

# パスサンプリングを用いた散乱トモグラフィ

梶田 貴弘<sup>1,a)</sup> Bingzhi Yuan<sup>1</sup> 玉木 徹<sup>1,b)</sup> 向川 康博<sup>2</sup> 久保 尋之<sup>2</sup> Bisser Raytchev<sup>1</sup>  
金田 和文<sup>1</sup>

概要：本研究の目的は、2次元レイヤモデルを用いた光散乱トモグラフィを、3次元構造に拡張することである。トモグラフィとは対象物体を破壊せず、その内部構造を推定する手法の総称である。本稿では、まず従来の光トモグラフィ手法と2次元レイヤ光散乱トモグラフィを比較し、提案する拡張方法について述べる。

キーワード：光トモグラフィ、多重散乱、経路積分、モンテカルロ

## 1. はじめに

光トモグラフィはX線を用いたものよりも安全に利用できる手法として知られている。近赤外を使った光トモグラフィでは、散乱が問題となる。X線はほとんど散乱せず直進するため通過した経路を容易に求めることができるが、近赤外は散乱によりあらゆる経路を通るため、扱いが複雑になる。この散乱を扱うために、これまでに多数の手法が提案されている。その中でも、経路積分に基づいた手法が提案された [1]。これは2次元レイヤモデルと固定された光の経路を用いているため、3次元を扱うためには計算量が多い。そこで本研究では、従来手法を3次元レイヤモデルに拡張するために、確率的にパスをサンプリングする手法を提案する。

## 2. 2次元レイヤモデル

ここでは経路積分と2次元のレイヤモデルを用いた従来手法 [1] について説明する。

### 2.1 散乱光の定式化

カメラで観測される光  $I$  は、経路積分により以下の式で表される。

$$I = \int_{\Omega} f(\tilde{x}) d\mu(\tilde{x}) \quad (1)$$

散乱を扱うために、対象とする物体を2次元レイヤ構造で

<sup>1</sup> 広島大学  
Hiroshima University  
<sup>2</sup> 奈良先端科学技術大学院大学  
NAIST  
a) kushida@hiroshima-u.ac.jp  
b) tamaki@hiroshima-u.ac.jp

表現する。つまり、2次元物体をボクセル状に区切り、横1列のボクセルの集まりをレイヤとみなす。光はあるレイヤのボクセルから次のレイヤのボクセルへと散乱し、次のボクセルまでの距離と角度、ボクセル自体の吸収係数によって減衰する。これらの仮定を加えることにより、式 (1) は次のように書き換えることができる。

$$I_{ij} = I_0 \sum_{k=1}^{M^{N-2}} H_{ijk} \exp^{-\sigma_t^T D_{ijk}} \quad (2)$$

$i$  は光の入射点、 $j$  は観測点を表しており、観測点  $j$  で観測される光  $I_{ij}$  はすべての経路を通過した光の総和で表すことができる。 $H_{ijk}$  は  $i$  から入射し、 $j$  から出る経路  $k$  に対する散乱を表しており、次の式で与えられる。

$$H_{ijk} = \sigma_s^M \prod_{m=1}^M f_p(\theta_{x_m, x_{m+1}}, \sigma^2) \Delta \theta_{x_m, x_{m+1}} \quad (3)$$

$\sigma_s$  は各ボクセルにおける散乱係数であり、 $f_p(\theta_{x_m, x_{m+1}}, \sigma^2)$  は、 $m$  番目のレイヤと  $m+1$  番目のレイヤのボクセルの角度  $\theta_{x_m, x_{m+1}}$  の位相関数である。 $\exp^{-\sigma_t^T D_{ijk}}$  は光の減衰を表している。 $\sigma_t$  は各ボクセルについての吸収係数であり、 $D_{ijk}$  は各ボクセルの通過した距離である。ボクセルを通過した光は、通過したボクセルの距離とそれぞれの吸収係数の積に関して指数関数的に減少する。

### 2.2 吸収係数の推定

式 (2) で表される観測モデルと実際の観測  $I_{ij}$  の差を最小にする最適化問題は以下のように定式化される。

$$\min_{\sigma_t} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M |I_{ij} - I_0 \sum_{k=1}^{M^{N-2}} H_{ijk} \exp^{-\sigma_t^T D_{ijk}}| \quad (4)$$

ここで吸収係数は正であるため、これは制約条件付き最適化問題となる。従来研究 [1] ではこれを内点法の一つである障壁関数法をニュートン法と組み合わせて解いている。

