Vol.2015-MPS-102 No.20
2015/3/4

黄金分割探索を組み込んだ適応型差分進化

武内 博和[1]　田川 聖治[2]

概要：本稿では，黄金分割探索を組み込んだ適応型差分進化（DEG）を提案する．DEG では，トライアル・ベクトルによるターゲット・ベクトルの更新に連続で失敗した回数を個体ごとにカウントする．カウントが所定の値（L_i）に達した場合，ターゲット・ベクトルとランダムに選んだ 1 個体を両端として黄金分割探索を実行し，得られた解でターゲット・ベクトルを更新する．ただし，分割回数が上限（G_i）に達した場合，黄金分割探索を中断する．また，制御パラメータ L_i と G_i の値は適応的に調整する．

1. はじめに

差分進化（DE：Differential Evolution）[1] は，個体群による確率的な多点探索によって，微分不可能な多峰性の関数最適化問題に対しても，優れた解を得ることができる．また，黄金分割探索（Golden Section Search）[2] とは，関数最適化問題の局所解が存在する区間を徐々に狭めていくことによって，局所解を求める方法である．

本稿では，黄金分割探索を組み込んだ適応型差分進化（DEG）を提案する．CEC2005 のベンチマーク問題 [3] を含む 20 個のテスト問題で，DEG が jDE[4] に勝ることを示す．また，DEG と既存の DEahcSPX[5] との比較も行う．

2. 黄金分割探索

黄金分割探索は，凸関数を対象とした局所探索法である [2]．黄金分割探索では，D 次元の解空間で $\boldsymbol{l} \in \Re^D$ と $\boldsymbol{r} \in \Re^D$ を両端とする線分上に $\boldsymbol{a} \in \Re^D$ と $\boldsymbol{b} \in \Re^D$ を取る．4 つの点は $\boldsymbol{l}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{r}$ の順に線分上に並ぶものとする．

以下に，黄金分割探索の処理手順を示す．ただし，$\eta = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$ は黄金比，k は分割回数，$\varepsilon = 0.001$ とする．

［黄金分割探索の処理手順］

手順 1　$\boldsymbol{x}^{0,0}, \boldsymbol{x}^{0,1}, \boldsymbol{x}^{0,2}, \boldsymbol{x}^{0,3}$ の初期化を行う．
$\boldsymbol{\beta}^0 = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{l}$, $\boldsymbol{\tau}^0 = \eta\boldsymbol{\beta}^0$, $\boldsymbol{x}^{0,0} = \boldsymbol{l}$, $\boldsymbol{x}^{0,1} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{\tau}^0$, $\boldsymbol{x}^{0,2} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{\tau}^0$, $\boldsymbol{x}^{0,3} = \boldsymbol{r}$ とし，$k = 0$ とする．

手順 2　もし $|\boldsymbol{\beta}^k| < \varepsilon$ なら，終了する．

手順 3　反復点を生成する．
$f(\boldsymbol{x}^{k,1}) < f(\boldsymbol{x}^{k,2})$ であれば，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}^{k+1,0} &= \boldsymbol{x}^{k,0} \\
\boldsymbol{x}^{k+1,1} &= \boldsymbol{x}^{k,2} - \boldsymbol{\tau}^k \\
\boldsymbol{x}^{k+1,2} &= \boldsymbol{x}^{k,1} \\
\boldsymbol{x}^{k+1,3} &= \boldsymbol{x}^{k,2}
\end{aligned}
$$

そうでなければ，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}^{k+1,0} &= \boldsymbol{x}^{k,1} \\
\boldsymbol{x}^{k+1,1} &= \boldsymbol{x}^{k,2} \\
\boldsymbol{x}^{k+1,2} &= \boldsymbol{x}^{k,1} + \boldsymbol{\tau}^k \\
\boldsymbol{x}^{k+1,3} &= \boldsymbol{x}^{k,3}
\end{aligned}
$$

手順 4　$\boldsymbol{\beta}^{k+1} = \boldsymbol{\tau}^k$, $\boldsymbol{\tau}^{k+1} = \eta\boldsymbol{\beta}^{k+1}$ とする．$k = k + 1$ として手順 2 に戻る．

3. 黄金分割探索を組み込んだ適応型差分進化

黄金分割探索を組み込んだ適応型差分進化（DEG）では，ターゲット・ベクトルとランダムに選んだ 1 つの個体を両端として黄金分割探索を実行し，得られた解でターゲット・ベクトルを更新する．ただし，黄金分割探索では分割回数の上限（G_i）により，探索区間の無限分割を防いでいる．さらに，探索区間において，下記の何れかの条件が成り立てば目的関数を非凸と判定し黄金分割探索を中断する．

