

日本経済のシミュレーション実験* (I)

森 敬**

1. 結 言

この論文は、TCER（東京経済研究センター）の産業構造プロジェクトにおいて構成された「モデルⅢ⁹⁾」について行なったシミュレーション分析に関する研究報告である。

「モデルⅢ」は、昭和28年から昭和32年にわたる5箇年間の4半期データに関して推定されたものであって、19元の連立非線型定差方程式体系である。この定差方程式モデルをIBM 650を使って解いた。

モデルの現実適合性を推定期間の実績値と内挿計算値との比較によってテストする。その結果を吟味して修正を加えテストを繰り返す。

こうして選び出された修正モデルⅠに対して、初期時点のえらび方による結果の差が出ないかどうかをみる初期値テストおよび外生変数を固定してモデルの内生部分の動学的性質、特に安定性を吟味する。

さらに進んで、各種の政策効果および経済構造に変化があった場合の影響の測定等を行う。

最後に、修正モデルⅠの誘導形係数の行列および三つの異なる初期値から出発した計算値と実績値の時系列との残差に対して各種の検定等を行ってモデルの特性を確認し、将来の研究計画のための覚書を記す。

2. 計量モデルについて

モデルⅢの基本的考え方は、クライン・ゴールド・ハンガー・モデル⁵⁾によっており、支出面に関する構造方程式を主体として、分配面に関して若干の考慮が加えられたものである。

まず、記号を次のように定める。

(内生変数)

C = 個人消費支出

I_H = 個人住宅投資

I_F = 民間設備投資

D_H = 個人住宅減耗

D_F = 民間設備減耗

K_H = 個人住宅存在量

K_F = 民間設備存在量

M = 財貨およびサービス輸入

W_1 = 民間勤労所得

P_C = 法人企業所得

S_C = 法人留保増分

P = 非勤労者、非個人業主民間所得

Y = 純国民所得

GNP = 国民総生産

GNP^* = 民間国民総生産

B_C = 法人留保残高

(外生変数)

Z = 個人税 + 法人税 + 社会保険負担分 + 官公事業
剰余 + 振替所得

N = 労働力人口

L = 産業資金供給増分

G = 政府の財サービス購入

E = 財・サービスの輸出

T_C = 法人税

W_2 = 公務員所得

T_G = 官公事業剰余

A = 個人業主所得

T = 間接税事業税

D_G = 政府資本減耗

e = 統計データの不具合

さらに、在庫関係の変数は、あるときには内生変数他の場合に、外生変数として取扱われる。

J = 民間在庫投資増分 X = 販売量

K_J = 民間在庫存在量

読者の便宜のために、のちの実績値に照らしてのシミュレーション・テストで、よい結果を示した修正モデルⅠをまず示しておこう。各構造方程式は、最小二乗法推定によったものである。

$$C_t = 218.6 + 0.313(Y - S_C - Z)_t + 0.492[C_{\max}]_{t \leq -4} \quad (0.059) \quad (0.074)$$

$$R = 0.986$$

$$\hat{S}' = 23.4$$

(2.1)

$$I_{Ht} = -65.5 + 0.016 GNP_t + 0.0016 N_t \quad (0.007) \quad (0.0009)$$

$$R = 0.912 \quad \hat{S}' = 3.3$$

* Simulation Experiment of Japanese Economy (I),
by Kei Mori

** 廣応義塾大学工学部管理工学科

$$I_{Ft} = -28.93 + 0.308P_{Ct} + 0.244 L_{t-2} + 0.060 K_{Ft-1} \quad (2.3)$$

(0.193) (0.068) (0.011)

$$R = 0.959 \quad \hat{S}' = 23.9 \quad (2.3)$$

$$D_{Ht} = -22.8 + 0.019 \left(\frac{K_{Ht} + K_{Ht-1}}{2} \right) \quad (2.4)$$

(0.004)

$$R = 0.965 \quad \hat{S}' = 2.4$$

$$D_{Ft} = -162.2 + 0.041 \left(\frac{K_{Ft} + K_{Ft-1}}{2} \right) \quad (2.5)$$

