

ニューラルネットワークを用いた最適化問題における 重み付けの対称性の破れとその効果

福原 義久[†] 武藤 佳恭^{††}

本研究ではニューロン素子に対する入力的位置関係を重視し、対称性の破れと呼ばれる見地に基づいて重み付けを行った。これによりニューラルネットワークを用いた最適化問題の解探索能力が大幅に高まることを確認した。対称性・非対称性は自然科学や数学の分野で多く議論されている。我々はニューラルネットワークを1つの力学系と見た場合、重み付けにこのようなアーキテクチャを導入することで系のダイナミクスに変化を引き起こし、局所解の脱出に寄与することが可能であると推測した。本研究ではN-Queen問題を例にとり、提案概念を適用することでどのような初期状態からでもほぼ確実に大局解に到達できることを実験的に示した。提案概念はきわめて単純な概念に基づいているため、他の最適化問題や連想記憶への応用が期待できる。

Neural Networks with Broken Symmetry

YOSHIHISA FUKUHARA[†] and YOSHIYASU TAKEFUJI^{††}

In this paper, a new neural computing optimization method is proposed. In this method, an idea of "broken symmetry" is used in the proposed neural network. We can control the neural network by controlling the symmetric property of the network. In order to confirm our idea, the proposed method is used for solving n-queen problems. The proposed system justifies our claim that regardless of the problem size and the initial state, the state of the system converges to the solution.

1. はじめに

脳神経回路を数学的にモデル化し、さまざまな問題解決に役立てるのが人工ニューラルネットワークの手法である¹⁾。ニューラルコンピューティングには大きく分けて、教師付き学習、最適化、自己組織化の3つのアプリケーションがある。本研究ではこのうち最適化問題に対し、対称性の破れ概念を取り入れたニューラルモデルを提案する。

最適化問題に対するニューラルコンピューティングの適用はTakefuji²⁾による成功をはじめとしてさまざまな形で応用されてきた。しかし系の状態は往々にして局所解と呼ばれる偽の解に陥り真の解にたどり着けなくなることが問題とされている。この局所解からの脱出と大局解の効果的な探索がニューラルコンピューティングによる最適化問題にとっての最大の課題である。一般的に、局所解は初期値に依存することが多く、

この問題を解決するために近年ではカオスニューロンなどの素子自体にダイナミクスを持たせる方法^{3),4)}などさまざまな手法が提案されてきたが、いまだ完璧なものはない。本研究で基本モデルとして扱うTakefujiのモデルもヒルクライム項を用いた局所解からの脱出アルゴリズムが組み込まれているが、このアルゴリズムも同様に確実に最適解に到達できるわけではない。本研究で取り扱うN-Queen問題においてはMandziuk⁵⁾や竹中ら^{6)~8)}もニューラルネットを用いた解法を提案している。Mandziukの手法はホップフィールドネットワークに基づいた解法であったがTakefujiの手法が優れていることがすでに示されている⁹⁾。竹中らの手法はTakefujiの手法を改良したものであり、準同期方式で高い収束率を示すが、同期式や逐次式では局所解に陥る場合がある。

本研究では、重み付けに対する対称性の破れがネットワークに対して新たなダイナミクスを提供するのではないかという仮説をたて、既存アルゴリズムに構造的なダイナミクスを付加する手法を提案する。

対称性・非対称性の重要性は自然科学、物理、化学、数学などさまざまな分野で議論されてきた。たとえば

[†] 慶應義塾大学 SFC 研究所武藤佳恭研究室

Takefuji Laboratory, Keio Research Institute at SFC

^{††} 慶應義塾大学環境情報学部

Faculty of Environmental Information, Keio University

自然界の現象の多くは、対称性のレベルを変化させることにより、その振舞いがさまざまに変化することが知られている。このような対称性の変化と現象との関係を Stewart¹⁰⁾は、“対称性の破れ”という概念を用いて、分野を異にする問題を総合的に解釈しようと試みている。現在我々は対称性の破れが情報処理に対しても意味を持つものであると考えさまざまな角度から研究を行っている¹¹⁾。

本研究で我々は、ニューラルネットワークを1つの力学系と見なせば、その中に見い出せる対称性を変化させることによって系のダイナミクスをコントロールすることができると考え、これを最適化問題に応用した。提案手法のダイナミクスの1つは、相互結合しているネットワークの重み付けを非対称にすることにより生じていると考えられる。このような非対称的な重み付けについては Hopfield モデルを対象としたものだけでも数々の研究がなされている^{12)~15)}。しかし、これらの研究は主として連想記憶を対象とした研究や数理的考察を試みたものであり、本研究のような最適化問題を扱ったものではない。また本研究では、ただ単に重み付けを非対称にするだけでなく、どのような対称性のときにどのような効果・現象が発現するかについて幾何的な構造にも注視した研究を行っている。

