときには，それらの最大値をとることとする．すなわち以下のとおりである．

$\max\{\min\{m_{11}, \cdots, m_{1k}\}, \cdots, \min\{m_{p1}, \cdots, m_{pk}\}\}$

4.3　矛盾の回避

今，規則 3 が成立して，結論 $\overline{N_3}$ が出てきたとする．規則 1 と規則 2 からは結論 N_3 が出てくるとする．このとき，規則 3 による結論 $\overline{N_3}$ の信頼度は m_3 であり，規則 1 と規則 2 からの結論の N_3 の信頼度は $\min\{m_1, m_2\}$ になる．$\overline{N_3}$ と N_3 は矛盾するので，信頼度の高い方の結論を採択することにする．$\min\{m_1, m_2\} > m_3$ ならば，結論は N_3 であり，そうでなければ，結論は $\overline{N_3}$，すなわち N_3 の否定である．

なお，信頼度が等しいときの結論の取扱いであるが，これは，エキスパートシステムでの競合解消と類似の問題であり，そこでは，次のように行われることが多い．

(1)　あらかじめルールに優先順位をつけておく．
(2)　厳密なルールを優先する．条件部の項目が多いものを優先する．
(3)　最も新しく使われたルールを優先する．
(4)　適合する事例が最も多いルールを優先する．

これらの規則等を利用して，信頼度が等しいときの取扱いを行う．詳細は，今後，検討したい．

4.4　例

表 1 のようなデータを考える．ただし，はと 19 個，ペンギン 1 個，くま 9 個，こうもり 1 個，計 30 個のサンプルがあったとする．

上記のデータで，3 個のニューラルネットワーク，すなわち，鳥ニューラルネットワーク，飛行ニューラル

ネットワーク，ペンギンニューッラウネットワークを学習させる．そしてたとえば，以下の規則を得たとする．

- 規則 1：鳥 → 飛ぶ，2
- 規則 2：ペンギン → 鳥，3
- 規則 3：ペンギン → 飛ばない，3

規則 1 と規則 2 から，

ペンギン → 飛ぶ，2

が得られるが，これは規則 3 と矛盾する．規則 3 の信頼度のほうが高いので，ペンギンは飛ばない，が結論として採用される．

非単調推論が良好にいくかどうかには，学習データの適切性と論理の適切性が重要である．

4.5 適切な学習データ

学習データが適切であるかどうかは重要である．すなわち，学習データが不適切であれば，ニューラルネットワークはその不適切なデータを学習するので，当然のことながら，我々人間にとって自然な非単調推論が実現できない．たとえば，鳥に関してはペンギンだけのデータをニューラルネットワークに学習させれば，当然のことながら,「鳥は飛ばない」という規則を学習することになる．これは我々からすればおかしいが，これはこれで正しい．ペンギンしか鳥を知らない人にとっては,「鳥は飛ばない」は正しいのである．したがって，学習データを適切に与える必要がある．

4.6 適切な論理

推論に用いる論理が適切であるかどうかは重要である．推論に用いる 3.2 節の 3 個の論理は完全な連続値論理である．すなわち，$[0,1]$ で成立することが証明できる論理である．このような完全性を有していることは，好ましいことである．が，この完全性は必要条件であるが，十分条件ではない．それでは，十分条件とは何であろうか．十分条件としては，これらの論理で行う推論が自然でなければならない，ということがあげられるであろう．論理的に推論ができても，推論結果が不自然であれば，実用にはならない．それでは，自然な推論とは何であろうか.「自然な推論」の定義は，人間が普段行っている推論と同じような推論をすることであろう．しかしながら，この「人間が普段行っている推論」とは何であろうか．この定義も難しい．

条件付き確率で行う推論が「自然な推論」に近いということが考えられる．それでは，条件付き確率の計算そのもので推論し，別に連続値論理を持ち出さなくてもよいではないかと考える読者もいるかもしれない．非単調推論を行うためには，それなりに，証明可能，証明不可能という概念が必要であるが，条件付き確率の計算にはシーケント計算，自然演繹等の論理的形式体系がない[8]．条件付き確率の計算には，証明可能，証明不可能という概念がないのである．これが，条件付き確率の計算の問題点である．

それでは，条件付き確率の計算，すなわち非独立事象の確率計算を論理的に形式化すればよいと考える読者もいよう．しかし，非独立事象の確率計算を論理的に形式化して，形式体系をつくることは，不可能であるといってよい．

そこで，以下の実験では，条件付き確率計算も行い，3 個の論理の計算結果と比較する．

表 2 実験 1
Table 2 Experiment 1.