### 2.3 パスの生成方法における問題点

従来手法は、物体を 2 次元平面と仮定しているが、この手法を単純に 3 次元に拡張すると以下の問題が生じる。1 つ目は計算量と使用メモリ量の増加である。この手法では、計算量削減のために観測光の計算には影響しない寄与の小さい経路をしきい値で除外している。しかし、しきい値を用いた経路除外方法は、計算に用いられる経路数を一定に制御することが難しく、そのため計算量を必要に応じて制御することができない。2 つ目は、経路を総当り的に求めていることである。実際には可能な経路の数は膨大であるが、その大部分は寄与が小さく、しきい値で除外することになる。そのため、寄与の大きい経路を数え上げるには計算時間がかかり、非効率である。

## 3. 3次元レイヤモデル

上記の問題を解決するために、本研究ではモンテカルロ法を援用した確率的に経路を生成する手法を提案する。これにより、寄与の大きい経路を積極的に生成することができ、しきい値処理も不要で経路数も制御できるようになる。ここでは、確率的にパスを生成する方法と観測光の計算方法について述べる。

### 3.1 確率を利用した経路生成

経路の確率を次式で定義する。

$$P(\tilde{x}) = \prod_{m=1}^M p(\theta_{x_m, x_{m+1}}) \quad (5)$$

$p(\theta_{x_m, x_{m+1}})$  はあるレイヤの点  $x_m$  から次のレイヤの点  $x_{m+1}$  への散乱が角度  $\theta_{x_m, x_{m+1}}$  である確率密度関数である (図 1)。各レイヤにおける散乱方向はそれぞれ独立であると仮定すると、経路全体の確率は各レイヤの確率の積になる。角度  $\theta$  方向への散乱確率は次式で与えられる。

$$p(\theta_{x_m, x_{m+1}}) = f_p(\theta) d\omega(x_m) \quad (6)$$

この時、現在のレイヤのボクセルの垂直方向から次のレイヤのボクセルへの散乱角度  $\theta$  を図 2 をのように定義する。その方向への散乱の測度は、図 3 に示すように、散乱先のボクセルの上面への立体角  $d\omega$  で定義する。

生成される経路の中には物体から外に出て行く経路は従来法 [1] と同様に無視する。

### 3.2 観測光の計算

3次元レイヤモデルにおいて経路が与えられた時の観測光  $I_{ij}$  は次式で計算される。

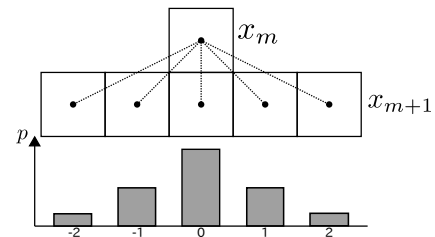


図 1 現在のレイヤのボクセル  $x_m$  から次のレイヤのボクセル  $x_{m+1}$  への散乱確率。



図 2 次のレイヤへの散乱角度  $\theta$ 。図 3 次のレイヤへの散乱微分立体角  $d\omega$ 。

$$I_{ij} = \frac{1}{N} I_0 \sum_{k=1}^{N_{ij}} H_{ijk} \exp^{-\sigma_t^T D(\tilde{x}_{ijk})}, \quad \tilde{x}_{ijk} \sim P(\tilde{x}) \quad (7)$$

$\tilde{x}_{ijk} \sim P(\tilde{x})$  は、経路  $\tilde{x}_{ijk}$  が確率  $P(\tilde{x})$  によって決まることを表している。  $N$  は  $i$  から生成する経路の数であり、  $N_{ij}$  は  $i$  から  $j$  に至る経路の数である。単純に合計するだけでは合計した経路の数だけ観測が明るくなるため、全体を  $1/N$  倍する。散乱係数  $H_{ijk}$  は立体角を用いて従来法と同様に計算する。光の減衰については、従来法と同様、各ボクセルを通過した距離とそれぞれの吸収係数を利用して計算する。経路  $k$  がボクセルを通過する距離  $D_{ijk}$  は、2次元格子では計算が容易であるが、3次元でも同様の方法で計算することは非効率である。そこで、図 5 に示すように、各ボクセルを球で近似する。ここで球の体積と中心はボクセルの体積と中心と同一となるように設定する。こうすることで、3次元直線と球との交線の長さを求める単純な問題に帰着する。