［目的関数が非凸である条件］

（1）$f(\boldsymbol{x}^{k,1}) < f(\boldsymbol{x}^{k,2}) \wedge f(\boldsymbol{x}^{k,2}) > f(\boldsymbol{x}^{k,3})$
（2）$f(\boldsymbol{x}^{k,0}) < f(\boldsymbol{x}^{k,1}) \wedge f(\boldsymbol{x}^{k,1}) > f(\boldsymbol{x}^{k,2})$

DEG では，式 (1) と式 (2) のように jDE によるスケール係数 S_F と交叉率 C_R の自動調整を行っており，$S_{F,i}$ と $C_{R,i}$ は個体 $\boldsymbol{x}_i$ $(i = 1, \cdots, N_P)$ ごとに設定される．rand_j $(j = 1, 2, 3, 4)$ は範囲 $[0, 1]$ の一様乱数である．

$$
S_F = \begin{cases} 0.1 + 0.9\,\mathrm{rand}_1, & \text{if } \mathrm{rand}_2 < 0.1 \\ S_{F,i}, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{1}
$$

1　近畿大学総合理工学研究科
Graduate School of Science and Engineering Research, Kinki University
2　近畿大学理工学部
School of Science and Engineering, Kinki University

$$C_R = \begin{cases} \text{rand}_3, & \text{if } \text{rand}_4 < 0.1 \\ C_{R,i}, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{2}$$

また，DEG では以下のように黄金分割回数 k により G_i と L_i を自動調整している．ただし，$\eta = 0.1$ とし，floor の切り捨て，ceil の切り上げにより実数を整数とする．

［G_i と L_i の自動調整］

$$G_i = \begin{cases} max\,\{0, \text{floor}(G_i(1-\eta))\}, & \text{if } k < G_i \\ min\,\{N_P, \text{ceil}(G_i(1+\eta))\}, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3}$$

$$L_i = \begin{cases} min\,\{N_P, \text{ceil}(F_i(1+\eta))\}, & \text{if } k < G_i \\ max\,\{1, \text{floor}(F_i(1-\eta))\}, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{4}$$

以下に，DEG の処理手順を示す．ただし，FES は目的関数値の評価回数である．

［DEG の処理手順］

手順 1 N_P 個の個体 $\boldsymbol{x}_i \in \boldsymbol{P}$ をランダムに生成する．

手順 2 全個体 $\boldsymbol{x}_i \in \boldsymbol{P}$ の目的関数値 $f(\boldsymbol{x}_i)$ を計算する．$NF_i = 0$ とする．

手順 3 $NF_i < L_i$ なら，各個体 $\boldsymbol{x}_i \in \boldsymbol{P}$ を順番にターゲット・ベクトルとし，手順 3.1 から手順 3.4 を実行する．そうでなければ，手順 4 に進む．

手順 3.1 式 (1) と式 (2) から S_F と C_R を計算する．

手順 3.2 S_F と C_R に基づく DE の戦略により，トライアル・ベクトル $\boldsymbol{u}$ を生成する．

手順 3.3 $\boldsymbol{u}$ の目的関数値 $f(\boldsymbol{u})$ を計算する．

手順 3.4 $f(\boldsymbol{u}) \leq f(\boldsymbol{x}_i)$ なら，$\boldsymbol{x}_i = \boldsymbol{u}$，$f(\boldsymbol{x}_i) = f(\boldsymbol{u})$，$S_{F,i} = S_F$，$C_{R,i} = C_R$，$NF_i = 0$ とし，そうでなければ，$NF_i = NF_i + 1$ とする．手順 5 に進む．

手順 4 $\boldsymbol{x}_i$ とランダムに選んだ他の 1 個体を両端として黄金分割探索を実行し，得られた解で $\boldsymbol{x}_i$ を更新する．G_i と L_i を式 (3) と式 (4) で更新し，$NF_i = 0$ とする．

手順 5 評価回数が FES より小さければ，手順 3 に戻る．

手順 6 最良の個体 $\boldsymbol{x}_b \in \boldsymbol{P}$ を出力して終了する．

4. 数値実験

提案した DEG と jDE，DEahcSPX の解精度を比較する．実験には 10 種類のテスト問題 [5] と CEC2005 のベンチマーク問題 [3] の $F_1 \sim F_{10}$ を使用した．ただし，問題の次元はすべて $D = 30$ とし，DEahcSPX は文献のデータを用いる．DEG と jDE において，終了条件は目的関数の評価回数 $FES = 10000 \times D$ とし，個体数 N_P を 30, 50, 100, 200, 300 と変化させて，実験を 50 回行った．また，DEG では $G_i = 20$，$L_i = 10$ を初期値とした．