	羽	生	場	色	鳥	飛	ペンギン
はと	有	卵	日本	白	Y	Y	N
ペンギン	有	卵	南極	黒	Y	N	Y
くま	無	胎	日本	黒	N	N	N
こうもり	有	胎	日本	黒	N	Y	N
ふな	無	卵	日本	黒	N	N	N
白熊	無	胎	南極	白	N	N	N
アイスフィッシュ	無	卵	南極	白	N	N	N

5. 実 験

ここでは，データをニューラルネットワークに学習させて，そのニューラルネットワーク間で規則をつくり，中間論理 LC，Łukasiewicz 論理，Product 論理の 3 論理で推論を行い，非単調推論が実現できるかどうかの実験を行う．

5.1 実 験 1

与えるデータは**表 2** のとおりである．表 2 のデータは，実際の事実を簡略化しているので，異論がある読者もおられようが，ご容赦いただきたい．簡略化している例は，たとえば,「ペンギン」の「色」を「黒」にしている，である．

表 2 のデータで「鳥」と「飛ぶ」と「ペンギン」の 3 個の概念をニューラルネットワークに学習させた．中間素子は 2 個にした．誤差逆伝播法で学習させた．収束誤差は 0.01 以下であった．そして以下の規則の真理値を計算した．

- 規則 1：鳥 → 飛ぶ
- 規則 2：ペンギン → 鳥
- 規則 3：ペンギン → 飛ばない

論理計算の結果は論理ベクトルで表現される．そして，全成分が 1 のときに真となる．それ以外のときは真ではない．真でない場合に関しては，参考までに以下の値を計算した．なお，この値は論理的真理値ではない．

成分が 1 の数/次元数

たとえば，使用する属性（入力変数）が 3 個の場合の論理ベクトル（$2^3 = 8$ 次元となる）が

$$(1, 1, 0.8, 1, 1, 1, 1, 1)$$

であれば，上記の値は $7/8 = 0.875$ である．なお，不使用属性（入力変数）には 0.5 を代入した．

上記の 3 個の規則の真理値（と上記の値）を**表 3, 4, 5** に示す．5 回行い，その平均をとった．表の左の数字は使用した変数の数である．3 個の論理の結果が違うのは，3 個の論理で → の定義が異なり，それにともない，変数の使用（順序）が異なるからである．変数の使用（順序）に関しては，4.1 節を参照．

また，参考までに各規則の条件付き確率を求めた．条件付き確率は，規則の前件部のニューラルネットワークの値が 1 のときに後件部のニューラルネットワークの値が 1 である確率を求めた．実際にはニューラルネットワークの出力値は厳密に 1 にならないので，0.9 以上で 1 と判定した．不使用属性（入力変数）に関しては，0.5 を代入した．

条件付き確率は計算できない場合がある．これは，使用属性が少ないときは，前件部のニューラルネットワークの値が 1 にならないからである．条件付き確率の計算は，全属性（入力変数）を用いれば，必ず計算できるが，学習データでの条件付き確率の計算と一致する保証はない，なぜならば，ニューラルネットワークの予測部分があるからである．また，用いる論理によって条件付き確率が異なるのは，選択される変数に差があるからである．

表 3，4，5 より 3 個の規則の信頼度は以下のようになり，非単調推論が良好に行われる．

- 規則 1：鳥 → 飛ぶ，1
- 規則 2：ペンギン → 鳥，4
- 規則 3：ペンギン → 飛ばない，4

なお，規則 1：鳥 → 飛ぶが成立したときに用いられた変数は,「生」であった．ニューラルネットワークの重み係数は，学習ごとに異なる可能性があるが，本実験では，5 回とも「生」が用いられた．

表 3 鳥は飛ぶ
Table 3 Birds fly.

	中間論理 LC		Łukasiewicz 論理		Product 論理	
		確率		確率		確率
1	1.00	0.50	1.00	0.57	1.00	0.50
2	0.75	0.33	0.75	0.26	0.75	0.33
3	0.63	0.60	0.75	0.50	0.63	0.60
4	0.42	0.49	0.81	0.48	0.42	0.48

表 4 ペンギンは鳥
Table 4 Penguins are birds.

	中間論理 LC		Łukasiewicz 論理		Product 論理	
		確率		確率		確率
1	1.00	-	1.00	-	1.00	-
2	1.00	-	1.00	-	1.00	-
3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

表 5 ペンギンは飛ばない
Table 5 Penguins do not fly.

	中間論理 LC		Łukasiewicz 論理		Product 論理	
		確率		確率		確率
1	1.00	-	1.00	-	1.00	-
2	1.00	-	1.00	-	1.00	-
3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
4	1.00	0.67	1.00	0.67	1.00	.0.67

5.2 実 験 2

実験 2 ではもう少し大きいデータ（**表 6**）で実験を行った．ただし，表中の頻度は用いない．表 6 のデータは，実際の事実を簡略化しているので，異論がある

表 6 実験 2
Table 6 Experiment 2.

