4R-7

ＬＳＩのゲート配置可能性の一判定法

今井 正紀 , 藤野康弘 , 村井 真一
三菱電機（株）

１．まえがき

クラスタリング手法は，相互に関連が深いもの同士をまとめ，問題となっている対象をクラスタ群に類別する手法である。これにより，問題が扱いやすくなることがあるため，いろいろなプログラムの中でしばしば用いられる。ＬＳＩチップ内にゲートを配置するＣＡＤプログラムでは，それらのクラスタ間の交換によって配置結果を改善する目的や，チップ構造の制限などから，クラスタのサイズを揃えるという条件付きのクラスタリングが必要になることがある。[1] ところで、このような，条件付きクラスタリングは，ゲートのサイズが１以上の任意の値をとる時は，いつでも可能であるとは限らない。

本論文では，ある回路が与えられた時に，サイズが揃ったクラスタ群に分割出来るという意味で回路が配置可能であるかどうかを，実際に配置プログラムを実行しないで統計的に判定する方法と，その適用結果について報告する。

２．問題の概要

図１のように，セル段を電源，グランド線が縦断している場合には，そこはセル配置禁止となるため必然的にセル段はいくつかのブロックに分けられる。（図１では４ブロック／セル段，ｎセル段あるとすると，総ブロック数は４ｎとなる。）さらにこのブロックは配置改善の機会を増やすなどの理由で，いくつかのサブブロックに分けられることがある。以下では，そのサブブロックをあらためてブロックと見做すことにする。図２に示す様に，これらのブロックは一定のサイズを持った箱と考えることが出来る。図１のようなチップ構造から図２のようなブロックを抽出した後ではブロックのサイズと個数だけを問題にし，ブロックの位置に関する情報は無視する。

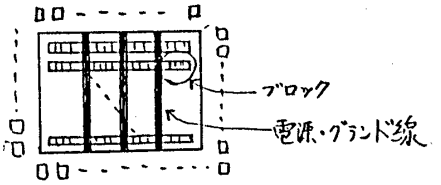

図１．ＬＳＩチップ構造の例

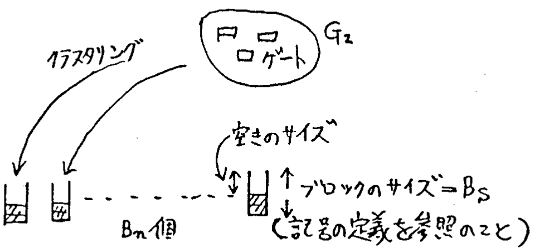

図２．ブロックの集合

３．判定条件式の導出

（ａ）記号の定義

Ｂｓ	：	ブロックのサイズ
Ｂｎ	：	ブロックの個数
ｇｉ	：	添字ｉを持つゲート
Ｓ（ｇｉ）	：	ゲートｇｉのサイズ
Ｇ	：	ゲート全体からなる集合
Ｇ１	：	ある時点ですでにクラスタリングされているゲートからなる集合（言いかえれば，ある時点で，既に箱のなかに入れられているゲート全体からなる集合）
Ｇ２	：	Ｇ－Ｇ１
S^k	：	Ｇの中でｋ番目に小さいサイズを持っているゲートのサイズ

（ｂ）クラスタリングの手順に関する仮定

出来るだけ多くのゲートが箱の中に入れられることを中心に考えれば，それなりの戦略はある。つまり，大きいサイズのものから箱の中に入れて行けばよい。ただ，そうすると接続関係が強いゲートをまとめるというクラスタリング本来の目的に反したものとなる。そこで次のように考える。接続関係の強さに基づいたクラスタリングに従ってゲートを箱の中に入れようとした時，サイズの関係でそれが不可能な場合に初めて，サイズを重視したクラスタリングが起動されると仮定する。