(0.002)

$$R = 0.972 \quad \hat{S}' = 2.4$$

$$K_{Ht} = K_{Ht-1} + I_{Ht} - D_{Ht} \quad (2.6)$$

$$K_{Ft} = K_{Ft-1} + I_{Ft} - D_{Ft} \quad (2.7)$$

$$M_t = -119.7 + 0.304 I_{Ft} + 0.372 J_t \quad (2.8)$$

(0.193) (0.049)

$$+ 0.132(C + I_H + G + E)_t$$

$$R = 0.954 \quad \hat{S}' = 22.7$$

$$W_{1t} = -29.6 + 0.042 GNP_t^* + 0.344 GNP_{t-1}^* \quad (2.9)$$

(0.031) (0.043)

$$R = 0.936 \quad \hat{S}' = 39.9$$

$$P_{Ct} = -130.4 + 0.761 P_t - 0.197 P_{t-1} \quad (2.10)$$

(0.123) (0.124)

$$R = 0.964 \quad \hat{S}' = 18.5$$

$$S_{Ct} = 53.2 + 0.930(P_C - T_C)_t - 0.022 B_{Ct-1} \quad (2.11)$$

(0.037) (0.003)

$$R = 0.991 \quad \hat{S}' = 5.1$$

$$P_t = Y_t - (W_1 + W_2 + T_G + A)_t \quad (2.12)$$

$$Y_t = GNP_t - (T + D_H + D_F + D_G + e)_t \quad (2.13)$$

$$GNP_t = (C + I_H + I_F + J + G + E - M)_t \quad (2.14)$$

$$GNP_t^* = GNP_t - (W_2 + T_G + D_G)_t \quad (2.15)$$

$$B_{Ct} = B_{Ct-1} + S_C \quad (2.16)$$

ここで N は 1,000 人単位、あとの変数はすべて 10 億円単位の実質価値額であらわされ、係数の下の () 内は推定値の標準誤差、 R は重相関係数、 \hat{S}' は単一方程式による残差の調整標準誤差である。

以上が修正モデル I であるが、ここに構造方程式の implication に関して、全面的に言及することは、紙幅の関係でできないから、次の三つにとどめたい。詳しくは文献 (10) を参照されたい。

消費関数は、可処分所得および 4 期以前すなわち 1 年以前までに達成された最高消費水準 $[C_{\max}]_{t \leq -4}$ に依存する。 C_{\max} は、消費の下支え項となり、修正モデル I における非線型項である。

設備投資については、利潤原理から法人企業所得および資金面からの設備投資の規定要因がとり入れられ、さらに、設備存在量との関係が観察される。その結果設備存在量に関する係数推定値は、アプリアリな理論的推論およびアメリカその他の国で見られるような負の値ではなく、例のごとく正の値に出た。

輸入関数は、最終需要を設備投資、在庫投資およびその他の項目に分け、それぞれの輸入誘発効果が推定されている。この結果は、投資関係の誘発効果が大きいことがわかった。外貨政策を無視して適合性が良好になっているが、輸入がそれと無関係だということではない。外貨保有量の影響は、それと高い相関のある設備投資を通して間接に考慮されている。

これに対して、原モデルは、(2.1) 式から (2.16) 式までの 16 個の方程式に、次の三つの方程式を加えたものである。

$$J_t + 0.5 X_t = 0.300 \left(\sum_{\tau=1}^2 GNP_{t-\tau} - \sum_{\tau=3}^4 GNP_{t-\tau} \right) \quad (2.17)$$

(0.219) (0.215) (0.898)

$$+ 0.592 L_{t-1} + 1.165 (P_{t-2} - P_{t-3}) + 854.1$$

$$R = 0.759$$

$$X_t = GNP_t - J_t \quad (2.18)$$

$$K_{Jt} = K_{Jt-1} + J_t \quad (2.19)$$

最後の修正モデル II は、修正モデル I における非線型項 C_{\max} をもった非線型消費関数の代わりに、次の線型消費関数を入れたものである。

$$C_t = 162.2 + 0.7452(Y - S_C - Z)_t \quad (2.20)$$

(0.0404)

$$R = 0.962 \quad \hat{S}' = 47.78$$

Form II は C_{\max} 項の重要性を評価するためのものである。しかし最後の第 7 節(次号)にふれるように、非線型性の果す役割を純粹に評価するためには $[C_{\max}]_{t \leq -4}$ の代わりに C_{t-4} の項を入れるべきである。

