

振幅制限を受けた任意形不規則信号のピーク値分布推定法

谷田 眞[†] 南原 英生^{††}

不規則変動波形に関する各種の統計量は、実測データに基づいて算出されるが、何らかの原因により原波形の上部や下部が振幅制限を受けてデータ記録され、元の波形に関する統計情報を正確に算出することが困難となる場合がある。このような見地から、いままでに振幅制限を受けた観測波形に基づく各種の統計量推定法について研究してきた。本論文では、特に、振幅制限を受けて高レベル情報が損失した観測波形から、元の波形のピーク値分布を推定する方法について検討する。具体的には、振幅分布情報のみに基づく新たなピーク値分布評価式を導出し、この分布を基にピーク値分布を推定する。最後に本手法の有効性を計算機シミュレーションで確認する。

An Estimation Method of the Peak Values Distribution for Arbitrary Random Signals with Amplitude Limitations

MAKOTO TANITA[†] and HIDEO MINAMIHARA^{††}

In this paper, we propose an estimation method for the peak values distribution of arbitrary random signals of which the amplitude fluctuation is limited by upper level. First, an expression of the probability density function for random signals with amplitude limitations is introduced using a well-known statistical Hermite orthonormal expansion form. Next, we propose a new method for approximating the peak values distribution of non-Gaussian type random signals based on only the expansion coefficients related to the amplitude information. As a result, one can see that the peak values distribution in the case with no effect of the amplitude limitations can be estimated through the expansion coefficients. Finally, the effectiveness of the proposed method is confirmed using digital simulations.

1. はじめに

騒音波や振動波などの不規則変動波形に関する各種の統計量は、一般に実測データに基づいて算出される。しかし、実際の計測状況では、計測器の動作レンジの不適切な選択などの原因により、上位レベルや下位レベルの振幅情報が十分に摂取できず、信号波形の上部や下部が振幅制限を受けた状態でデータ記録される場合がある。このような振幅情報が失われたデータから元の不規則信号に関する統計情報を正確に算出することは困難であり、何らかのデータ処理が必要となる。

このような見地から、いままでに、不規則信号が振幅制限を受けて記録された観測波形の確率密度関数を、ガウス分布、あるいは標準ガウス分布を初項とする直

交展開表現とディラックのデルタ関数を用いて表現し、この分布を基に振幅制限の影響を軽減した平均値、標準偏差、相関関数および展開係数を推定する手法について報告してきた^{1)~3)}。

一方、不規則信号の統計的解析において、平均値や標準偏差といった低次のモーメントよりは、むしろ不規則信号の変動の激しさや突発的な値の方が重要になる場合がある。このような変動の激しさや、突発的な値を定量的に評価する統計量として、レベル交差情報やピーク値分布があげられ、多くの研究がなされている^{4)~9)}。特に、ピーク値分布の統計的評価は多くの分野に応用されており、騒音波や振動波が人間に与える心理的影響や船舶の海洋波に対する応答、さらに、地震波の振幅特性の分析などは、低いレベルよりはむしろ高いレベルのピーク値に重要性があると思われる。しかし、上述のような振幅制限が起こった場合、ピーク値そのものが失われてしまい、実測データに基づいてピーク値分布評価を行うことが困難となり、新たなデータ処理法を構築する必要がある。

[†] 岡山理科大学大学院工学研究科
Graduate School of Engineering, Okayama University
of Science

^{††} 岡山理科大学工学部
Faculty of Engineering, Okayama University of Science

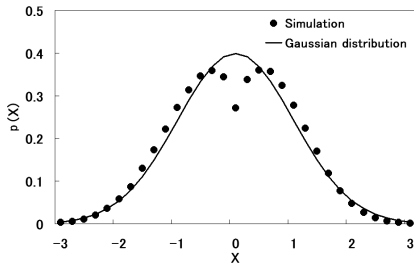


図 1 非ガウス形不規則信号の確率密度関数

Fig. 1 Amplitude distribution of the non-Gaussian type random signal.

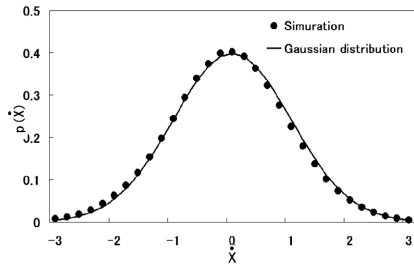


図 2 1 階微分信号の確率密度関数

Fig. 2 Comparison of differential signal amplitude distribution.

表 1 $x(t)$ と $\dot{x}(t)$ の展開係数比較

Table 1 Comparison of expansion coefficient between $x(t)$ and $\dot{x}(t)$.

