コウを含む囲碁の攻合いの解析

中村 貞吾

九州工業大学 情報工学部 知能情報工学科
E-mail: `teigo@ai.kyutech.ac.jp`

概要

組合せゲーム理論は，全体の局面が独立した部分局面の和に分解できるようなゲームの解析に大きな威力を発揮してきた．囲碁はそういった部分性の強いゲームであり，これまでに，組合せゲーム理論を最終盤のヨセの解析に適用してプロ棋士でも悩まされるような複雑なヨセ問題に対して見事に正解を与えたり，眼形の解析において後手１眼 (半眼) や先手１眼などの概念を数学的に明確に説明したり，コウを含むヨセ局面を数理的に評価する手法が開発されるなどの様々な成果が報告されている．また最近では，これを攻合いにおけるダメ数の計算に適用して，ヨセと同様の計算によってダメツメの手止りを評価し，攻合いの勝敗を判定する手法などが示されている．本論文では，組合せゲーム理論に基づく攻合い問題の解析において残されていた課題の一つであるコウを含む囲碁の攻合い局面の解析を試み，ヨセにおけるコウとは異なった攻合いにおけるコウ特有の性質を明らかにする．

Analysis of Capturing Races with Kos

Teigo NAKAMURA

Department of Artificial Intelligence, Kyushu Institute of Technology
E-mail: `teigo@ai.kyutech.ac.jp`

Abstract

Applications of combinatorial game theory (CGT) to Go had been focused on endgames and eyespace values so far. But it can be applied to any situations that involve counting. We showed how to apply CGT to capturing races, that is called Semeai in Japanese, in our previous paper. Capturing race is a particular kind of life and death problem in which both of the two adjacent opposing groups are fighting to capture the opponent's group each other. Skills in winning capturing races are very important factor to the strength of Go as well as openings and endgames techniques. In order to win the complicated capturing races, techniques of counting liberties, taking away the opponent's liberties and extending own liberties in addition to wide and deep reading are necessary. We proposed a method of analyzing capturing races that have no shared liberty or have just simple shared liberties using combinatorial game values of external liberties and an evaluation formula to win the capturing races.
In this paper, we explore capturing races that have some locally loopy subgames called kos and show particular characteristics of kos in capturing races other than endgames.

1 はじめに

組合せゲーム理論 [1] は，全体の局面が独立した部分局面の和に分解できるようなゲームの解析に大きな威力を発揮してきた．囲碁はそういった部分性の強いゲームであり，これまでに，組合せゲーム理論を最終盤のヨセの解析に適用してプロ棋士でも悩まされるような複雑なヨセ問題に対して見事に正解を与えたり [2]，眼形の解析において後手１眼 (半眼) や先手１眼などの概念を数学的に明確に説明したり [4]，コウを含むヨセ局面を数理的に評価する手法 [3] が開発されるなどの様々な成果が報告されている [5][6][7]．また最近では，これを攻合いにおけるダメ数の計算に適用して，ヨセと同様の計算によってダメツメの手止りを評価し，攻合いの勝敗を判定する手法 [8] などが示されている．

本論文では，組合せゲーム理論に基づく攻合い問題の解析において残されていた課題の一つであるコウを含む囲碁の攻合い局面の解析を試み，ヨセにおけるコ

ウとは異なった攻合いにおけるコウ特有の性質を明らかにする.

2 ヨセにおけるコウ

コウ局面 G に対して，上付き添字の L と R で，それぞれ，Left(黒) がコウを取った状態と Right(白) がコウを取った状態を表わすことにする．図 1 は，所謂「半コウ」と呼ばれているヨセにおいて最も価値の小さいコウ局面である[†1]．