次章以降では、最もシンプルな形で提案概念を説明しうる N-Queen 問題を例に用いて提案手法の基本的概念を示し、その効果および原理について述べる。

2. 基本 概念

人工ニューラルネットワークにおけるニューロンの動作は、一般的には多入力を受け付けて、それに応じて自身の内部状態を変化させ他のニューロンへ出力を行う。学習をともなうようなニューラルネットワークの手法では、他のニューロンから自身へ送られる値に対して、なんらかの重み付けを行う場合がある。このように各ニューロン素子間の重み付けを変化させることにより学習プロセスが成立するのである。一方、後述するような最適化問題の場合、ニューロン素子間の重み付けは一様であり、変化もしない。一般的にはこの方が合理的であるように思われるが、本研究ではこの重み付けを恣意的に変化させその効果を調べた。重み付けが一様ということは、重み付け構造を幾何的に見たとき、あらゆる回転や鏡映操作に対して対称性を持つことを意味する。我々の仮説が正しければ、重み付けを変化させ対称性を崩すことにより結果になんらかの影響が現れるはずである。

3. N-Queen 問題への適用

N-Queen 問題は、 $N \times N$ の盤上にチェスのクイーンを N 個それぞれが当たらないように並べる問題である。クイーンは縦横斜めに何マスでも移動できる。この問題は最適化問題の中では比較的簡単な部類に入るが、提案概念を適用するうえで最も扱いやすいモデルの1つだろう。

この問題を Takefuji の手法を用いてニューラルネットワークで表現した場合、 i 行 j 列の各ニューロンの内部状態の変化量は式 (1), (2) で表される²⁾。この動作式では、各セルが自セルを中心とした縦横斜めのクイーンの設置状況を見て内部状態を変化させ、次の時刻にクイーンを立てるか否かを決定する。式 (1) において第 1 項, 2 項では自セルを中心として縦横方向の状態を調べ、第 3 項, 4 項では斜め方向の状態を収集している。第 5 項, 6 項はヒルクライム項と呼ばれる局所解脱のための基本的なアルゴリズムである。ここで w_1, w_2, C はともに定数である。ニューロンの発火は式 (3) によって表され、各素子の内部状態は U_{max}, U_{min} で表される固有の最大・最小値を持つ (式 (4))。また、ニューロンの動作は最も単純なマカロック-ピッツモデルを用いることとする。

$$\begin{aligned} \frac{dU_{ij}}{dt} = & -w_1 \left(\sum_{k=1}^n V_{ik} - 1 \right) - w_1 \left(\sum_{k=1}^n V_{kj} - 1 \right) \\ & - w_2 \sum_{1 \leq i-k, j-k \leq n (k \neq 0)} V_{i-k, j-k} \\ & - w_2 \sum_{1 \leq i-k, i+k \leq n (k \neq 0)} V_{i-k, j-k} \\ & + Ch \left(\sum_{k=1}^n V_{ik} \right) + Ch \left(\sum_{k=1}^n V_{kj} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$h(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$V = \begin{cases} 1 & \text{if } U > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{if } U_{ij} > U_{max} \text{ then } U_{ij} &= U_{max} \\ \text{if } U_{ij} < U_{min} \text{ then } U_{ij} &= U_{min} \end{aligned} \quad (4)$$

この方法では、自セルを中心とした縦横斜めの 8 つのベクトルに対する重み付けは 2 つの係数からなる 4 つの項に集約されてしまっている。我々はまず、これら 8 つのベクトルに別々に重み付けを行えるようにモデルを改変した (図 1)。各ベクトルに重みを付けるとすると動作式は式 (5) のようになる。ここで $w_1 \sim$

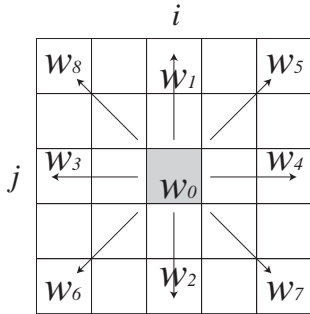


図 1 提案手法の N-Queen 問題への重み付け
Fig.1 Configuration of the proposed method.

w_8 は各ベクトルでの重みを表し, w_0 は自セルの状態に対する係数である.