	$x(t)$	$\dot{x}(t)$
A_1	0	0
A_2	0	0
A_3	-0.139	-0.001

る非ガウス形不規則信号の振幅分布を、図 2 に 1 階微分信号の振幅分布を示す。図より、非ガウス形の振幅分布を示す不規則信号に対し、その 1 階微分信号の振幅分布はガウス分布に近づいていることが確認できる。また、表 1 に元の信号と 1 階微分信号の展開係数値を示すが、この結果からも、1 階微分信号の振幅分布をガウス分布で近似できることが考察できる。

次いで、式 (6) を式 (5) に代入し、積分関係：

$$\int_0^\infty x H_n(x) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \begin{cases} 1 & (n=0) \\ \sqrt{2\pi} & (n=1) \\ \frac{2}{H_{n-2}(0)} & (n \geq 2) \end{cases}$$

を考慮すれば、単位時間に任意のレベル x を正方向に横切る期待回数 $N(x)$ は式 (7) のように表現できる。

$$N(x) = \frac{\sigma_{\dot{x}}}{2\pi} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \left\{ 1 + \sum_{n=1}^N A_n H_n(x) \right\} \quad (7)$$

一方、不規則信号が狭帯域スペクトルを持つとき、あるいは、ある程度広い帯域である場合でも標本抽出の段階で大きな起伏を示すピーク値のみに着目するとき、Powell の簡易ピーク評価法¹¹⁾ が適用可能であり、あるレベル x 以上に存在するピーク値の期待数 $M(x)$ は、レベル交差情報に基づいて求まる。つまり、

$$M(x) \approx N(x)$$

となる。また、すべてのレベルに存在する単位時間あたりのピークの総期待数 M_0 は、平均値 μ 以上のピーク数と同数であると考えられるので、式 (7) において $x=\mu$ とおけばよく、

$$M_0 = N(\mu)$$

より与えられる。したがって、ピーク値分布の確率密度関数 $p_p(x)$ は、Powell の手法により、式 (7) を x で微分し全ピーク数で割ることで式 (8) のように表される。

$$p_p(x) = -\frac{1}{N(\mu)} \frac{dN(x)}{dx} \quad (x \geq \mu) \quad (8)$$

このことから、式 (7) を式 (8) に代入し、考察対象とする不規則信号の平均値を 0 とすると、式 (9) で表されるピーク値分布評価式を得る。

$$p_p(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \left\{ \frac{x + \sum_{n=1}^N A_n H_{n+1}(x)}{1 + \sum_{n=1}^N A_n H_n(0)} \right\} \quad (9)$$

式 (9) は、1 階微分情報を必要とせず、原波形の振幅に関する展開係数のみで表されている。したがって、式 (3) の解として得た振幅制限の影響を軽減した展開係数を代入することができ、振幅制限を受けた観測波形 $x_t(t)$ から、元の不規則信号に関するピーク値分布の推定が可能となる。

3. シミュレーション実験による考察

本理論の正当性を確認するために、三角級数モデルによって発生させた 2 種類の非ガウス形シミュレーション信号 (Signal A, Signal B) を用いて実験を行った。図 3 は、ピーク値データに基づく実験値の分布と、式 (9) に示す新たなピーク値分布評価式に基づく理論分布とを比較した結果である。それぞれの信号において、反映する展開係数の項数を増すことで、実験値に近い分布を示していることが確認でき、式 (9) の正当性をうかがうことができる。次に、 $\alpha_2=0.6$ として人為的

$\alpha_2=0.6$ で振幅制限を受けた場合、全ピーク数の約 90% が失われている。

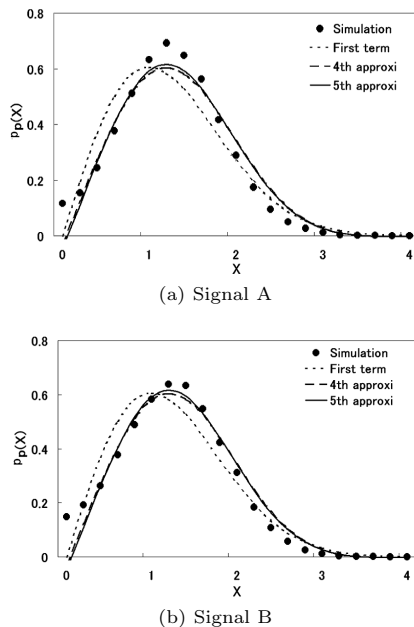


図3 ピーク値分布の理論曲線とシミュレーションによる結果の比較 (振幅制限を受けていない場合)

Fig. 3 Comparison between theoretical curves and simulations in evaluation of peak values with no amplitude limitations.

に振幅制限を施して実験を行った。結果を図4に示す。図より、振幅制限を受けた観測波形から推定した展開係数を式(9)に反映させることで、残った実験値がわずかであるにもかかわらず、失われた実験値の分布の様子をよくとらえている。特に、高レベル付近で理論値と実験値がよく一致しており、本理論を用いることで、高レベル情報が失われた観測波形からピーク値分布の推定が可能であることが確認できる。

4. まとめと今後の課題

本論文では、実験的背景に基づいて非ガウス形不規則信号の1階微分信号をガウス分布で近似し、1階微分情報を必要としない新たなピーク値分布評価式を得た。これにより、振幅制限を受けて記録された観測波形から推定した展開係数を、新たなピーク値分布評価式に取り入れることで元の不規則信号に関するピーク値分布の推定が可能となった。そして、本手法の有効性を計算機シミュレーションで確認し、振幅制限を受けて約90%のピーク値が失われてもピーク値分布の推定が可能であることが分かった。

