1D-6

分散制約最適化問題における多重化解法による最適解到達率の制御

飯塚　泰樹
東海大学理学部情報数理学科

1　はじめに

分散制約最適化問題 (DCOP: Distributed Constraint Optimization Problem) は分散人工知能の基本的枠組みの１つとして，近年注目を集めている．DCOP の解法として，いくつかの完全アルゴリズムあるいは近似アルゴリズムが提案されている．しかし実世界の問題を扱うためには，より効率の高いアルゴリズムが求められている．本研究は，近似アルゴリズムの効率を上げることを目指すものである．近似アルゴリズムは計算時間が短いが，最適解を求めることは保証できない．

本稿では近似アルゴリズムを複数回実行した時に最適解が得られる確率を最適解到達率と呼ぶが，この最適解到達率が 0.99 の近似アルゴリズムを実現することを目標とする．本稿では，1 種類の分散近似アルゴリズムをアルゴリズムポートフォリオ [1] 同様に多重実行することで，近似アルゴリズムを使いながらも，最適解到達率を自由に設定できることを示す．

2　分散制約最適化問題 (DCOP)

分散制約最適化問題 (Distributed Constraint Optimization Problem: DCOP) は次のように定義されている [2]．変数の集合 $x_1, x_2, ..., x_n$，変数のそれぞれが値を取る有限で離散的な領域 $D_1, D_2, ..., D_n$ が与えられていて，それぞれの変数はエージェント $a_1, a_2, ..., a_m$ に割当てられているものとする．一部の変数間，x_i と x_j の間には制約 $c_{ij} : D_i \times D_j \rightarrow \{true, false\}$ が与えられていて，各制約にはコスト関数 $g_{ij} : D_i \times D_j \rightarrow \mathbb{R}^+$ が対応している．

$$g_{ij}(x_i, x_j) = \begin{cases} v^t_{ij}, & if\ c_{ij}(x_i, x_j) = true \\ v^f_{ij}, & otherwise \end{cases}$$

ただし $v^t_{ij} < v^f_{ij}$ とする．エージェント a_k は自分が持つ変数 x_k，x_k に関係する制約 c_{ij}，およびコスト関数 g_{ij} に関する情報だけを持つ．この時，DCOP の目的はコスト関数の総和 $G(\mathcal{A}) = \sum g_{ij}(\mathcal{A})$ を最小化する変数の割当て $\mathcal{A}$ を求めることである．

g_{ij} は変数間に制約 c_{ij} が定義されていない時は，$g_{ij} \rightarrow 0$ の恒等写像として扱う．本稿では各エージェントはただ 1 つの変数を持つことを仮定し，$n = m$ として扱う．

DCOP において，すべての割当て $\mathcal{A}$ の中で最小の $G(\mathcal{A}_o)$ を与える割当て $\mathcal{A}_o$ を最適解と呼ぶ．

分散近似アルゴリズムを n 回実行した時に，最適解が得られた回数を n_{opt} 回とした時，本稿では，$P_{opt} = n_{opt}/n$ を，そのアルゴリズムの最適解到達率と呼ぶことにする．

DCOP では，変数が制約で結ばれたエージェント間で，変数の値をメッセージ通信で交換しながら問題を解く．

3　アルゴリズムの多重実行

3.1　アルゴリズムの多重化

あるアルゴリズムを複数同時に実行し，得られた解の最大値や最小値を結果として選択することをアルゴリズムの多重化と呼ぶ [3]．分散アルゴリズムの場合，多重化されたアルゴリズムの実行においては複数の通信内容を一つのメッセージに載せて送ることが可能になる．このためメッセージ長は増加するがメッセージ数の増加は抑えることが可能となる．分散アルゴリズムでは，計算時間の多くはメッセージ通信に費される．よって分散アルゴリズムでは，計算とメッセージを多重化することにより，多重実行による計算時間増加のインパクトを集中型アルゴリズムのそれよりも小さく抑えることが可能と考えられる．このため多重実行は分散アルゴリズムに，より適していると考えることができる．

多重化について本稿では，同時に実行するアルゴリズムの数を多重度と呼び，m で表現する．

3.2　最適解到達率の設定可能性

本節の議論では，多重化する前 ($m = 1$) の分散近似アルゴリズムの最適解到達率 P_{sopt} がわかっているものとして議論を進める．

ある分散近似アルゴリズムにより求められる解の最適解からの距離が，何らかの確率分布であると仮定する．最適解はこの確率分布の最小値である．この分散アルゴリズムを単純 ($m = 1$) に実行して得られる最適解到達率を P_{sopt} とすると，多重実行することにより得られる最適解到達率 P_{mopt} は余事象を計算する次式で求めることができる．