$$\begin{aligned} \frac{dU_{ij}}{dt} = & -w_1 \sum_{k=1}^{j-1} V_{ik} - w_2 \sum_{k=j+1}^n V_{ik} \\ & -w_3 \sum_{k=1}^{i-1} V_{kj} - w_4 \sum_{k=i+1}^n V_{kj} \\ & -w_5 \sum_{1 \leq i-k, j+k \leq n} V_{i-k, j+k} \\ & -w_6 \sum_{1 \leq j-k, i+k \leq n} V_{i+k, j-k} \\ & -w_7 \sum_{i+k \leq n, j+k \leq n} V_{i+k, j+k} \\ & -w_8 \sum_{1 \leq i-k, 1 \leq j-k} V_{i-k, j-k} \\ & -w_0(V_{ij}-1) + Ch \left(\sum_{k=1}^n V_{ik} \right) + Ch \left(\sum_{k=1}^n V_{kj} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

4. 提案手法の検証

提案手法についてさまざまな角度から計算機実験を行い, これを検証した.

4.1 有効な重み付け構造の探索

10 Queen 問題を用いて, 考えられるさまざまな対称的重み付けの組合せについて実験した. まず我々は一意な重み付け係数 W を決定し, これを基準に回転対称あるいは鏡映対称な重み付けを行った. ここで w は $1, 1+W$ ないし $1-W$ の 3 つの値のうちいずれかをとることとし, ネットワーク全体のバランスを保つため, w_0 を除いた集合 $S_a = \{w : w = 1+W\}$, $S_b = \{w : w = 1-W\}$ とした場合, S_a と S_b の要素の数が等しくなるよう設定した. この実験では $W = 1$, $w_0 = 1$ とし, 最大計算ステップ数は 2000 ステップ

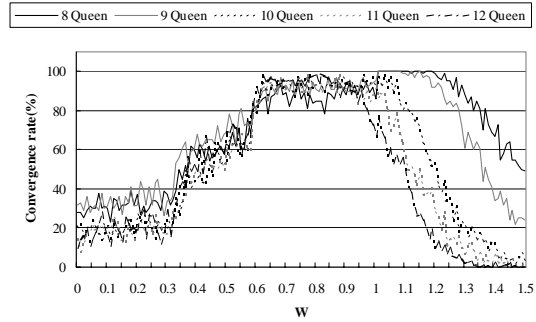


図 3 (a)における W と探索能力の関係 ($w_0 = 1$)
Fig.3 Search ability of the network (a) ($w_0 = 1$).

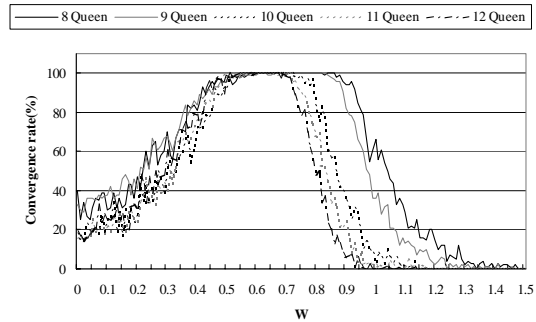


図 4 (a)における W と探索能力の関係 ($w_0 = 1+W$)
Fig.4 Search ability of the network (a) ($w_0 = 1+W$).

として各パターンにつき 1,000 回の試行を行った. 本研究ではすべての実験において $C = 7, U_{max} = 15, U_{min} = -15$ として同期式で計算を行う.

実験の結果を図 2 に示す. この結果から最も有効な重み付けは (a) や (b) に示されたような鏡映対称な重み付けであることが分かる.

4.2 有効な重み付け係数 (W) の探索

次にどのような W の値が効果的であるかを調べる必要がある. 前述の実験で得られた探索能力の最も高い重み付けである図 2(a) を用いて, 異なる大きさの問題に対してさまざまな W の値を適用し実験を行った. 図 3, 図 4 は 8 Queen から 12 Queen までの問題による実験結果である.

ここで対称性とは関係のない自セルに対する重みの取扱いが問題となる. 本研究では, 自セルに対する重みである w_0 について, 重み付けを行わないものを行ったものの両方の実験を行った. すなわち, 図 3 の実験では $w_0 = 1$ とし, 図 4 の実験では $w_0 = 1+W$ である. 実験結果は各 W の値で最大 2000 ステップの範囲で 100 回ずつ試行を行い, その収束回数をプロットしたものである. 実験は $0 < W < 1.5$ の範囲で 0.01 ごとに計測を行った. また, 図 5 および図 6