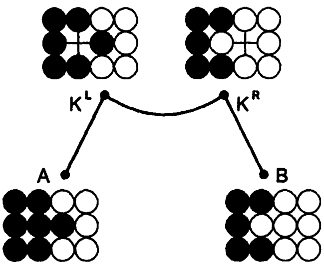


図 1: 半コウのゲーム木

K^R をベースラインとしてこの局面のスコアを考えると，白が B とツゲば双方の地は 0 目で，一方，黒が K^L から A と打てば，アゲハマを考慮して黒地 1 目となる．そこで，図 1 のゲーム木を地をスコアをするゲーム木として記述すると，図 2 のように表わすことができる．A から B まで，3 手かけて 1 目の出入りを生ずるので，このコウ K の 1 手あたりの価値，すなわち温度 $T(K)$ は 1/3 となり，したがって，K^L における平均値 $M(K^L)$ は 2/3，K^R における平均値 $M(K^R)$ は 1/3 となる．

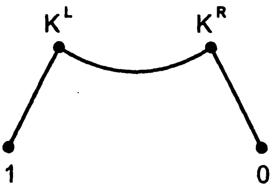
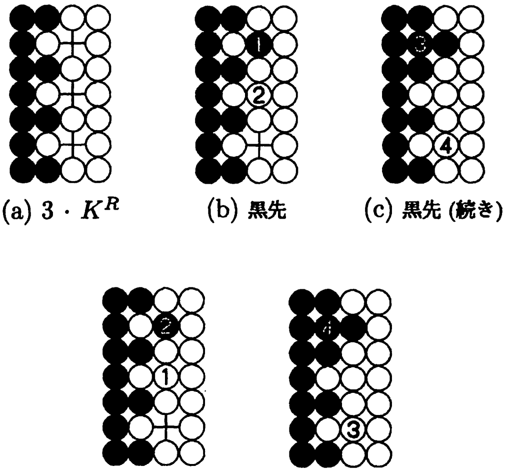


図 2: 地をスコアとする半コウのゲーム木

[†1] 半コウの局面は記号 K を用いて表わす．
[†2] 黒が取った 1 子のアゲハマの分．

これが正しいことは，図 3 の (a)〜(e) に示すように，同じコウ局面を 3 個合わせた局面の値が，どちらが先着するかによらず 1 となる[†2] ことからも確かめられる．



(a) $3 \cdot K^R$　(b) 黒先　(c) 黒先 (続き)
(d) 白先　(e) 白先 (続き)

図 3: 三個の半コウからなる局面の価値

このように双方のプレイヤ共に一手で解消できるコウは単純コウと呼ばれ解析も容易であるが，一般には，コウを含む局面の値は，どちらのプレイヤがコウに勝つかによって複雑に変化する．[3] では，コウに勝つ側のプレイヤとして komaster という概念を導入することによってコウの価値の解析をなう手法が示されている．komaster は，相手のコウダテにすべて受けてもコウ争いに勝てるだけの十分な数のコウダテを持っているような状況をモデル化したものである．したがって，一方のプレイヤが komaster である場合，コウに負ける側のプレイヤ (koloser) はコウダテを打ってフリカワることはできず，コウと同じ価値 (温度) の他方面のヨセを打つことになる．しかし一方で，komaster は，koloser がコウよりも低い価値の他方面のヨセしか打てない状況になるまでコウ争いを続けるほど多くのコウダテを持っていないとされており，したがって，komaster のコウトリに対して koloser が他方面のヨセに向かった場合は，komaster は直ちにそのコウを解消し，koloser は他方面のヨセを 2 手続けて打つことによって代償を得るというのが相場の分かれとなる．

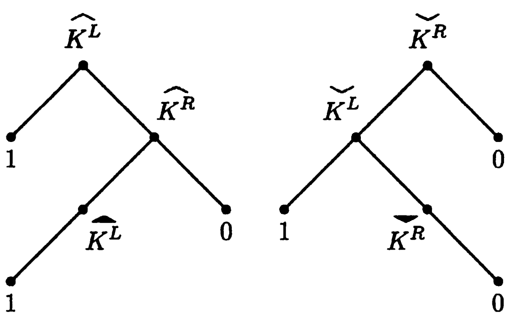
図 4 は，Left および Right がそれぞれ komaster の場合の半コウ K のゲーム木であり，各ノードの記号は次の意味を持つ．