さて修正モデル II を除いて原モデルおよび修正モデル I は非線型体系である。しかしながらそれらは、内生変数について解いた形の誘導形に関して線型であって、行列表示でつぎのようにかける。

$$Y_t = -B^{-1}\Gamma Z_t \quad (2.21)$$

ここで、 Y_t は内生変数からなる列ベクトル Z_t は、 Y_t を求めるために必要な外生変数および先決内生変数からなる列ベクトルである。 B は修正モデル I の場合は 16×16 次の内生変数の係数推定値の行列で Γ は、 16×16 次の先決変数の係数推定値の行列である。

3. 連立定差方程式体系について

経済モデルは、多くの場合、単位期間を1年または4半期とする連立の定差方程式体系からなり立つ。それは、一般には非線型であろうが、統計的推定上の制約から実際のモデルは簡単な非線型か、あるいは線型に限られる。

いま、計量モデルが、線型であるとすれば一般に、つぎのように書ける²⁾。

$$\begin{pmatrix} P_{11}(E) & P_{12}(E) & \cdots & P_{1m}(E) \\ P_{21}(E) & P_{22}(E) & \cdots & P_{2m}(E) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1}(E) & P_{m2}(E) & \cdots & P_{mm}(E) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \\ \vdots \\ Y_{mt} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_{1t} \\ K_{2t} \\ \vdots \\ K_{mt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

ここで、 E は差分オペレーターであって、 $P_{ij}(E)$ は E に関する多項式である。 Y_{it} は t 期における i 番目の内生変数であって、 K_{it} は、 t 期の非斉次項である。

さらに、行列表示では、

$$P(E)Y_t + K_t = 0 \quad (3.2)$$

もちろん $P(E)$ は、 $m \times m$ 次の正方行列、 Y_t および K_t は m 次の列ベクトルである。

いま、(3.2) 式の斉次体系

$$P(E)y_t = 0 \quad (3.3)$$

の特性根に重根がなければ、行列方程式

$$|P(x)| = 0 \quad (3.4)$$

の w 個の解 x_1, x_2, \dots, x_w が (3.3) 式の特性根である。ただし、 $P(E)$ と $P(x)$ の関係は、

$$\begin{aligned} P(E)x^t &= (a_0E^n + a_1E^{n-1} + \cdots + a_{n-1}E + a_n)x^t \\ &= a_0x^{t+n} + a_1x^{t+n-1} + \cdots + a_{n-1}x^{t+1} + a_nx^t \\ &= x^t P(x) \end{aligned} \quad (3.5)$$

である、ここで行列、 $P(x)$ の随伴行列 $P^*(x)$ の任意の i 列だけをとって、 $P^*_i(x)$ とすれば、(3.3) 式の一般解は、

$$y_t = \sum_{j=1}^w V_j x_j^t P^*_i(x_j) \quad (j=1, 2, \dots, w) \quad (3.6)$$

である。ただし、 V_j は初期条件によってきまる任意定数であって、初期条件の数 w と同じ数だけある。

したがって、(3.2) 式の一般解は、(3.3) 式の一般解 (3.6) 式と (3.2) 式の定常解との和、すなわち

$$Y_t = \sum_{j=1}^w V_j x_j^t P^*_i(x_j) + P(1)^{-1} K_t \quad (3.7)$$

である。

理論的な手続は以上のごとくであるが、問題になり

うる計量モデルの内生変数の数は、最低限十数個から通常、数十個程度であるから、要素が多項式からなる行列方程式 (2.4) を解くのは可能ではあるが容易ではない。モデルが安定か不安定かを判定するには、特性根 x_j のうち絶対値最大の根を求め、1より小か大かをみれば十分であるが、(3.7) によって列ベクトル Y_t を求めるには、根のすべてを求めなければならない。

ところが、定差方程式の場合、基本的な解法である逐次解法をとれば、数値解としては完全な解が求められるから、計算機による計量モデルの解は、逐次解法によるのが最も得策である。

この点は、非線型な計量モデルの場合、特にいえることである。

4. 計算プログラミング

今回の計算プログラミングは、すべて IBM 650 用の Automatic Coding System の Fortran⁴⁾ によって書いた。

周知のように Fortran で書かれたソース・プログラムは compiling 1回、assembling 1回の都合2回機械にかけることによって、機械語でかかれたプログラムに達する。

今回の Fortran の使用経験では、debuggingに必要な時間が著しく軽減され、仮に誤りがある場合もソース・プログラムのほかに SOAP II の段階、さらに機械語の段階の各段階でたしかめうるので、誤りの発見が従来よりはるかに容易であった。

