

逐次二次計画法プログラムの
実用的問題への適用

5D-8

田村 正義¹ 野中 久典² 小林 康弘²
(株)日立製作所 ソフトウェア工場¹, エネルギー研究所²

1. はじめに

非線形最適化手法の一つであり、近年注目されている逐次二次計画法のプログラムを実用的問題に適用評価した。逐次二次計画法は、現在の探索点で非線形最適化問題を近似した二次計画問題を解き、その解を探索方向として次の探索点を求める反復法である。逐次二次計画法のPAD図を図1に示す。

逐次二次計画法が効率、信頼性の面で優れていることは多くの研究によって確認されている[1], [2]。本研究で作成した逐次二次計画法プログラムも標準的なテスト問題に対しては良好な結果を得ている。そこで、逐次二次計画法プログラムの実用的問題に対する適用評価を試みた。

2. Kuhn-Tucker条件(KTC)を満足しない最適点をもつ問題

逐次二次計画法はKuhn-Tucker条件(KTC)を満足する最適点を発見しようとする手法である。目的関数が凸関数であり、可能領域(全ての制約条件を満足する領域)が凸である等の条件の下では、最適点はKTCを満足する。通常、非線形最適化の収束性等を論じる場合、これらの仮定の下である。KTCを満足しない最適点に対する逐次二次計画法の動作は検討されていなかった。しかし、実用的問題の最適点は、しばしばKTCを満足しない。そこで、図2に示したKTCを満足しない最適点をもつ問題に対して逐次二次計画法プログラムを適用した。計算結果を表1に示す。表1から分かるように逐次二次計画法プログラムによってKTCを満足しない最適点を求めることができている。これは最適点の近傍に、ほぼKTCを満足する点が存在しているからである。その点は次のとおりである。

$$x_1 = 1 + \epsilon a, \quad x_2 = \epsilon b$$

$$u_1 = \frac{2}{3} \left\{ \frac{1}{(\epsilon a)^2} - \frac{1}{\epsilon a} \right\} > 0$$

$$u_2 = 0, \quad u_3 = u_1 + 2\epsilon b > 0$$

ただし、 u_i は制約条件 $g_i(x) \geq 0$ に対応するラグランジュ乗数であり、

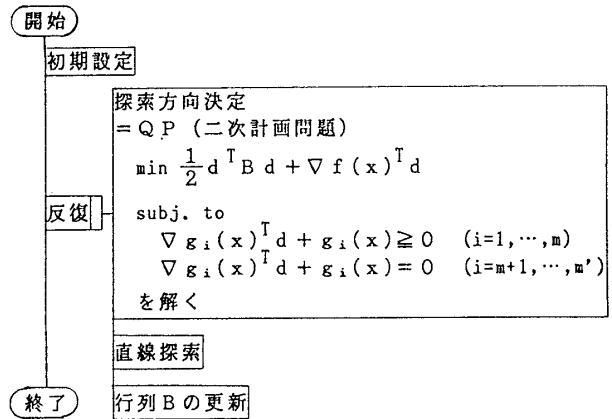


図1 逐次二次計画法のアルゴリズム

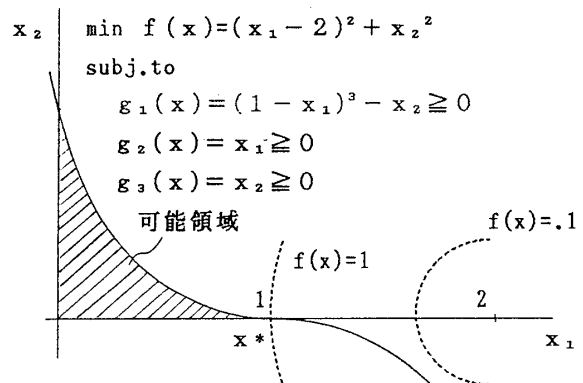


図2 Kuhn-Tucker条件を満足しない最適点 x^*

表1 Kuhn-Tucker条件を満足しない最適点に対する計算結果

#	QP解法	直線探索手法	正解桁	反復回	CPU (msec)	関数評価回数
1	GI法[4]	黄金分割法	11.4	26	80.8	f 419 ∇f 26 g 1257 ∇g 78
2	"	Armijo法	11.4	11	24.5	f 57 ∇f 11 g 171 ∇g 33
3	最小二乗法[5]	黄金分割法	10.7	8	55.0	f 45 ∇f 8 g 135 ∇g 24
4	"	Armijo法	10.6	7	19.0	f 28 ∇f 7 g 84 ∇g 21

注) HITAC M-680Hによる倍精度計算
収束判定許容値は 10^{-6}

Application of Sequential Quadratic Programming to Actual Problems

Masayoshi Tamura, Hisanori Nonaka, Yasuhiro Kobayashi

Hitachi, Ltd.