（ｃ）判定条件式の導出

空き領域のトータルは次式で与えられる。

$$B_s \cdot B_n - \sum_{g \in G_1} S(g) \qquad (1)$$

Ｂｎ個の個々のブロックの空き領域のサイズをＸｉ（ｉ＝１，２，．．．，Ｂｎ）とする。今，式（１）で与えられるトータルの空き領域をＢｎのブロックに同程度の確からしさで分配した結果が，Ｘｉであるとすると，Ｘ＝（Ｘ１，Ｘ２，・・・・・，X_{B_n}）の極限分布は次のようになる。

$$\begin{aligned} E(X_i) &= \Big(B_s \cdot B_n - \sum^{G_1} S(g)\Big)/B_n \\ V(X_i) &= \Big(B_s \cdot B_n - \sum^{G_1} S(g)\Big) P_i (1-P_i) \qquad (2) \\ COV(X_i, X_j) &= \sqrt{V(X_i) \cdot V(X_j)} \cdot P_i \cdot P_j \\ P_i &= 1/B_n \\ i &= 1, 2, \cdots, B_n \end{aligned}$$

またクラスタリングが不能である条件式は以下のようになる。

$$\forall_i ; \quad X_i < \max_{g \in G_2} S(g) \qquad (3)$$

A test of placement possibility

M. Imai , Y. Fujino , S. Murai

Mitsubishi electric corporation

ここで，Ｂｎが大きいとＸｉは，ほとんど平均値のまわりに出現するという多項分布の性質と，ゲートの使用率が高い場合には空き領域の平均サイズよりは，ｍａｘＳ（ｇ）が大きいとしてよいということから（２），（３）を用いて，ＧがＧ１，Ｇ２と分割されている時点で，Ｇ２の任意のゲート１個がどれかの箱の中に入れることが出来る確率は，近似的に次のように表される。

$$\alpha=\left(\frac{\max_{g\in G_2}S(g)-E}{\sqrt{V}}\right)\text{のもとで}$$

$$\frac{B_n-1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\alpha}^{\infty}e^{-\frac{1}{2}t^2}dt \qquad (4)$$

（ｄ）$\max_{g\in G_2}S(g)$ の評価

クラスタリングは，仮定（ｂ）に基づいて行われるので，ある時点でＧ２からどのようなゲートがクラスタリングの対象として選ばれるかは，サイズに関してはランダムとみなす。このような仮定のもとで，ある時点でＧ２の中の最大サイズを見積もるのが目的である。

Ｇのゲート群をサイズの順番に番号をつける。

$$S(g_1)<S(g_2)<\cdots\cdots<S(g_{|G|})$$

一般には，等サイズのゲートがあるが，ここでは全て異なるとしておく。Ｇ２に含まれるゲートのサイズの順位の和で定義される統計量を考える。すなわち

$$T\triangleq\sum_{k\in K}k;\ K=\{k\mid S^k(g);\ g\in G2\}$$

Ｔは $|G2|$ がある程度大きいと（有意水準にもよるが例えば１０以上）正規分布にしたがうと近似できる。[1]
その時Ｔは漸近的に次のような平均と分散を持っている。

$$\text{平均}\quad \mu=\frac{|G_2|\cdot(|G|+1)}{2}$$

$$\text{分散}\quad \sigma^2=\frac{|G_1||G_2|(|G|+1)}{12}$$

$T/|G2|$はサイズ順位和はＴであったときのＧ２の平均順位をあらわしている。したがって最大順位ではないのであるが，Ｔの分布の大きい方の裾野の値をとることによって，$T/|G2|$で最大順位を評価する。

$Pr(T\leq\mu+m^{(\beta)}\cdot\sigma)\leq\beta$ とすると β の信頼度でＧ２の中には，サイズ順位が $\frac{\mu+m^{(\beta)}\cdot\sigma}{|G_2|}$ 以上のゲートが少なくとも１つあるといえる。すると

$$\max_{g\in G_2}S(g)\geq S^{\frac{\mu+m^{(\beta)}\cdot\sigma}{|G_2|}}\quad\left(k\triangleq\frac{\mu+m^{(\beta)}\cdot\sigma}{|G_2|}\right)$$