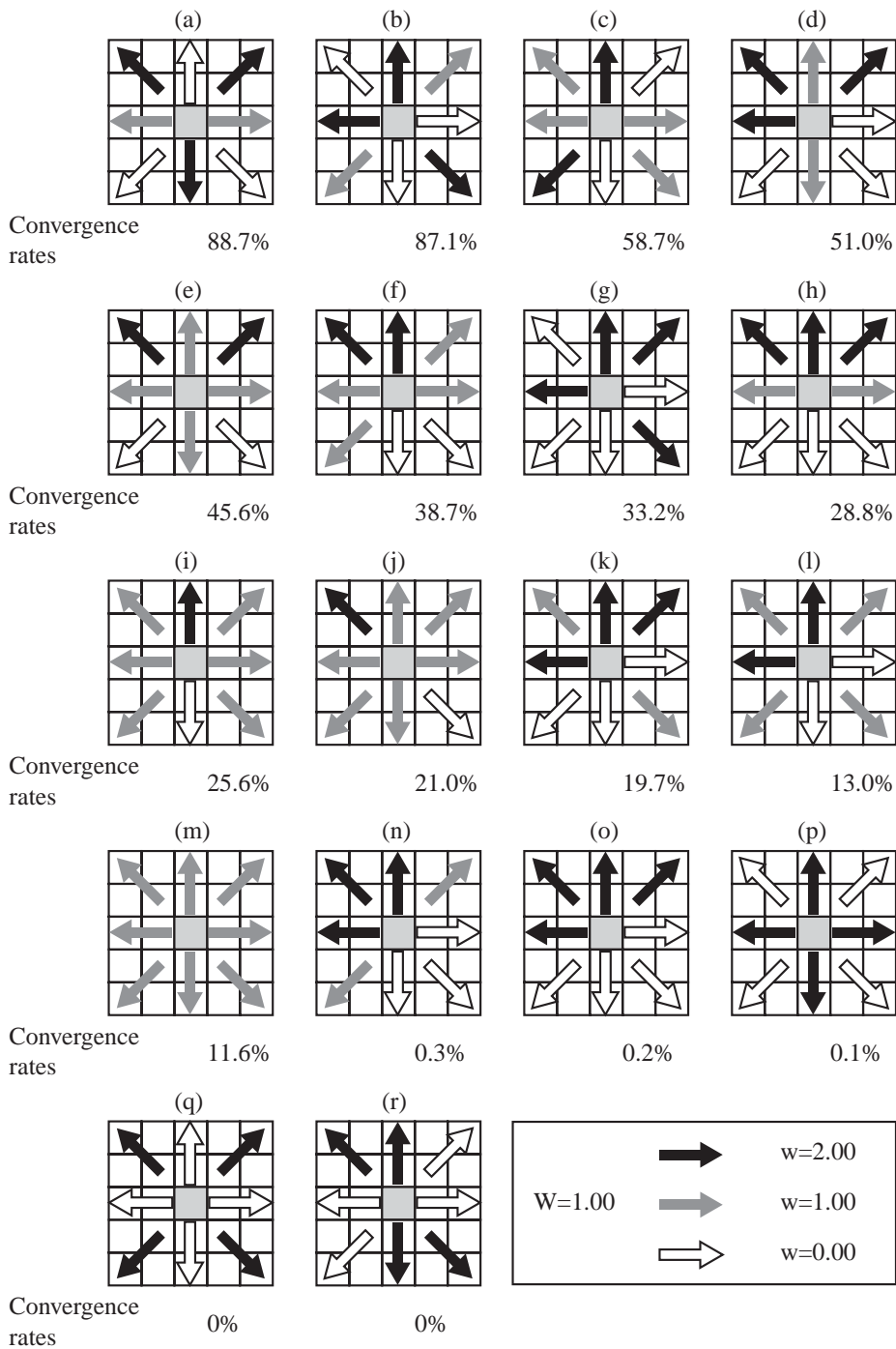


図2 N-Queen 問題へさまざまな重み付けとその収束率
 Fig.2 Various kind of network structures and their results.

は同様の実験を 15 Queen から 35 Queen までの問題で行った結果である。この実験では $0 < W < 1$ の範囲で 0.02 ごとに計測を行った。各計測は最大 1,000 ステップの範囲で 100 回ずつの試行とした。

これらの結果から、問題の規模によって最適な W は若干異なるものの、すべての問題で 100%の収束率を得られることが分かった。また $w_0 = 1 + W$ とすることにより探索能力が上昇することが分かる。

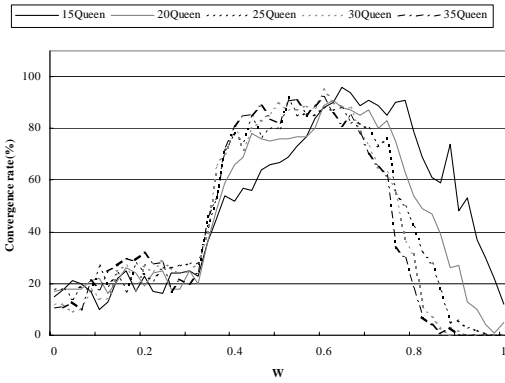


図5 (a)における W と探索能力の関係 ($w_0 = 1$)
 Fig. 5 Search ability of the network (a) ($w_0 = 1$).