今後の課題としては、ガウス分布からのずれがどの程度までなら本手法が適用可能であるかや、推定に用いる展開係数の最適な項数の検討などが考えられる。

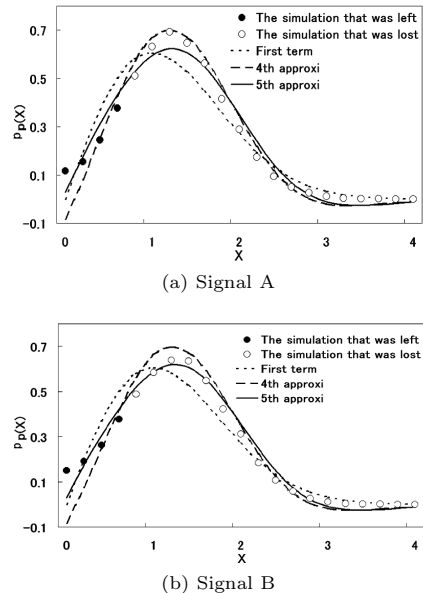


図4 ピーク値分布の理論曲線とシミュレーションによる結果の比較 ($\alpha_2 : 0.6$)

Fig. 4 Comparison between theoretical curves and simulations in evaluation of peak values with amplitude limitations ($\alpha_2 : 0.6$).

謝辞 本論文に対して、多くの有益なコメントをいただきました査読者に感謝いたします。

参考文献

- 1) Minamihara, H., Nishimura, M., Takakuwa, Y. and Ohta, M.: A Method of Detection of the Correlation Function and Frequency Power Spectrum for Random Noise or Vibration with Amplitude Limitation, *J. Sound and Vibration*, Vol.141, No.3, pp.425-434 (1990).
- 2) Minamihara, H. Ohta, M. Nishimura, M. and Takakuwa, Y.: An estimation method of L_x for arbitrary random noises based on the limited fluctuation level range, *J. Acoust. Soc. Jpn(E)*, Vol.16, No.3, pp.185-188 (1995).
- 3) 江田卓永, 南原英生: 振幅制限を受けた任意不規則変動波形に関する一信号処理法, 情報処理学会第65回全国大会, 1, pp.225-226 (2003).
- 4) 南原英生, 西村正文, 太田光雄: 任意不規則騒音・振動波形のピーク値分布に関する一評価理論と実験, 日本音響学会誌, Vol.37, No.3, pp.116-122 (1981).
- 5) 中本昌由, 南原英生, 太田光雄: レベル交差情報を用いた広帯域非ガウス形不規則信号のピーク値分布評価法, 電子情報通信学会論文誌(A), Vol.J82-A, No.3, pp.471-481 (1999).
- 6) 中本昌由, 荒木勇一郎, 南原英生, 難元孝夫:

- 広帯域非ガウス性不規則信号のピーク値分布に関する簡易評価理論, 情報処理学会論文誌, Vol.42, No.5, pp.1272-1281 (2001).
- 7) 中本昌由, 南原英生, 荒木勇一朗, 雑元孝夫: 確率過程のピーク値分布における重み関数の線形結合モデル 非ガウス過程の新しいピーク値分布評価法, 情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用, Vol.42, No.SIG14 (TOM 5), pp.64-72 (2001).
- 8) Hamilton, J.: Extreme peak value vessel response combinations with wide band spectra, *Appl. Ocean Res.*, Vol.15, No.6, pp.373-380 (1993).
- 9) Gusev, A.A.: Peak factors of Mexican accelerograms: Evidence of a non-Gaussian amplitude distribution, *J. Geophys Res.*, Vol.101, No.B9, pp.20083-20090 (1996).
- 10) 谷田 眞, 横田幸恵, 隅田寿充, 南原英生: 有限振幅情報に基づく非ガウス形不規則信号の各種統計量推定法, 情報処理学会第 68 回全国大会, 1, pp.281-282 (2006).
- 11) Powell, A.: On the fatigue failure of structures due to vibration excited by random pressure field, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.30, No.12, pp.1130-1135 (1958).
- 12) Rice, S.O.: Mathematical analysis of random noise, *Bell System Tech. J.*, Vol.23, pp.282-332

(1944).

(平成 19 年 1 月 5 日受付)

(平成 19 年 4 月 6 日採録)



谷田 眞

昭和 57 年生。平成 17 年岡山理科大学工学部情報工学科卒業。平成 19 年同大学大学院修士課程修了。同年岡山県中学校教員として岡山県倉敷市立水島中学校勤務。在学中, 不規則信号解析の研究に従事。



南原 英生 (正会員)

昭和 45 年立命館大学理工学部電気工学科卒業。昭和 47 年同大学大学院修士課程修了。同年広島電機大学工学部助手, 同講師, 同助教授, 同教授を経て, 現在, 岡山理科大学工学部教授。工学博士。主として, 不規則信号解析, 環境評価(騒音・振動)の研究に従事。電子情報通信学会, 計測自動制御学会, 日本音響学会, 応用統計学会, 電気学会各会員。