であるが $\max S(g)=S^k$ と見積もる。このように評価することの危険率は $1-\beta$ である。

さて，（４）式で計算されるクラスタリング可能である確率が γ 以上であるかどうかをみるためには次の不等式を満たす α を正規分布表から求める。

$$\frac{B_n-1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\alpha}^{\infty}e^{-\frac{1}{2}t^2}dt\geq\gamma \qquad (5)$$

その値を $\alpha^{(\gamma)}$ とすると

$$\alpha^{(\gamma)}\geq\frac{\max_{g\in G_2}S(g)-\left(\frac{B_s\cdot B_m-\sum_{g\in G_1}S(g)}{B_m}\right)}{\sqrt{\left(B_s\cdot B_m-\sum_{g\in G_1}S(g)\right)\cdot\frac{1}{B_m}\left(1-\frac{1}{B_m}\right)}} \qquad (6)$$

ｍａｘＳ（ｇ）が正しい値ならばこの不等式が成立すれば γ の確率でクラスタリングが可能であるといえる。

ところが，ｍａｘＳ（ｇ）自体，ある危険率のもとで選定したものであったから，以下のような表現になる。

不等式（６）が成立することから，確率　でクラスタリングが，Ｇ＝Ｇ１⊕Ｇ２なる時点で少なくとも，あと１回可能であると判断することの危険率は $1-\beta$ である。

実は，この判断は，クラスタリングの全ての段階で行う必要がある。すなわち、$|G2|=|G|,\ |G|-1,\cdots\cdots,\ 2,\ 1$ に対して行う必要がある。一方，これまでの議論で，正規分布の仮定が有効であるためには，$|G2|\geq10$ を満足している必要がある。さらに $|G|$ が大きい場合には，クラスタリングが不能となった時点でＧ２が $|G2|\geq10$ を満たしていると考えてよいだろう。このような理由で，$|G2|=10$ となった時点での判断のみで可能性を判定する。したがって，可能と判定されても $|G2|=9,\ 8,\cdots,\ 1$ で初めて不能となる可能性は残されている。

４．実験結果

表１に実験結果を示す。クラスタリング出来る確率を一律に９５％としたときの危険率で表す。

回路名	ゲート数(素子数)	論理規模(※)	Bs	Bm	セル使用率	危険率	実際
A	2524	7790	138	176	98.7(%)	2.5(%)	O
B	1623	6950	69	308	98.1(%)	≳50(%)	X
B	〃	〃	69	312	96.8(%)	30(%)	X
B	〃	〃	69	320	94.4(%)	15(%)	X
C	2206	7290	69	352	92.7(%)	2.5(%)	O
B	1623	6950	69	342	88.2(%)	10(%)	O
D	2724	7011	138	176	86.6(%)	2.5(%)	O
E	2279	6922	276	88	85.5(%)	2.5(%)	O
F	1706	6703	138	176	82.8(%)	2.5(%)	O

(※) 論理規模：２NAND換算のゲート数

表１　判定式の適用例と実験結果

５．結論

実験結果に示すように，実際に配置プログラムを適用した結果と判定結果は，よい一致を示した。また，この判定式は，クラスタリング不能と判定されたときに，どうすれば可能に出来るかについての指針をあたえる事も出来る。それを配置プログラムのコントロールデータに反映させることによりクラスタリング可能に導けることを実験によって確かめている。

６．参考文献

（１）　Ｅ．Ｌ．レーマン　著
ノンパラメトリクス　（森北出版　１９７８）

（２）　柳川　著　（培風館　１９８２）
ノンパラメトリック法

（３）　竹内　著　（東洋経済　１９６３）
数理統計学

（４）　Ｓ．Ｍｕｒａｉ他　著
Ｔｈｅ ｅｆｆｅｃｔｓ ｏｆ ｉｎｉｔｉａｌ ｐｌａｃｅｍｅｎｔ ｔｅｃｈｎｉｑｕｅｓ ｏｎ ｔｈｅ ｐｌａｃｅｍｅｎｔ ｒｅｓｕｌｔｓ
ＩＣＣＣ ８０，ＯＣＴ．１９８０