修正モデル I の場合の主ルーチンのソース・プログラムから、機械語で書かれたプログラムまでに要した標準時間を第1表に示しておこう。

第1表

プログラムの翻訳・編集	所要時間
Compile (Fortran → SOAP II)	20分
Assemble (SOAP II → Object)	20分

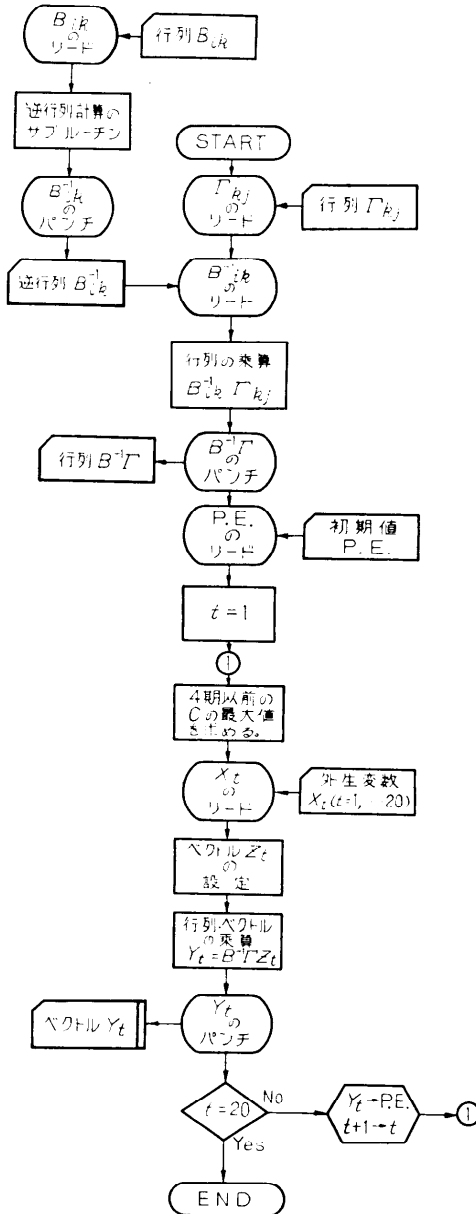
注意すべきことは、原モデルの主ルーチンは、入出力のためのプログラム、パッケージの中のさし当り必要のないプログラムを除かなければ、プログラムが記憶容量をはみ出してしまつて、compilation が完成しない。このことは、原モデルの大きさが、ほぼ能力の限界に近づいていることを示している。

ここで感じたことは、読取り1分あたり200枚、パンチ1分あたり100枚の IBM 533 を入出力装置にし

た場合でも、**compiling** および **assembling** に要する時間の大半がパンチに要する時間であることを考えると、磁気テープ等による処理が望まれる。このことは、計算の段階においてもいえることである。

計算手順の詳細な指定を示す**流れ図**は、紙面の都合で省いたが、大ざっぱな方針を**第1図**に示した。

1) 内生変数の係数行列 B_{ik} の逆行列をサブ・ルーチン



第1図 流れ図

ーチンを使って求める。

2) 逆行列 B^{-1}_{ik} と先決変数の係数行列 Γ_{kj} を読み込み、両者を乗じ、中間結果として誘導形の係数行列 $B^{-1}\Gamma_{ij}$ をパンチする。

3) 初期値 P.E. (Predetermined Endogenous Variable) を読み込む。

4) 問題の C_{max} 項を求める。

5) 20組の外生変数 X_t を1回の算ごとに一組づつ読み込む。

6) ここで、P.E. とそれからきまる C_{max} および X_t をとりまぜて、先決変数のベクトル Z_t を設定する。

7) 誘導形の係数行列 $B^{-1}\Gamma_{ij}$ と先決変数のベクトル Z_t を乗じ、最初の計算結果としてパンチする。

8) 計算回数が20回に達するまで、計算結果 Y_t のうち必要なものによって、前回の P.E. を置換え 4) に戻る。

内生変数の係数推定値行列 B の逆転には、IBM のプログラム・ライブラリーのサブ・ルーチンを使用した。このサブ・ルーチンの出力がカード1枚当りに1要素が **Columnwise** にパンチされるために、 B^{-1}_{ki} の読み込みは、特殊な読み込みのルーチンを必要とする。その他は標準的問題の取合わせだけで解決がたった。