$\widehat{G}$: Left(黒) が komaster の場合の局面 G

$\overset{\blacktriangle}{G}$: Left が komaster で，
G は Left がコウを取った直後の局面

$\widecheck{G}$: Right(白) が komaster の場合の局面 G

$\overset{\blacktriangledown}{G}$: Right が komaster で，
G は Right がコウを取った直後の局面



(a) K^L : 黒 komaster　(b) K^R : 白 komaster

図 4: komaster を導入したヨセの半コウ K のゲーム木

図 5 に示すコウは rogue コウと呼ばれているコウ局面で，図 6 はそのゲーム木である．この局面はどちらのプレイヤが komaster であるかによって局面の平均値と温度が異なる複雑なタイプのもので，そのようなコウは hyperactive なコウと分類される．局面 G^L について，黒が komaster の場合は温度 $T(\widehat{G^L}) = 1\frac{1}{9}$，平均値 $M(\widehat{G^L}) = \frac{7}{9}$ で，白が komaster の場合は温度 $T(\widecheck{G^L}) = 1\frac{1}{3}$，平均値 $M(\widecheck{G^L}) = \frac{1}{3}$ となる [7]．

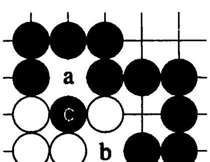


図 5: rogue コウ

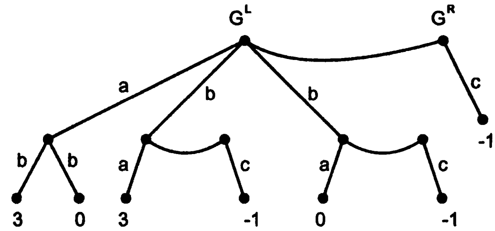
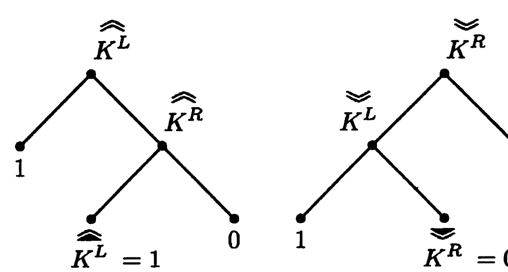


図 6: rogue コウのゲーム木

コウ争いに勝つプレイヤとして komaster よりもさらに強い komonster という概念も提案されている [5]. komonster は無限のコウダテを持っていて，どんなコウにも勝つことができ，さらに，コウを取った後のコウの解消を他方面のヨセもすべて打ち終った後に行なうことができるような状況のモデル化である．

図 7 に，Left および Right がそれぞれ komonster の場合の半コウ K のゲーム木を示す．ここで，$\widehat{\widehat{G}}$ は，Left(黒) が komonster の場合の局面 G を意味し，他も同様に図 4 の説明における komaster を komonster に置き替えて読めばよい．komonster はコウトリ後のコウの解消を終局時まで遅らせることができる．これは，すなわち，コウを解消するために 1 手も消費しないことと同じ意味を持ち，ゲーム木においては $\overset{\blacktriangle}{\widehat{G}}$ および $\overset{\blacktriangledown}{\widecheck{G}}$ から延びるコウ解消の着手後のノードが縮退することに対応する．

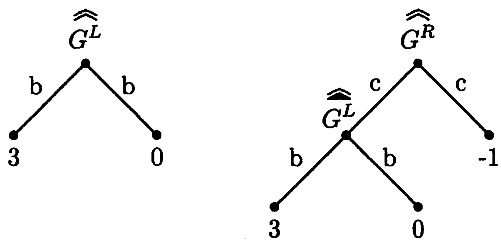


(a) K^L : 黒 komonster　(b) K^R : 白 komonster

図 7: ヨセの半コウ K のゲーム木 (komonster の場合)

図 5 の rogue コウを komonster を導入して解析すると，そのゲーム木は図 8 のようになり，平均値および温度はそれぞれ，$M(\widehat{\widehat{G^L}}) = T(\widehat{\widehat{G^L}}) = 1\frac{1}{2}$,