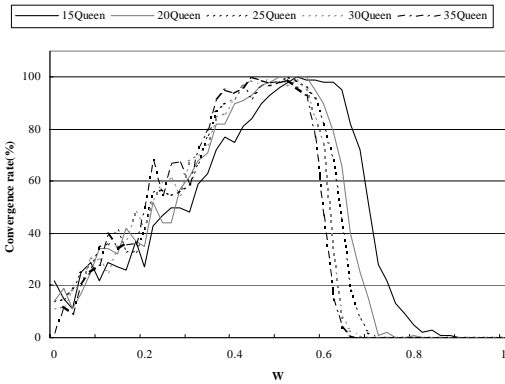


図6 (a)における W と探索能力の関係 ($w_0 = 1 + W$)
 Fig. 6 Search ability of the network (a) ($w_0 = 1 + W$).

4.3 収束ステップ数

提案手法と Takefuji らによる従来手法の収束ステップ数の比較を行った。ネットワークが収束した場合のステップ数の分布を示したものが図7である。実験は 8 Queen 問題を用い、それぞれの実験で 1,000 回の収束が得られるまで実験を繰り返し、その分布を調べた。この実験では図 2(a) の重み付けを用い、 $W = 0.7$, $w_0 = 1 + W$ として最大 2,000 ステップを条件とした。

実験結果から、提案手法は従来手法に比較して平均して短いステップ数で解に到達できることが分かる。

4.4 セルの時系列変化

図 2(a) に示されたネットワークがどのようにして問題解決に至るかを知るために時系列変化を記録した。実験は 8 Queen 問題を用い、通常 8×8 で表される 64 個のセルを一次元のデータとして表し、これを縦方向に時系列にプロットした。実験条件は、 $w_0 = 1 + W$ とし、 $W = 0.7, W = 0.2, W = 1.2$ と値を変えた 3 種類のネットワークで実験を行った。

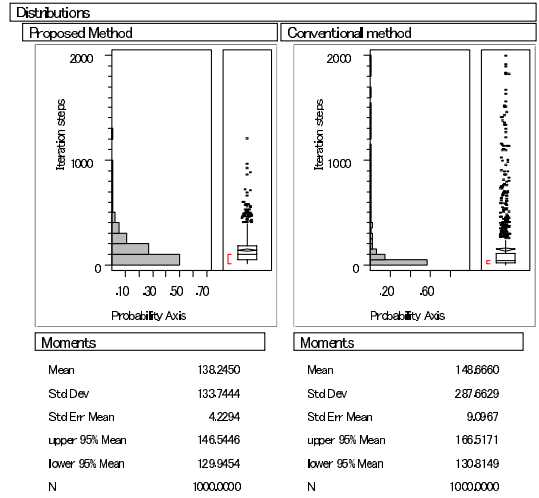


図7 収束までの平均ステップ数とその分布
 Fig. 7 Average of iteration steps and its distributions.

図 8 は、これら 3 種類のネットワークの状態遷移の例である。これを観察すると、 $W = 0.7$ のとき、部分的に同じようなパターンが連続してみられる個所が数箇所ある。これはネットワークの状態が局所解に陥ったためだと考えられるが、提案手法はこれ乗り越えて最終的に大局解へ到達していることが分かる。

一方 W の値を 0.2 と小さくとしたネットワークでは、局所解に陥ったまま抜け出せず解に到達できない。また $W = 1.2$ と大きくとった場合には、系の状態はつねに流動的になり局所解に陥ることもないが解に到達することもできない。

4.5 既存手法との比較

Takefuji による従来型のニューラルネットと、図 2(a) に示されたネットワークによる比較実験を行った。ただし N-Queen 問題は Takefuji の手法を用いてもヒルクライム項の係数を十分にとることによって、大きな問題ほど容易に解くことが可能である。このため比較実験は 8 から 60 Queen までの問題を用いて行った。表 1 は、それぞれの手法を最大 2,000 ステップで 1,000 回行ったときの収束率である。提案手法の実験は 15 Queen に合わせて $w = 0.54$ としたものとで行っている。 w を固定値にした場合、ネットワークの大きさの変化に対してある程度の範囲で高い探索能力を保持できるがそれを外れると探索能力が失われしまう。一方、 w を問題サイズに合わせて小さくしていくことにより、すべての問題で完全に最適解に到達できる能力があることが示された。このような傾向は、図 3 から図 6 の結果に示された問題サイズと w の関