$$P_{mopt} \quad = \quad 1 - (1 - P_{sopt})^m \qquad (1)$$

式 1 を使うことで，最適解への到達率を前提にして，必要な多重度 m を計算することができる．例えば多重実行することで最適解への到達率を 0.99 にしたい場合

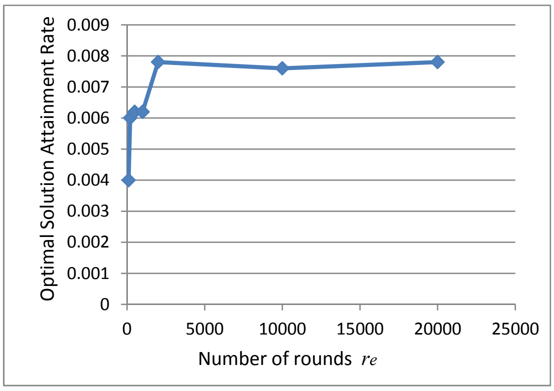

図 1: アルゴリズム DSA 単体の最適解到達率 (m = 1 の場合) 計測結果

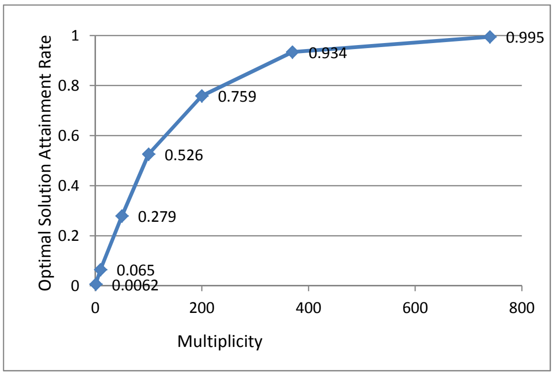

図 2: 多重度による最適解到達率の計測結果．(r_e = 500 固定の場合)

の m は，

$$1-(1-P_{sopt})^m \geq 0.99 \qquad (2)$$

とすれば良いから，求めたい多重度 m の条件は式 2 より次の式で得られる．

$$m \geq \frac{-2}{log(1-P_{sopt})} \qquad (3)$$

この計算は，最適解への到達確率が低い分散近似アルゴリズムであっても，多重実行することで，高い確率で最適解へ到達可能になることを示している．

4 実験による評価

ここでは分散制約最適化問題 (DCOP) 用近似アルゴリズムの多重実行による最適解到達率を実験により検証する．実験では，DCOP のための単純な分散近似アルゴリズムを用意し，これを多重実行することで最適解到達率が理論上の値になるかを調べる．

実験にはエージェント数 30，ドメイン数 3，制約数 90，制約による評価値 1〜12 の複雑な分散制約最適化問題を用意し，これを単純な任意時間アルゴリズムである DSA[4](p = 0.65) により 1000 回解いて，最適解到達率を求めた．今回の実験では，多重実行の効果の計測を目的としたため，シミュレータを任意の時間で停止させ，最も良い値を得たアルゴリズムの解を選択することにした．

まず多重実行していない状態でのアルゴリズム DSA の最適解到達率を実験により計測した．結果を図 1 に示す．この実験ではラウンド数 500 で止めた場合の最適解到達率は 0.0062 と小さいものであった．これは複雑な DCOP 問題を単純なアルゴリズム DSA で解いたため，最適解到達率が低くなったものと考えられる．この最適解到達率と式 (3) より最適解到達率 0.9 を得るための多重度は 370，同じく 0.99 を得るための多重度は 740 と計算できる．

アルゴリズムの多重度を 1 から 740 にかけて増加させた場合について，最適解到達率がどのように変化するか実験により計測した結果を図 2 に示す．この結果では，多重度 370 では最適解到達率 0.934，多重度 740 では最適解到達率 0.995 を得ることができた．

図 1 に示す通り，今回の実験に用いたアルゴリズム DSA は実験の範囲では最適解到達率は 0.01 に満たない低いものであった．しかも計算時間 (終了までのラウンド数) を長く設定したとしても，図 1 からわかる通り，最適解到達率はこれ以上大きくなることは望めそうになかった．しかしアルゴリズムを多重実行した結果，図 2 に示す通り，目標となる最適解到達率 0.9，および 0.99 を達成している．これは，長い時間をかけても最適解に到達する可能性が低い近似アルゴリズムについても，多重実行により効率的に最適解に到達するということで，多重実行の効果が大きいことを示している．

5 おわりに

本稿では分散制約最適化問題のための分散近似アルゴリズムを多重実行した場合，最適解到達率が設定可能であることを示した．アルゴリズムの多重化は，分散近似アルゴリズムの効率化に適した方法と考えられる．今後は，多重化されたアルゴリズムが情報を交換することで，多重化の効果を増加させる方法を研究する必要がある．

参考文献

[1] Gomes, C. P. and Selman, B.: Algorithm portfolios, *Artif. Intell.*, Vol. 126, pp. 43–62 (2001)

[2] Modi, P. J., Shen, W.-M., Tambe, M., and Yokoo, M.: Adopt: asynchronous distributed constraint optimization with quality guarantees, *Artif. Intell.*, No. 161, pp. 149–180 (2005)

[3] 飯塚 泰樹, 竹内 郁雄：分散制約最適化問題近似解法の多重実行の効果, 情報処理学会論文誌, Vol. 50, No. 12, pp. 3136–3149 (2009)

[4] Zhang, W., Wang, G., Xing, Z., and Wittenburg, L.: Distributed stochastic search and distributed breakout: properties, comparison and applications to constraint optimization problems in sensor networks, *Artif. Intell.*, No. 161, pp. 55–87 (2005)