	鳴	速度	羽	嘴/口	生物	重量	鳥	飛行	ペンギン	頻度
はと	Y	速	大	嘴	Y	軽	Y	Y	N	100
ペンギン	Y	遅	小	嘴	Y	重	Y	N	Y	50
こうもり	Y	速	大	口	Y	軽	N	Y	N	50
風船	N	遅	小	口	N	軽	N	Y	N	50
チータ	Y	速	小	口	Y	軽	N	N	N	50
ロボット	N	遅	小	口	N	重	N	N	N	50
すずめ	Y	遅	大	嘴	Y	軽	Y	Y	N	100
蝶	N	遅	大	口	Y	軽	N	Y	N	100
だちょう	Y	速	小	嘴	Y	重	Y	N	N	50
飛行機	N	速	大	口	N	重	N	Y	N	100
象	Y	遅	小	口	Y	重	N	N	N	50
赤ちゃん	Y	遅	小	口	Y	軽	N	N	N	100
にわとり	Y	遅	大	嘴	Y	重	Y	N	N	100
自動車	Y	速	小	口	N	重	N	N	N	200
大人	N	遅	小	口	Y	重	N	N	N	200

表 7 鳥は飛ぶ
Table 7 Birds fly.

	中間論理 LC		Łukasiewicz 論理		Product 論理	
		確率		確率		確率
1	1.00	0.49	1.00	0.49	1.00	0.49
2	0.74	0.25	0.75	0.25	0.75	0.25
3	0.80	0.62	0.81	0.62	0.80	0.61
4	0.74	0.53	0.75	0.53	0.74	0.53
5	0.75	0.54	0.76	0.54	0.75	0.54
6	0.75	0.54	0.76	0.54	0.75	0.54

表 8 ペンギンは鳥
Table 8 Penguins are birds.

	中間論理 LC		Łukasiewicz 論理		Product 論理	
		確率		確率		確率
1	1.00	-	1.00	-	1.00	-
2	1.00	-	1.00	-	1.00	-
3	1.00	0.01	1.00	0.01	1.00	0.01
4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
5	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
6	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

表 9 ペンギンは飛ばない
Table 9 Penguins do not fly.

	中間論理 LC		Łukasiewicz 論理		Product 論理	
		確率		確率		確率
1	1.00	-	1.00	-	1.00	-
2	1.00	-	1.00	-	1.00	-
3	1.00	0.81	1.00	0.81	1.00	0.81
4	1.00	0.74	1.00	0.74	1.00	0.74
5	1.00	0.76	1.00	0.76	1.00	0.76
6	1.00	0.82	1.00	0.82	1.00	0.82

表 10 鳥は飛ぶ
Table 10 Birds fly.

	中間論理 LC		Łukasiewicz 論理		Product 論理	
		確率		確率		確率
1	1.00	0.49	1.00	0.50	1.00	0.49
2	0.75	0.25	0.75	0.25	0.75	0.25
3	0.75	0.61	0.76	0.62	0.76	0.62
4	0.73	0.50	0.75	0.50	0.73	0.49
5	0.72	0.50	0.74	0.49	0.72	0.50
6	0.73	0.51	0.75	0.51	0.73	0.51

表 11 ペンギンは鳥
Table 11 Penguins are birds.

	中間論理 LC		Łukasiewicz 論理		Product 論理	
		確率		確率		確率
1	1.00	-	1.00	-	1.00	-
2	1.00	-	1.00	-	1.00	-
3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
5	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
6	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

表 12 ペンギンは飛ばない
Table 12 Penguins do not fly.

	中間論理 LC		Łukasiewicz 論理		Product 論理	
		確率		確率		確率
1	1.00	-	1.00	-	1.00	-
2	1.00	-	1.00	-	1.00	-
3	1.00	0.96	1.00	0.96	1.00	0.96
4	1.00	0.69	1.00	0.70	1.00	0.69
5	1.00	0.79	1.00	0.80	1.00	0.79
6	1.00	0.89	1.00	0.89	1.00	0.89

読者もおられようが，ご容赦いただきたい．簡略化している例は，たとえば,「羽」の「大小」である.「大人」の「羽」を「小」にしているが，実際は「無」であるが,「小」が「無」を含むとする．

誤差逆伝播法で学習させた．収束誤差は 0.01 以下であった．他の実験条件は実験 1 と同様である．その結果が**表 7，8，9** である．

表 7，8，9 より 3 個の規則の信頼度は以下のようになり，非単調推論が良好に行われる．

- 規則 1：鳥 → 飛ぶ，1
- 規則 2：ペンギン → 鳥，6
- 規則 3：ペンギン → 飛ばない，6

なお，規則 1：鳥 → 飛ぶが成立したときに用いられた重み係数は，5 回の学習いずれでも，上位 3 個は「羽」,「嘴/口」,「重量」であった．

5.3 実 験 3

実験 1，2 ではデータに頻度がなかった．現実の観察では，ペンギンはほとんど目にしないが，はとはよく目にする．このような事実をデータに反映させる必要がある．ここでは，頻度付きのデータで同様の実験を行う．