参考までに計算所要時間を示せば**第2表**のとおりである。この論文に示した結果をうるのに必要な正味の所要時間は約6時間である。実際には、この約3倍はかかったであろう。

第2表

		所要時間
サブ・ルーチン	行列の逆転 B^{-1}	9分
メイン・ルーチン	行列の乗算 $B^{-1}\Gamma$	8分
	逐次計算 20回	8分

5. シミュレーション・テスト

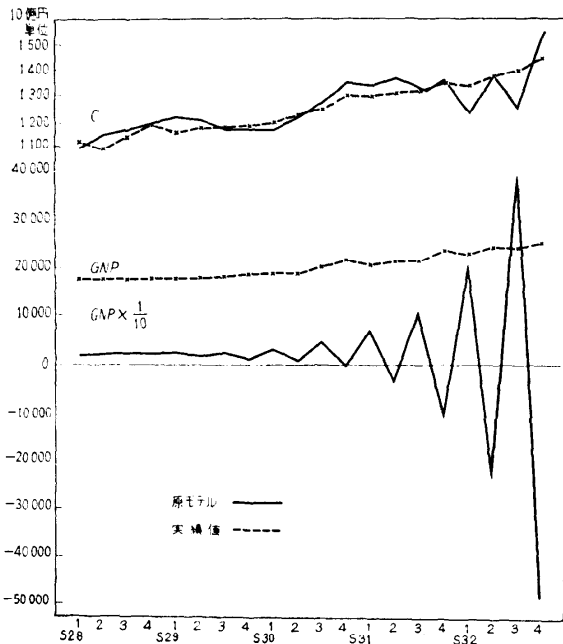
計量モデルがどれだけ現実適合性をもっているかどうかに関するテストは、これまで次のような手続によって行われていた。まず内生変数は、誘導形 (3・21) の右辺の先決変数のベクトルにではなく、個々の構造方程式の右辺にあらわれる説明変数に実績値を代入することによって求められる。さらに、次の期の内生変数は、さきに得た内生変数の値を全くかえりみず、個々の構造方程式の説明変数に、再び次期の実績値を代入して求める。

上の手続は、各時点において、つねに最新の情報を使うということから、もっとも短期の予測を目的とする Next period-prediction 方式にとって、あながち無意味でないが、この手続によって求められた内生変数の理論値を実績値に照らして、計量モデルの現実適合性をテストしようとするのは、その理論値が計量モデルの解ではないがゆえに次のような誤った結論を下す危険がある。モデルを連立定差方程式体系の解としてみると、非常に適合性が悪くても、各時点において実績値によって補正を加える上の方式では、多くの場合適合性のよいモデルという結論がでることが多い。

したがって、ここでは計量モデルを連立定差方程式としてみると、はたしてその解がどれだけ実績値に照らして適合性をもっているかどうかのテストを行う必要がある。このテストを、これまでの方式と区別する意味で、シミュレーション・テストと呼ぶことにしよう。

5.1 シミュレーション・テスト 1 (原モデル)

シミュレーション・テスト 1 の結果、第 2 図にみられるように、原モデルはシミュレーション実験をほとんど耐えないほど、非常に不安定であって、その不安定の程度は、外生変数の値を初期時点の値に固定しても、ほとんど変わらない位に激しいものであった。19



第 2 図 原モデル

個の内生変数の時系列が、每期每期、符号を交代しながら、振動の振幅は急激に増大してゆく。この動きからみて、原モデルの特性根のうち絶対値最大の根が 1 より大であって、しかも負の値であると考えられる。容易に想像されるように、消費関数の下支え項がなかったら、この傾向は、もっとも激化されたであろう。分配面に極端な形の発散振動がみられた。注目すべきことは、勤労所得 W_1 および、支出面の消費量 C の振動のみが他の時系列の振動の位相と逆になっていることである。ストック量 K_F, K_H, B_C は、分配面や、支出面に比べてやや緩和された形であり、さらに D_F, D_H のようないわば、体系からの脱漏部分についてはさらに緩和の度がすすんでいるように思われる。