$a^2 + b^2 = 1, a \neq 0, b \ll \epsilon, \epsilon$ は微小正数である。

このような問題に関しては、 x の次元数が増えても上記のような現象が起きると推定できる。

3. コンポーネント最適配置問題

大きくて難しい実用的な問題として、ネットワークで連結されたコンポーネントの最適配置問題[3]を選んだ。幅 w_i , 高さ h_i の長方形コンポーネント C_i を軸の端点 P_{i1}, P_{i2} , 軸の長さ l_i , そして半径 r_i で表す。正方形コンポーネントは重心 P_i と半径 r_i で表す。長方形コンポーネントは P_{i1} と P_{i2} を表す四つの変数で位置が決まり、正方形コンポーネントは P_i を表す二つの変数で位置が決まる。目的関数は連結しているコンポーネントの中心間の距離の和であり、これを最小化する。コンポーネントには、次の五つタイプの制約条件を与えた。(1) 重ならない、(2) 領域の中にある、(3) いくつかは、ある特定の境界辺に接する、さらに長方形コンポーネントは

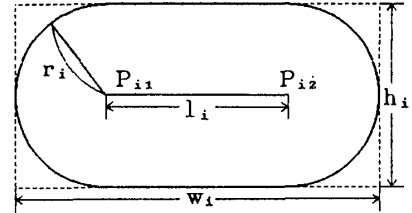


図3 コンポーネント C_i

(4) 軸の端点 P_{i1} と P_{i2} の距離が軸の長さと同じ、(5) 軸が境界辺と平行である。

この問題は多峰性の問題である。コンポーネントが入れ代わるためには、一旦重なる必要があるからである。そこで、最初(1)の制約条件を無視して解き、その結果に対して(1)の制約条件を与える。また、長方形コンポーネントが交わっているときは負の距離を定義している。

表2に最適配置の計算結果を示す。ただし、QP解法はGI法、直線探索はArmijo法を用いている。また、軸の端点群を対角線上に等間隔に並べたところから出発している。

表2 コンポーネント最適配置問題の計算結果

#	コンポーネントの形状, 数	変数	不等式制約 (有効制約)	等式制約	微分	$\ \nabla L\ $ r^*	CPU(sec)	関数評価回数
1	長方形 25個	100	300 (6)	72	数値微分	6.3×10^{-3} 3.6×10^{-3}	149.5	f 8684 g 202776
2	正方形 50個	100	1225 (42)	12	解析微分	1.1×10^{-5} 0.0	100.1	f 143 ∇f 527 g 46003 ∇g 16626

注) $\|\nabla L\|$: ラグランジュ関数の勾配のノルム r^* : 解における制約条件の不満足度
 有効制約とは、解で等号が成立している制約である。
 HITAC M-680Hによる倍精度計算 収束判定許容値は 10^{-6}

図4, 図5に最適配置の結果を示す。ただし、領域は辺の長さ20の正方形であり、図5は辺の長さ1の正方形コンポーネントの重心を表している。

4. おわりに

本研究で作成した逐次二次計画法プログラムによれば、標準的な問題はもちろん、Kuhn-Tucker条件を満足しない最適点をもつ問題や、大きくて難しい実用的問題をも解くことができた。

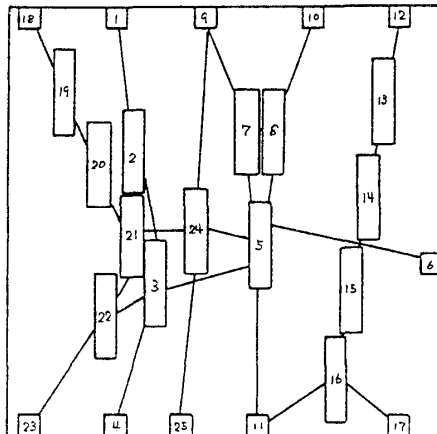


図4 長方形コンポーネント最適配置

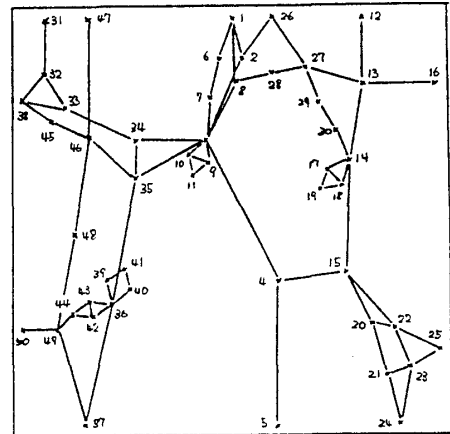


図5 正方形コンポーネント最適配置

参考文献

[1] W.Hock, K.Schittkowski: Test Examples for Nonlinear Prog. Codes, Springer(1981)
 [2] K.Schittkowski: More Test Examples for Nonlinear Prog. Codes, Springer(1987)
 [3] L.Sha, R.W.Dutton: An Analytical Algorithm for Placement of Arbitrarily Sized Rectangular Blocks, 22nd Design Automation Conference, 1985 IEEE
 [4] D.Goldfarb, A.Idnani: Math.Prog., 27, pp1-33(1983)
 [5] K.Schittkowski, J.Stoer: Numer.Math., 31, pp431-463(1979)