$M(\check{\check{G}}^L)=0$, $T(\check{\check{G}}^L)=1$ となる．



(a) G^L：黒 komonster　(b) G^R：黒 komonster

図 8: rogue コウの解析 (komonster の場合)

3　攻合いにおけるコウ

囲碁の攻合いを組合せゲーム理論に基づいて数理的に解析するためには，攻合いの対象となっているブロック (対象ブロック; essential block) の手数をスコア[†3] とするゲーム木を解析の対象とすればよい [8]．攻合いの部分ゲーム局面 G に対して，下付き添字の L と R を用いて，それぞれ，Left(黒) と Right(白) のどちらの側のブロックが対象ブロックとなっているかを明示することにする．例えば，図 9 のルートのゲーム局面を G，○印のついた黒石が対象ブロックとするとき，この局面は G_L と表記される．また，ゲーム木は，対象ブロックの手数を末端局面のスコアとしており，G_L から黒 a と打てば黒の対象ブロックの手数は 6，白 a，黒 b となれば手数は 4，白 a, b と連打すれば手数が 0 となることを示している．

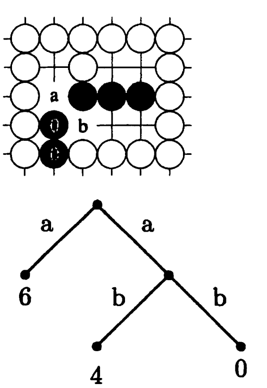


図 9: 攻合い局面と手数をスコアとするゲーム木

コウを含む攻合いの場合もこれと同様に表現できる．図 10 は，コウが付随する黒の対象ブロックに対する攻合いのゲーム木の例である．A におけるスコアは 6，B のスコアは 0 であるので，このゲームは図 11 のように表わすことができる単純コウである．したがって，

$$M(G_L^L)=4,\ T(G_L^L)=2,\ M(G_L^R)=2,\ T(G_L^R)=2$$

となる．

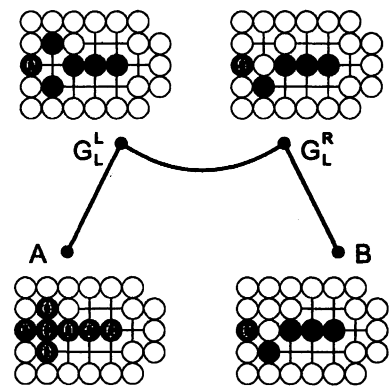


図 10: コウ付きの攻合い

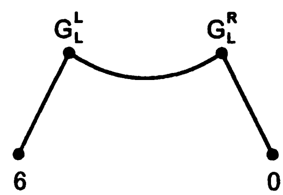


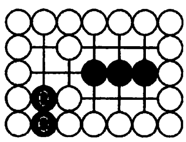
図 11: 手数をスコアとするゲーム木

[8] に述べられているように，囲碁のヨセにおいて価値が最小の手は「ダメ (どちらの地でもない空点)」への着手でありその価値 (温度) は 0 であるが，攻合いにおいては，着手することによって最低でも相手の手数を 1 手は縮めることができるので，温度が 1 度の着手が最小の価値であり，したがって，1 度よりも小さい温度の着手は行なわれない．これは，ヨセで自分の地に着手して 1 目損することをしないのと同様である．図 11 においては，G_L^L, G_L^R の温度は共に 2 であるの

†3 ここで，対象ブロックが Left(黒) の場合の手数を正，Right(白) の場合の手数を負とする．

で，ここへ黒から着手することは一手以上の価値があり，単純なダメツメ作業の前にコウ争いが行なわれる．

攻合いゲームにおけるコウダテとしては，手数をスコアとする，例えば，以下のような局面が一次コウダテ (primary kothreat) となる．



$\{\{7\,|\,1\}\,|\,0\}$

図 12: 攻合いのコウダテ

次に，前節の図 1 にある半コウの形が攻合いにおいてどのように作用するかを見る．図 13 の A, B それぞれにおいて，黒の対象ブロックの手数は共に 0 であるので，ゲーム木は図 14 のように変換されるが，ここで，K_L^L における温度は 0 となるので，ここへの黒の着手，すなわち，K_L^L から A へコウをツグ着手は明らかな悪手となり枝刈りされる．したがって，最終的なゲーム木は図 15 となる．