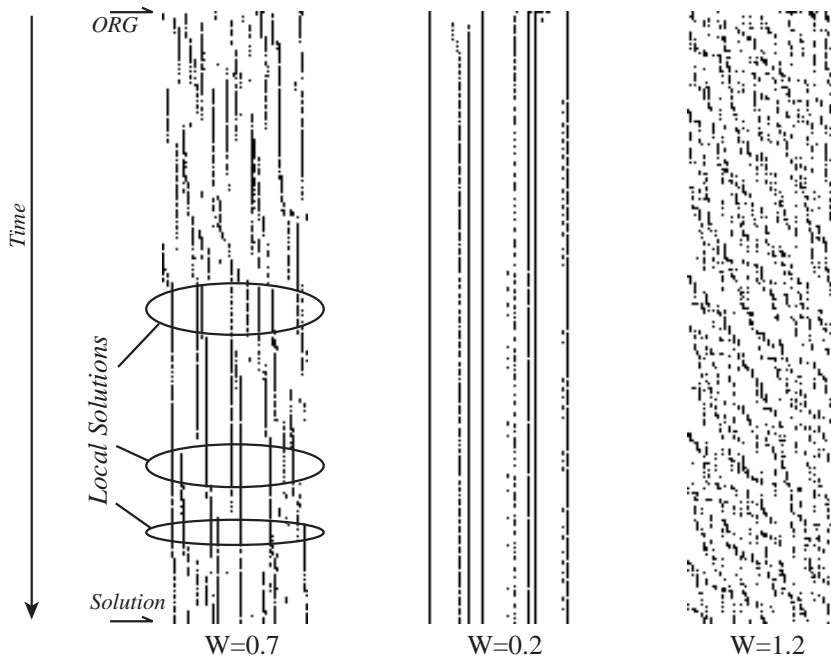


図8 8 Queen 問題の時系列変化
Fig. 8 States of neurons of 8 Queen problems in chronological order.

表 1 提案手法と従来手法の収束率

Table 1 Comparison between the conventional method and the proposed method.

N	Takefuji	Proposed method	
		w = 0.54	proper setting(w)
8	72.3%	99.0%	100.0% (0.66)
9	75.3%	99.0%	100.0% (0.66)
10	50.1%	98.0%	100.0% (0.66)
11	52.7%	99.0%	100.0% (0.66)
12	57.8%	100.0%	100.0% (0.54)
15	64.1%	100.0%	100.0% (0.54)
20	77.2%	100.0%	100.0% (0.54)
25	86.0%	99.0%	100.0% (0.52)
30	93.6%	99.0%	100.0% (0.48)
35	96.5%	96.0%	100.0% (0.44)
40	99.2%	0.6%	100.0% (0.41)
50	99.7%	0.0%	100.0% (0.39)
60	100.0%	0.0%	100.0% (0.38)

係からも理解できるものである。

5. 考 察

以上の結果から、図 2 (a) に示された重み付け構造は非常に高い探索能力を持つことが分かった。ここで興味深いことは図 2 の実験では一部のベクトルに対する重みが 0 に設定してあることである。たとえば (a) では w_1, w_6, w_7 の重みが 0 に等しい。つまりこれらのベクトルに関しては制約条件を無視していることになるが、自セルを中心として対極に位置する $w_2,$

w_5, w_8 が制約条件を満たしている。ニューロンはそれぞれの結合ベクトルに対して直線的に結合しているため、その位置によって制約条件の効き方は平等でないものの、各列内においては制約条件が満たされる方向へ推移するものと考えられる。

一方 (p), (q), (r) に示されたようなパターンでは、対角の両ベクトルが制約条件をまったく満たさない場合が存在するため、解に到達できないのは当然である。しかし、その他のネットワーク間における探索能力の差異はより詳細な分析を要する。我々はこの問題についてネットワークの振舞いを分析することにより推測を行った。

図 8 に示したセルの時系列変化からは、少なくとも右方向にセルの発火が推移していることが観察できる。本研究ではすべてのニューロンの重み付け構造は同一であるため、これがなんらかの指向性を生じていると考えられるだろう。ただし、実際のネットワークは二次元であり上下や斜め方向への推移も考えられる。Bersini¹⁶⁾によるとネットワーク結合の仕方次第では Hopfield ネットワークがカオス的振舞いを起こすことが示されている。このことから本研究における発火の二次元上での推移もカオス性をともなうものである可能性も考えられるだろう。また以上の結果から、ネットワークの状態は W が適切であれば局所解をうまく抜け出すことができるが、 W が小さすぎたり大きすぎ

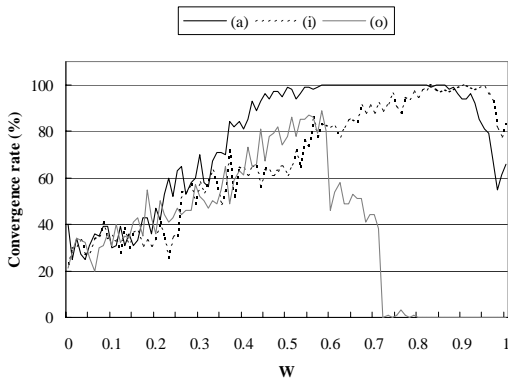


図9 重み付け構造とその探索能力の比較 (a, i, o)

Fig. 9 Network structure and its convergency (a, i and o).