誤差逆伝播法で学習させた．収束誤差は 0.01 であった．他の実験条件は実験 1 と同様である．その結果を**表 10，11，12** に示す．

表 10，11，12 より 3 個の規則の信頼度は以下のようになり，非単調推論が良好に行われる．

- 規則 1：鳥 → 飛ぶ，1
- 規則 2：ペンギン → 鳥，6
- 規則 3：ペンギン → 飛ばない，6

なお，規則 1：鳥 → 飛ぶが成立したときに用いられた重み係数は，5 回の学習いずれでも，上位 3 個は「羽」,「嘴/口」,「重量」であった．

5.4 考 察

実験結果より以下のことがいえる．

（1） データを学習したニューラルネットワークの規則の信頼度を 3 個の論理で求めて，非単調推論を行って良好な結果を得た．

（2） 3 種類のデータ（表 2，表 6（頻度無)，表 6（頻

度有））で，ほぼ同様な結果になった．

（3）　条件付き確率は，属性（入力変数）が少ないときは,（予測領域で）計算不能の場合がある．

（4）　今回の実験では，3 論理の結果に大きな差がなく，基本的に，自然な非単調推論が実現されているが，どの論理が（より）自然な非単調推論ができるかを，数多くの実験を行って調べる必要がある．

6. おわりに

本論文では，人間の非単調推論の状況にヒントを得て，非単調推論をニューラルネットワークの論理的推論によって定式化し，簡単な実験で良好に動作することを確認した．この方法の特長は，従来の非単調推論ではほとんど議論されなかった非単調推論の規則の獲得（学習）の方法を具体的に備えていることである．別のいい方をすれば，演繹推論と帰納推論（学習）の統合である．

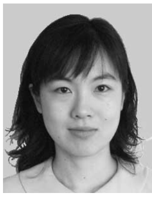
本実験では，規則を得る元データが存在するので，元データを調べることによって非単調推論に相当することは実現できるが，実際の我々人間が行っている非単調推論は，そのような元データが存在しない状況で，学習された神経回路だけで行っているので，ニューラルネットワークによる非単調推論が有意義なのである．

参 考 文 献

1) Dalen, D.V.: Intuitionistic logic, *Handbook of Philosophical Logic III*, Gabbay, D. and Guenthner, F. (Eds.), pp.225–339, D. Reidel (1984).
2) Dummett, M.: A Propositional Calculus with Denumerable Matrix, *The Journal of Symbolic Logic*, Vol.24, No.2, pp.97–106 (1959).
3) Hájek, P., Godo, L. and Esteva, F.: A complete many-valued logic with product conjunction, *Archive for Mathematical Logic 35*, pp.191–208 (1996).
4) Hájek, P.: *Metamathematics of Fuzzy Logic*, Kluwer (1998).
5) Hosoi, T. and Ono, H.: Intermediate Propositional Logics (A Survey), *Journal of Tsuda College*, Vol.5, pp.67–82 (1973).
6) Linial, N., Mansour, Y. and Nisan, N.: Constant depth circuits, Fourier transform, and learnability, *J. ACM*, Vol.40, No.3, pp.607–620 (1993).
7) Tsukimoto, H.: Extracting Propositions from Trained Neural Networks, *Proc. 16th International Joint Conference on Artificial Intelligence* (*IJCAI-97*), pp.1098–1105 (1997).
8) 小野寛晰：情報科学における論理，日本評論社 (1994).
9) 月本　洋：命題論理の幾何的モデル，情報処理学会論文誌，Vol.31, No.6, pp.783–791 (1990).
10) 月本　洋：古典論理の全ての公理を満たす連続値論理関数について，電子情報通信学会論文誌，Vol.J77-D-I, No.3, pp.247–252 (1994).
11) 月本　洋：パターン推論—ニューラルネットワークの論理的推論，電子情報通信学会論文誌，Vol.J83-D-II, No.2, pp.744–753 (2000).

(平成 13 年 9 月 10 日受付)
(平成 14 年 6 月 4 日採録)

月本　　洋（正会員）
1978 年東京大学工学部計数工学科卒業．1980 年同大学院修士課程修了．1995 年工学博士（東京大学）．現在，東京電機大学工学部情報通信工学科教授．電子情報通信学会，人工知能学会 AAAI 等の会員．



森田　千絵（正会員）
1991 年津田塾大学学芸学部数学科卒業．同年（株）東芝入社．現在研究開発センターにてデータマイニング等の研究に従事．人工知能学会会員．