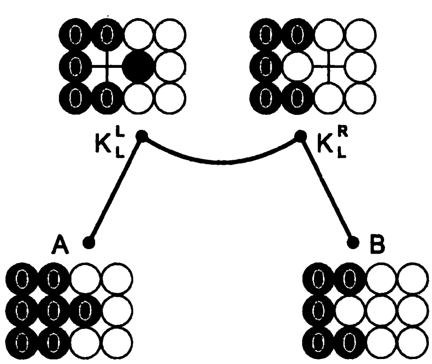


図 13: 半コウ付きの攻合い

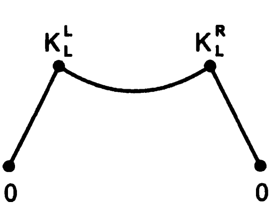


図 14: 手数をスコアとするゲーム木

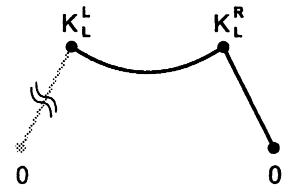
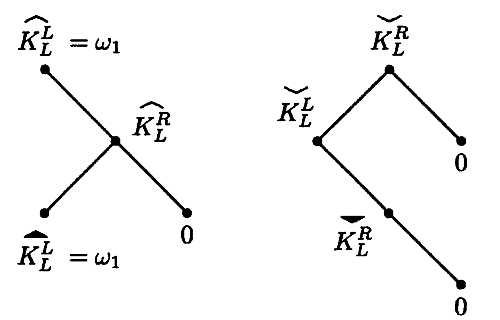


図 15: 枝刈り後の K_L

さらに，図 15 の局面に対して komaster を導入したゲーム木を作成すると図 16 が得られる．



(a) K_L^L : 黒 komaster　(b) K_L^R : 白 komaster

図 16: 攻合いの半コウのゲーム木 (komaster の場合)

ここで，(b) の攻撃側のプレイヤが komaster の場合のゲーム木に対しては，通常どおりにノードの値を計算することができ，$\widecheck{K_L^L} = 2$, $\widecheck{K_L^L} = \{2\,|\,0\} \Longrightarrow 1$ を得ることができる．しかし，(a) の対象ブロックの側のプレイヤが komaster の場合には，このゲーム木は $\widehat{K_L^L}$ が末端局面となるというこれまでに見られない特徴を有しており通常の値を付与することができないため，ここでは $\widehat{K_L^L} = \omega_1$ と表記することにする．

さらに，攻合いではコウを継がないまま攻合いを継続することも度々行なわれ，これによって，図 15 のゲーム木は，さらに，図 17 のように変形される．

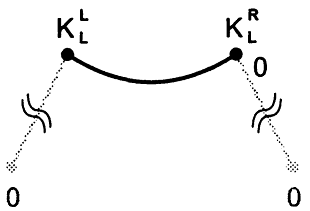
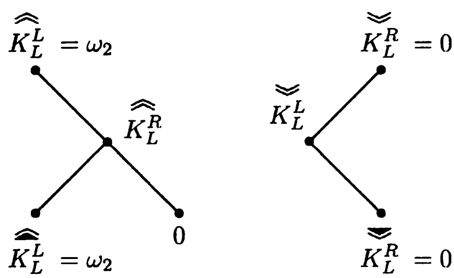


図 17: 攻撃側がコウをツガずに攻合いを継続する場合

この状況は，攻撃側のプレイヤがkomonsterである場合に相当し，komonsterを考慮したゲーム木は図18のようになる．



(a) K_L^L : 黒 komonster (b) K_L^R : 白 komonster

図 18: 攻合いの半コウのゲーム木 (komonster の場合)

図16のときと同様に，(b) の攻撃側のプレイヤがkomonster の場合のゲーム木に対しては，$\widecheck{K_L^L} = 1$，$\widecheck{\widecheck{K_L^L}} = 0$ を得ることができるが，(a) の対象ブロックの側のプレイヤがkomonster の場合には通常の値を与えることはできないため，$\widehat{\widehat{K_L^L}} = \omega_2$ とする．