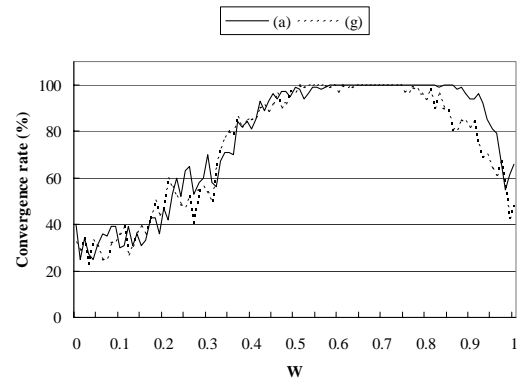


図10 重み付け構造とその探索能力の比較 (a, g)

Fig. 10 Network structure and its convergency (a and g).

たりすれば解に到達することができないことが分かる。

次に、図2から (a), (i), (o) の3つのパターンを選び出し、これらのネットワークの特徴を調べた。図中、黒と白のベクトルの数で表される結合の数、すなわち $w=1$ 以外の値を持つ結合の数を“非対称性を導入した結合の数”と呼ぶとすると、その大きさは $i < a < o$ であることが見てとれる。これらを用いたネットワークで W の値を変えながら実験を行った結果が図9である。実験結果より、(i) や (o) のネットワークでもパラメータが適切であれば高い解探索能力が得られることが分かるが、ここで興味深いことは効果的な W の値が $i > a > o$ となっていることである。すなわち、非対称性を導入した結合が多いネットワークでは W を小さくする必要があり、非対称性を導入した結合が少ないネットワークでは W を大きくすることにより適切な解探索能力が得られることが理解できる。

しかし同時に図9の結果は (i) や (o) がパラメータセンシティブであり、(a) の方が総合的に探索能力が高いことを示している。なぜ (a) は (i) や (o) より探索能力が高いのであろうか？我々は、重み付けの構造的な要因に基づいてこれを推理した。N-Queen 問題では盤の端は閉じられているため、(o) のような1方向に重みベクトルの集中した構造ではニューロンの発火しやすさは盤の片側に集中してしまい状態がロックしやすいと考えられる。一方 (a) のようにさまざまな方向に対称・非対称性結合を持つ構造では、発火の偏り方が前者よりも多方向に及ぶため、状態が柔軟に変化し大局解に到達できる機会を得やすいと考えられる。

この推理にあてはめれば、図2(g)のネットワークも高い探索能力を示してしかるべきである。(g)を用いた実験を行った結果が図10である。この結果から、我々の推測どおり (g) が (a) に匹敵する探索能力を持つ

ていることが分かった。また、図2の実験で2番目に探索能力の高かった (b) は (a) に対して45度回転対称の構造であり、やはり同じような構造が近い探索能力を示すことを示唆している。

6. 結 論

本研究では、ニューラルネットワークを用いた N-Queen 問題最適化のアルゴリズムに、対称性の破れ概念に基づいた重み付けを導入することにより、解探索能力を大幅に高められる可能性があることを実験的に示した。N-Queen 問題に対する適用では、あらゆるサイズの問題においてほぼ確実に大局解へ収束することができ、収束までのステップ数も短縮された。

また実験的考察の結果、提案手法は以下の2つの要因によって大きくその探索能力が影響を受けることが推測される。

- (1) 非対称性を導入した結合の数と、その向き
- (2) 非対称性をともなう場合の重み付けの強さ

非対称性を導入した重み付け構造は一定方向からのベクトルに偏らず、全体的に分散している方が探索能力が高まると考えられ、選択した構造に似合った W を設定することにより、ネットワークはより高い探索能力を得られると推測される。

ただし、提案手法のダイナミクスの数理的考察は今後の課題として残されており、一般の問題に対して以上の結果が適用可能かどうかは断定できない。特にネットワークの幾何的な非対称性構造については問題固有のネットワーク形状に大きく影響を受けるため、問題ごとに柔軟に対処する必要があるだろう。