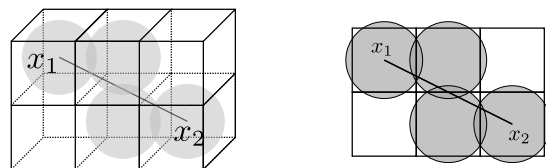


図 4 ボクセルの通過距離

位相関数には次式で表される一般的な Henyey-Greenstein 関数 [2] を用いる。

$$f_p(\theta, g) = \frac{1}{4\pi} \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g\cos(\theta))^{\frac{3}{2}}} \quad (8)$$

## 4. 3次元レイヤモデルを用いた実験

本節では提案手法を用いてシミュレーションを行った結果を示す。

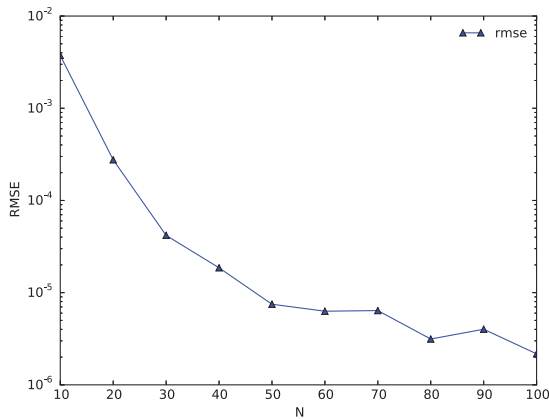


図 12 サンプル数  $N$  (横軸) と RMSE (縦軸).  $g = 0.6$  とした.

#### 4.1 散乱の強度による生成される経路の変化

ここでは、散乱の強度による生成される経路の変化を調べるためのシミュレーション結果を示す。Henyey-Greenstein 関数 (8) のパラメータ  $g$  を  $g = 0.4$  から  $0.2$  ずつ  $g = 0.8$  まで 3 段階に変化させた。対象物体には、吸収係数が一様である  $10 \times 10 \times 10$  のグリッドに離散化したファントムを用いた。確率的に生成する経路サンプルは  $N = 10^5$  に固定した。

図 5～図 7 に生成されたパスを示す。これらは生成した経路が各ボクセルを通過した回数を表している。色が濃いボクセルほど、何回も同じ場所を通過したことを示している。下のレイヤに行くほど、散乱により経路が広がっている。また、 $g$  が小さいほど、散乱が大きく、広がった経路が生成されており、寄与の大きい経路を効率的に生成できたことが分かる。

#### 4.2 3次元レイヤモデルを用いた推定

ここでは、3次元レイヤモデルを用いた推定結果を示す。対象物体には  $10 \times 10 \times 10$  のグリッドに離散化したファントムを用いた (図 8 参照)。Henyey-Greenstein 関数のパラメータは  $g = 0.6$ 、光の強度  $I$  は  $I = 10^5$  とし、サンプル数  $N$  は  $N = 10, 50, 100$  とした。

推定結果を図 9～図 11 に示す。サンプル数が  $N = 10$  の場合でも良好に推定できていることが分かる。

#### 4.3 サンプル数と RMSE

次に、サンプル数  $N$  と二乗平均誤差 (RMSE) の関係を調べるためのシミュレーション結果を示す。サンプル数を  $N = 10$  から 10 ずつ  $N = 100$  まで 10 段階に変化させた。

サンプル数と RMSE のグラフを図に示す。サンプル数が増加するに従い、RMSE が減少していることが分かる。 $N = 10$  から  $N = 50$  では RMSE が  $1/100$  程度になっているが、 $N = 50$  以上では変化は  $1/10$  程度である。この結果から、この条件では  $N = 50$  程度で十分であると言える。

## 5. おわりに

本稿では、確率的に経路を生成することにより、2次元レイヤモデルを3次元に拡張する手法を提案した。提案手法を用いることで、寄与の大きい経路を効率的に生成することができ、少ない経路数で推定誤差を小さくすることができた。

今後の課題として、ノイズを含めた観測に対する頑健性の向上、計算量の削減、グリッドに依存しない経路の生成方法の検討が挙げられる。

## 参考文献

- [1] T. Tamaki, B. Yuan, B. Raytchev, K. Kaneda Y. Mukaigawa, "Multiple-scattering Optical Tomography with Layered Material," The 9th International Conference on Signal-Image Technology and Internet-Based Systems (SITIS 2013), pp.93-99 (2013).
- [2] L. G. Henyey, J. L. Greenstein, "Diffuse radiation in the galaxy," *Astrophys. J.*, 93, pp.70-83 (1941).