以上をまとめると，攻合いにおける半コウの局面の値は以下のようになる．

$$\widecheck{K_L^L} = 2,\ \widecheck{\widecheck{K_L^L}} = 1,\ \widehat{K_L^L} \overset{\text{def}}{=} \omega_1,\ \widehat{\widehat{K_L^L}} \overset{\text{def}}{=} \omega_2,$$
$$\widecheck{K_L^R} = 1,\ \widecheck{\widecheck{K_L^R}} = 0,\ \widehat{K_L^R} = \{\omega_1 \mid 0\},\ \widehat{\widehat{K_L^R}} = \{\omega_2 \mid 0\}$$

4 コウを含む攻合いの解析例

第11期竜星戦の「小松英樹九段 (黒) 対上村邦夫九段 (白)」の対局中に出現したコウを含む大きな攻合い局面を題材として解析を試る．

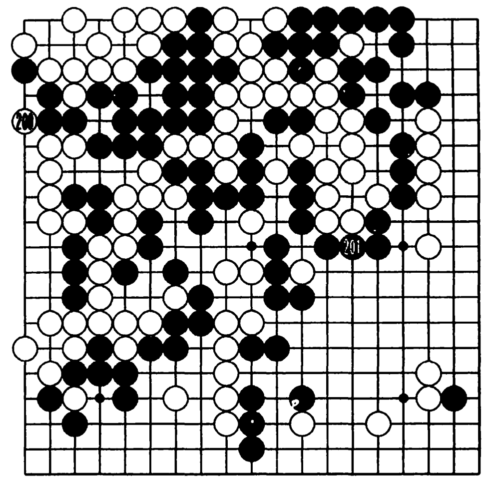


図 19: 実戦の攻合い局面：原図 (黒 201 まで)

黒201着手後の局面は，図20の○印で表示された対象ブロック同士の攻合いであり，図には4つの部分局面とマーキングされた単純ダメが表示されている．

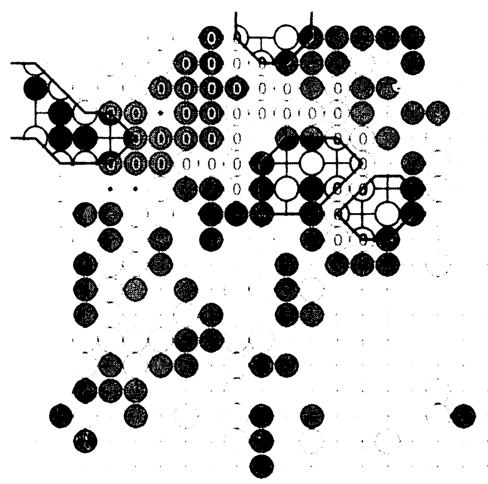
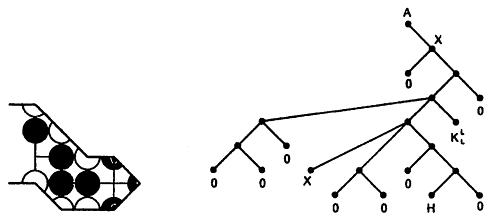
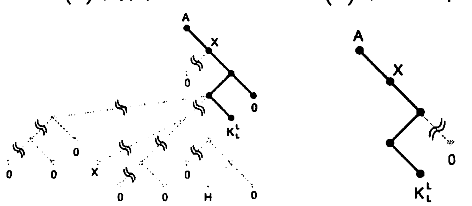


図 20: 実戦の攻合い局面：対象ブロック

部分局面は，左上を A，上辺を B，中央右を C，中央左を D として，以下にその解析結果を示す．



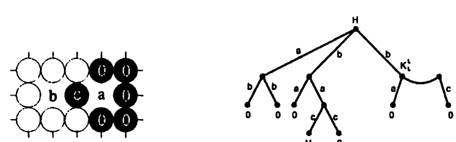
(a) 局面 A　　　(b) ゲーム木



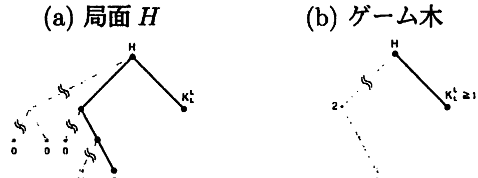
(c) 枝刈り (1)　　　(d) 枝刈り (2)