このテスト 1 は、これまでの慣行のテストでは発見しえなかったモデルの非現実適合度を指摘しえた貴重な実例として意味をもつといえよう。

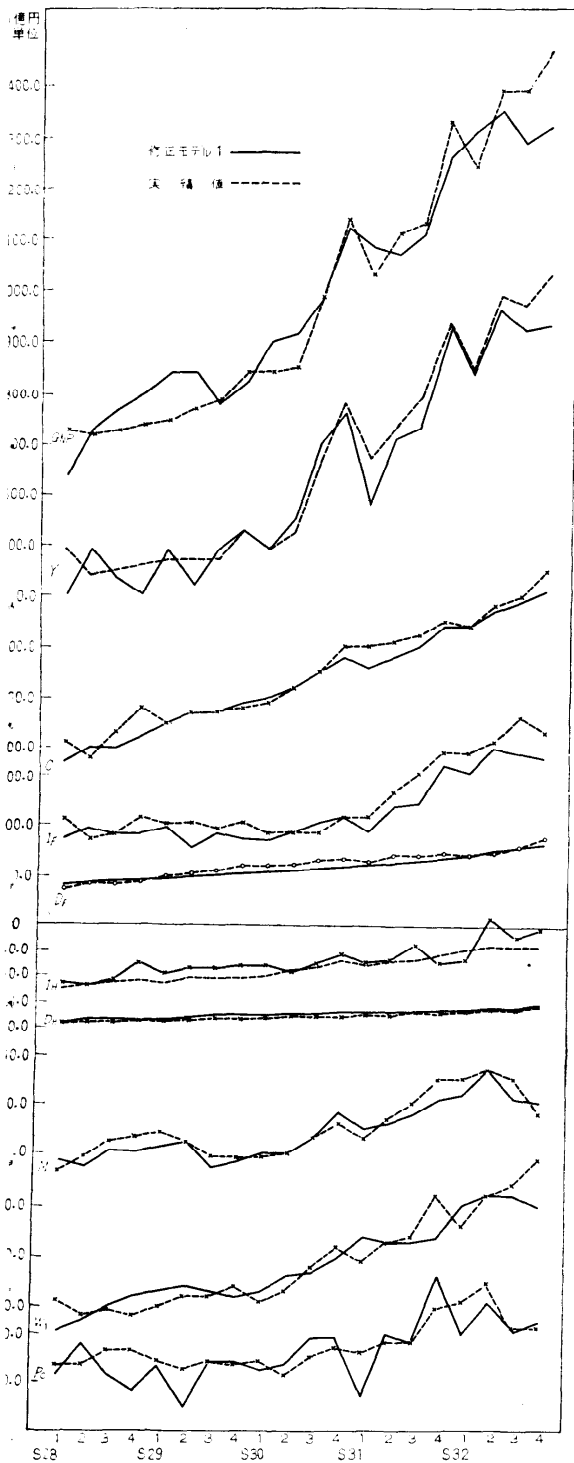
5.2 シミュレーション・テスト 2 (修正モデル I)

原モデルをはなはだ不安定にしているものは、次の理由から、在庫投資関数にあると断じた。

第 1 は、(2.17) が加速度原理的な考え方に基づく二つの項をもっていること、第 2 は、変動に対してもっとも敏感なその項の係数推定値の標準誤差が大きく、もっとも厳密であるべき推定値がはなはだ不安定であること、第 3 は、(2.17) の多重相関係数が他の構造方程式の係数の中でもっとも低いことから判定して、構造方程式そのものの構成がまだ安全性を欠いていること、第 4 は、在庫投資そのものが重要であるにもかかわらず、もっとも不確定な概念であることや、統計資料の蒐集上もっとも困難な量であること、等が原因してデータの信憑性がもっとも低いことである。これら四つのいずれをとっていても、(2.17) の適合性を脅やかす危険を含んでいることは明らかであるのみならず、それらの相互作用は十分、原モデルにあらわれた不安定性の原因になりうるであろう。

このような推論に基づき、在庫投資関数 (2.17) およびそれに付随する (2.18), (2.19) を取除き、外生変数として取扱うことによって、在庫投資の変動を考慮することにした。これが第 3 節に示した修正モデル I である。

テストの結果、修正モデル I は、非常に適合性のよい理論的時系列を生み出した。このことは、修正モデル I が問題の在庫投資を除いた、他の内生的な構造関的をほぼ確実にキャッチしているこ



第3図 修正モデル (I)