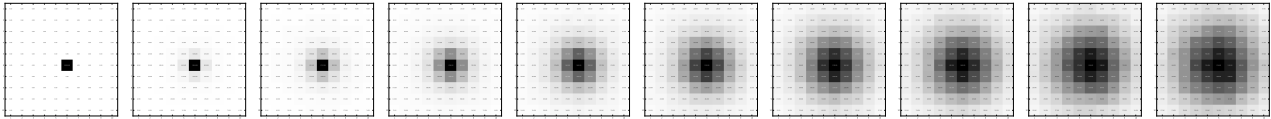


図 5 生成された経路 ( $g = 0.4$ )

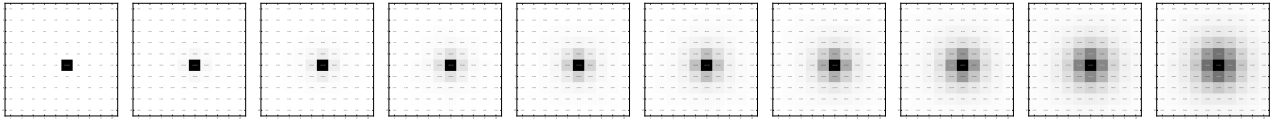


図 6 生成された経路 ( $g = 0.6$ )

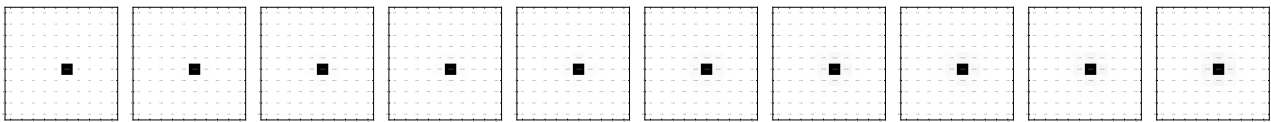


図 7 生成された経路 ( $g = 0.8$ )

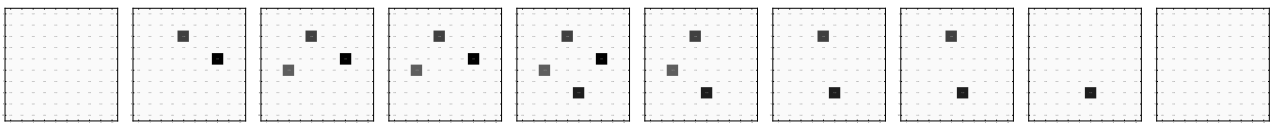


図 8 ファントム

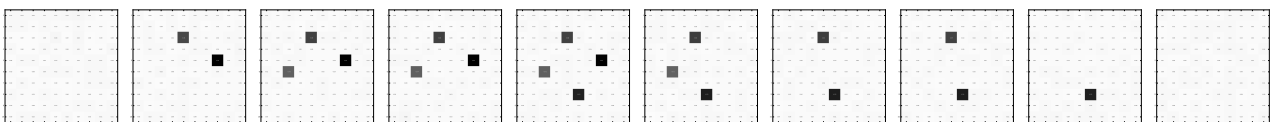


図 9 推定結果 ( $N = 10$ )

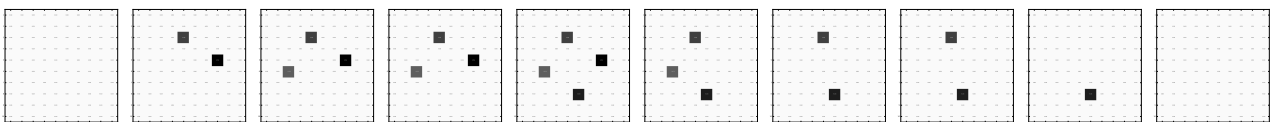


図 10 推定結果 ( $N = 50$ )

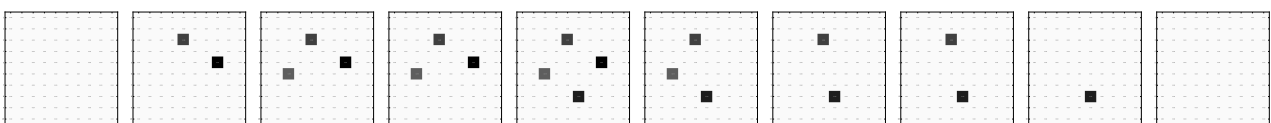


図 11 推定結果 ( $N = 100$ )