図 21: 部分局面の解析 (1)

なお，上図中の末端局面 H は以下で示される局面である．

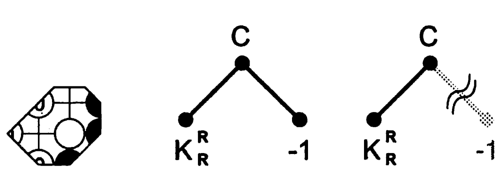


(a) 局面 H　　　(b) ゲーム木



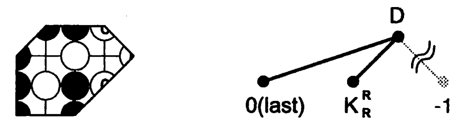
(c) 枝刈り (1)　　　(d) 枝刈り (2)

図 22: 部分局面の解析 (1)：続き



(a) 局面 C　　(b) ゲーム木　　(c) 枝刈り

図 23: 部分局面の解析 (2)



(a) 局面 D　　　(b) D のゲーム木

図 24: 部分局面の解析 (3)

以上より，各サマンドの値は

$$A = K_L^L + 2,\ B = K_R^R,\ C = K_R^R - 1,\ D = -1$$

であり，マーキングを考慮すると，全体の攻合いゲーム G は次のように計算される．

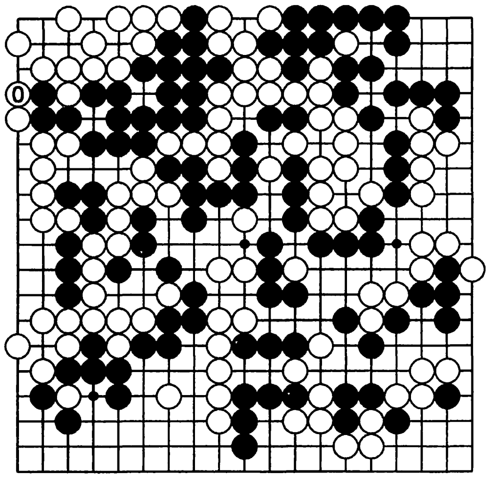
$$\begin{aligned} G &= A + B + C + D + 3 - 2 \\ &= (K_L^L + 2) + K_R^R + (K_R^R - 1) - 1 + 3 - 2 \\ &= K_L^L + 2 \cdot K_R^R + 1 \end{aligned}$$

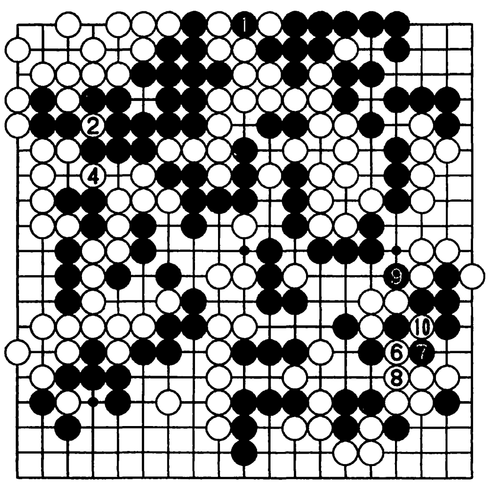
ここで，各コウの部分局面について，対象ブロックに対する攻撃側のプレイヤが komonster であると仮定した場合の値を用いて全体の攻合いの勝負けを判定することができる．ただし，攻撃側のプレイヤが komonster になれるのは，1 つのコウのみで，複数のコウがある場合は，残りのコウに対しては komaster とする．そうすると全体のゲーム局面の値は

$$\begin{aligned} G &= \check{\check{K}}{}_L^L + \hat{\hat{K}}{}_R^R + \widehat{K}_R^R + 1 \\ &= 1 + (-1) + (-2) + 1 \\ &= -1 \end{aligned}$$