7. 今後の展望

提案手法の基本概念はきわめて単純であり、ニュー

ラルネットワークを用いた既存の最適化手法や連想記憶に対して適用可能であると我々は考えているが，問題に応じて具体的な適用の仕方は異なるものであり，一般的な定理を導くのは困難である．我々はさまざまな問題に対する提案概念の適用を積み重ねることにより，本論文で示されたような傾向が一般的に示されるものであるかどうかを確認していきたい．現在我々は NP 完全問題として知られる Ramsey 問題や TSP に対して提案概念の適用を試みているところである．

また，提案手法をより効果的に運用する方法として，ネットワークのエネルギー状態に応じて傾きを動的に変化させることによって，探索能力を高める手法も検討している．

参 考 文 献

- 1) Hopfield, J. and Tank, D.: Neural Computation of Decisions in Optimization Problems, *Biol. Cybern.*, Vol.52, pp.141–152 (1985).
- 2) Takefuji, Y.: *Neural Network Parallel Computing*, Kluwer Academic Publishers (1992).
- 3) Chen, L. and Aihara, K.: Global searching ability of chaotic neural networks, *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, Vol.46, pp.974–993 (1999).
- 4) Hasegawa, M., Ikeguchi, T. and Aihara, K.: Solving large scale traveling salesman problems by chaotic neurodynamics, *Neural Networks*, Vol.15, pp.271–283 (2002).
- 5) Mandziuk, J.: Solving the N-Queens Problem with a Binary Hopfield-type Network, *Biol. Cybern.*, Vol.66, pp.375–379 (1995).
- 6) 竹中要一，船曳信生，西川清史：マキシマムニューロンを用いた N-Queen 問題のニューラルネットワーク解法の提案，情報処理学会論文誌，Vol.37, No.10, pp.1781–1788 (1996).
- 7) 竹中要一，船曳信生，西川清史：N-Queen 問題を対象としたマキシマムニューロンモデルの競合解消方式の提案，情報処理学会論文誌，Vol.38, No.11, pp.2142–2148 (1997).
- 8) 由雄宏明，馬場孝之，船曳信生，西川清史：N-Queen 問題を対象としたニューラルネットワークの半同期式更新方法の提案，電子情報通信学会論文誌，Vol.J80-A, No.1, pp.205–212 (1997).
- 9) 由雄宏明：ニューラルネットワークによる N-Queen 問題の解法，電子情報通信学会，Vol.D-17, p.17 (1995).
- 10) Stewart, I. and Golubitsky, M.: *Fearful Symmetry: Is God a Geometer?*, Penguin Science (1992).
- 11) 福原義久，武藤佳恭：セル・オートマタによる符号化手法とその分析，情報処理学会論文誌：数理モデル化と応用，Vol.44, No.SIG7(TOM8), pp.110–117 (2003).
- 12) Derrida, B., Gardner, E. and Zippelius, A.: An exactly solvable asymmetric neural network model, *Europhys. Lett.*, Vol.4, pp.167–173 (1987).
- 13) Matsuoka, M.: Stability conditions for nonlinear continuous neural networks with asymmetric connection weights, *Neural Networks*, Vol.5, No.3, pp.495–500 (1992).
- 14) Parisi, G.: Asymmetric Neural Networks and the Process of Learning, *J. Phys. A*, Vol.19, pp.675–680 (1986).
- 15) Guan, Z.H. and Chen, G.: On Equilibria, Stability and Instability of Hopfield Neural Networks, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol.11, pp.534–540 (2000).
- 16) Bersini, H.: The frustrated and compositional nature of chaos in small Hopfield networks, *Neural Networks*, Vol.11, pp.1017–1025 (1998).

(平成 15 年 1 月 7 日受付)

(平成 15 年 7 月 3 日採録)



福原 義久 (正会員)

平成 9 年慶應義塾大学環境情報学部卒業．平成 11 年同大学大学院政策・メディア研究科修士課程修了．平成 14 年同博士課程修了．現在同大学 SFC 研究所訪問所員．主な専門はニューラルネットワーク・コンピューティング．現在は対称性の破れと情報処理の関連性についての研究も行っている．共著に「複雑系入門」(井庭 崇，福原義久，NTT 出版，1998)．



武藤 佳恭

昭和 30 年生．昭和 58 年慶應義塾大学大学院博士課程電気工学専攻修了．工学博士．現在，ケースウェスタンリザーブ大学電気工学準教授，慶應義塾大学環境情報学部教授．ニューラルコンピューティング，ハイパースペクトラルコンピューティング等の研究に従事．情報処理学会 20 周年記念論文賞 (1980)，IEEE Trans. on Neural Networks 功労賞 (1992) 受賞．