DEG と jDE の解精度を仮説検定した結果を表 1 に示す．実験はウィルコクソン順位和検定を用いて，帰無仮説を「DEG と jDE で得られた最良解の目的関数値 $f(\boldsymbol{x_b})$ と最良解 $f(\boldsymbol{x}^*)$ との誤差 $f(\boldsymbol{x_b}) - f(\boldsymbol{x}^*)$ に差はない」として両側検定をした．表中の △ は危険率 1%で DEG が勝っていることを示し，▲ は危険率 5%で DEG が勝っていることを示している．一方，▽ は危険率 1%で jDE が勝っていることを示し，▼ は危険率 5%で jDE が勝っていることを示している．表 1 から個体数 N_P が大きいほど DEG は jDE よりも解精度が勝ることがわかる．ただし，DEG は F_2 や F_5 などの問題では jDE よりも解精度が劣ることがわかる．

表 1 DEG と jDE の解精度の比較

N_P	30	50	100	200	300	N_P	30	50	100	200	300
F_{sph}	–	–	–	–	–	F_1	–	△	–	–	–
F_{ros}	–	▲	△	△	△	F_2	▼	▼	▽	▽	▽
F_{ack}	▽	–	–	–	△	F_3	–	▲	△	–	▽
F_{grw}	–	–	–	–	–	F_4	▽	▽	–	–	△
F_{ras}	▽	▽	▼	–	△	F_5	▽	▽	▽	▽	▽
F_{sch}	▽	▽	–	–	–	F_6	–	–	–	▲	–
F_{grw}	▽	▽	–	△	△	F_7	–	–	–	▽	▽
F_{wht}	–	▽	▼	△	△	F_8	–	△	△	△	△
F_{pn1}	–	–	–	–	–	F_9	▽	▽	▽	–	△
F_{pn2}	–	–	–	–	–	F_{10}	▽	▽	△	△	△

表 2 DEG と DEahcSPX による目的関数値の誤差（$N_P = 100$）

	F_{sph}	F_{ros}	F_{ack}	F_{grw}	F_{ras}
DEG	**0.00E+00**	**7.09E+00**	**0.00E+00**	**0.00E+00**	**7.96E-02**
DEahcSPX	3.11E+01	1.89E+05	3.23E+00	1.29E+00	1.64E+02
	F_{sch}	F_{sal}	F_{wht}	F_{pn1}	F_{pn2}
DEG	**7.11E+00**	**2.28E-01**	**4.61E+01**	**0.00E+00**	**0.00E+00**
DEahcSPX	6.30E+03	1.20E+00	3.16E+08	2.62E+00	4.85E+00
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
DEG	**0.00E+00**	**2.00E-06**	**1.35E+05**	**4.67E-02**	**8.19E+02**
DEahcSPX	4.31E+01	4.34E+03	1.97E+07	9.55E+03	5.88E+03
	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}
DEG	**1.97E+01**	**1.57E-02**	**2.07E+01**	**1.39E-01**	**4.83E+01**
DEahcSPX	4.05E+05	1.18E+01	2.09E+01	1.83E+02	2.05E+02

個体数 $N_P = 100$ とした時の DEG と DEahcSPX の最良解の目的関数値 $f(\boldsymbol{x_b})$ と最良解 $f(\boldsymbol{x}^*)$ との誤差 $f(\boldsymbol{x_b}) - f(\boldsymbol{x}^*)$ を表 2 に示す．誤差は小さいほど良い．この結果から，DEG は DEahcSPX よりもすべてのテスト問題で解精度が優れていることがわかる．

5. おわりに

本稿では，DEG を提案し，jDE と DEahcSPX の解精度を比較した．その結果，DEG は，個体数 N_P が小さいと jDE よりも解精度は劣るが N_P を大きくすると jDE より解精度が良くなることを確認した．また，DEG は DEahcSPX より解精度が優れていることも確認した．

参考文献

[1] R. Storn and K. Price, “Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces”, *Journal of Global Optimization*, Vol. 11, No. 4, pp. 341-359, 1997.

[2] J. Kiefer, “Sequential minimax search for a maximum”, *Proceedings of the American Mathematical Society*, pp. 502-506, 1953.

[3] P. N. Suganthan, “Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2005 Special Session on Real-Parameter Optimization”, 2005.

[4] J. Brest, S. Greiner, B. Boskovic, M. Mernik, and V. Zumer, “Self-adapting control parameters in differential evolution: a comparative study on numerical benchmark problems”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 10, No. 6, pp. 646-657, 2006.

[5] N. Noman and H. Iba, “Accelerating differential evolution using an adaptive local search”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 12, No. 1, pp. 107-125, 2008.