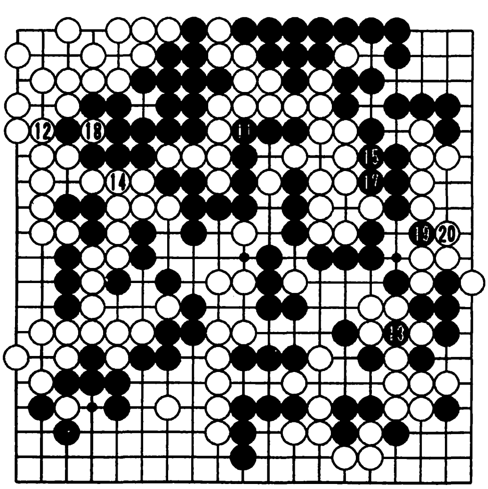
となるので，この状態で「黒からの一手ヨセコウ」であると判定される．

実戦の進行は，以下の図に示すとおり，黒 201 の直後に⓪と一手手を入れ，その後右下方面で戦いが拡大した後に，大きなフリカワリとなる進行を制して白の大勝となった．

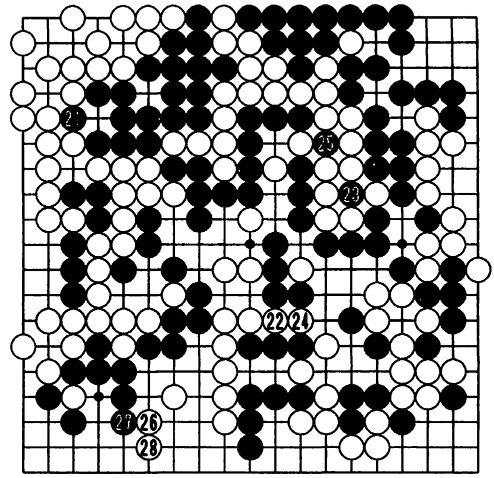




❸(②の左にトリ返す)　❺(❶の右にコウツギ)



⑯(⓭の右にコウトリ)



(㉙以下略　白 31 目半勝)

5 おわりに

外ダメ領域にコウを含む囲碁の攻合いを解析するために，対象ブロックの手数をスコアとするゲーム木を作成し，半コウの局面を含む攻合いのゲーム木が，ヨセにおけるコウにはない特徴を持つことを明らかにした．そして，対象ブロックに対する攻撃側のプレイヤを komonster(および komaster) と仮定することによって得られた値に基づいて局面を評価する手法を示した．

参考文献

[1] Elwyn Berlekamp, John H. Conway and Richard K. Guy: "Winning Ways –for your Mathematical Plays–", Academic Press, New York, (1982).

[2] Elwyn Berlekamp and David Wolfe: "Mathematical Go – Chilling Gets the Last Point–", A.K.Peters, (1994).

[3] Elwyn Berlekamp: "The Economist's View of Combinatorial Games", *Games of No Chance*, Cambridge University Press, pp.365–405, (1996).

[4] H. A. Landman: "Eyespace Values in Go", *Games of No Chance*, Cambridge University Press, pp.227–257, (1996).

[5] Martin Müller, Elwyn Berlekamp and William Spight: "Generalized Thermography: Algorithms, Implementation, and Application to Go Endgames", International Computer Science Institute, TR–96–030, (1996).

[6] Takenobu Takizawa : "An Application of Mathematical Game Theory to Go Endgames: Some Width-Two-Entrance Rooms With and Without Kos", *More Games of No Chance*, Cambridge University Press, pp.107–124, (2002).

[7] William L. Spight: "Evaluating Kos in a Neutral Threat Environment: Preliminary Results", Proceedings of CG2002, (2002).

[8] 中村貞吾：“組合せゲーム理論を用いた囲碁の攻合いの解析”，ゲーム情報学研究会, 2003–GI–9–5, pp.27–34, (2003).