とを示しているさらに細かい吟味をすれば、総合指標としての国民総生産は、全体にやや過少評価の傾向がある。

モデルの中心である支出面に関しては、個人消費支出が昭和28年度を除いて、非常に安定した動きがよくとらえられており、設備投資、輸入量も満足すべき結果がでており、住宅投資については細かい動きは、あまりよくないが傾向はよくおさえられている。

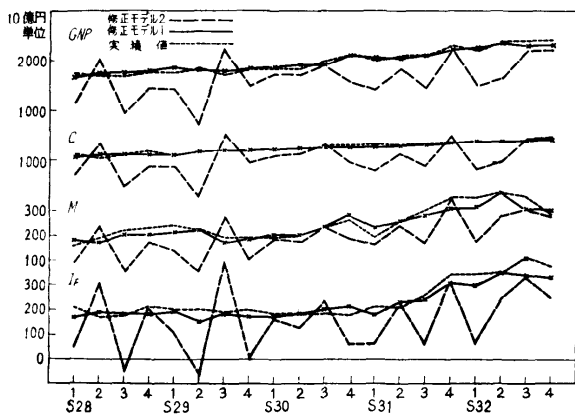
分配面も全体として、それほど悪くないが、結果にやや統一性が欠けている。勤労所得については、位相関的にみだれがあるにもかかわらず、適合度が非常によいこと、また法人企業所得も趨勢としてはよいが、個々にやや不安定な動きが多い等である。法人留保増分は例外的に不安定である。

以上がモデルの中核的な内生変数であって、他の内生変数は派生的に算定されたものであって、それほど意味はないが、相対的な量的関係を見極めるのにはよい。ストック量である設備投資存在量、住宅存在量、法人留保残高が定義的に計算されるが、この適合度が非常によいことはよいチェックになっている。その結果、設備と住宅の減耗分の適合度もよくなっている。

5-3 シミュレーション・テスト3(修正モデルII)

修正モデルIIは、修正モデルIの非線型消費関数を線型の消費関数におきかえたものであって、テスト3の目的は、非線型の C_{max} 項が、修正モデルIの説明力の強化にいかんにか貢献したかを示すことにある。

その結果、明らかに C_{max} の除去によって、個人消費支出の安定的な動きに対する説明力が著しく減退し、その影響は他のすべての時系列にも及んでいる。



第4図 修正モデル (II)

特に設備投資、設備の減耗、法人企業所得、法人留保増分、法人留保残高にその欠陥がもっとも尖鋭化した形であらわれている。

第6節以下の内容は次号の同標題論文(II)に譲る。この研究を行うにあたって、東京経済研究センター(TCER)、経済企画庁経済研究所、文部省数理科学総合研究第VI班の積極的援助をうけた。特に東大の内田助教授をはじめ TCER のメンバーの方々からいただいた多くの有益な示唆に対して心からの感謝の意を表わしたい。

なお、計算機の利用その他について、日本 IBM よりうけた好意に対して厚く感謝する次第である。

参考文献

- 1) Adelman I. and Adelman F.L., "Dynamic Properties of the Klein-Goldberger Model" *Econometrica*, Vol. 27, No. 4, Oct., 1959, pp. 596-625.
- 2) Baumol W. J., *Economic Dynamics*, second ed., 1959, Chap. VI.
- 3) Goldberger A.S., *Impact Multiplier and Dynamic Properties of Klein-Goldberger Model*, 1959.
- 4) Joint Development of IBM and Others, *Fortran Automatic Coding System for the IBM 650 Data Processing System, Programmer's Reference Manual*.
- 5) Klein L.R. and Goldberger A.S., *An Econometric Model of the United States, 1929-1952*, 1955.
- 6) 内田忠夫, 渡辺経彦:「日本経済の変動, 1951-1956」, 『理論経済学』, 第IX巻, 第3, 4号.
- 7) Mori K., *Economic Model Analysis by Simulation Technique I*, mimeographed paper, April, 1959, and II (理論計量経済学会報告), Nov. 1959.
- 8) 森敬:「経済モデルについて」, オペレーションズ・リサーチ, 第4巻, 第4号, pp. 8-15, Dec. 1959.
- 9) TCER. Technical Report, No. 505, 「モデルIIIによる日本経済の変動の分析」.
- 10) 内田忠夫, 森敬:「日本経済のシミュレーション」大阪大学社会経済研究室主催, 軽井沢経済理論シンポジウム論文集, 創文社印刷中.