インタラクティブなＵＩを備えた統合型設計解析ソフトウェアの開発

梅谷　信行
n.umetani@gmail.com
東京大学大学院　新領域創成科学研究科

概要

従来別々になされていた設計と解析を，インタラクティブに統合させたソフトウェアを新たに提案する．メッシュを連続的に変形させることで，リアルタイムに設計変更が解析結果に反映され，設計へのフィードバックを得ることができる．これによって形を変えながら解析結果を見ることができるので最適化設計ができる．また，形状と応力などの物理量の相関が理解できるため直感を養う教育用ツールとして有効である．

１　はじめに

ものづくりの現場では CAD(Computer Aided Design)と呼ばれる設計のためのモデリングツールと CAE(Computer Aided Engineering)と呼ばれるコンピュータ上での設計を数値解析によって評価するシミュレーションのツールが広く用いられている. このようなソフトウェアによって試作品を作る手間を抑え, 開発期間を劇的に短縮するコンカレント･エンジニアリングが可能となった．しかし，それでもシミュレーションの結果は設計に十分有効に活用されているとはいいがたい. 設計から解析までを行う手続きが煩雑で時間を要するために, 解析結果からフィードバックを得ることが困難である． よって基本的に CAE は設計がうまく行くのかどうかを判断するためのみに使われ, 解析の結果を参考にして設計が改善されるということが少なかった.

本開発では設計と解析をインタラクティブに統合したソフトウェアを新たに提案する. 設計変更が解析にリアルタイムで反映され, その設計変更が良かったのか悪かったのかを瞬時に判断することができるので, 形状と解析結果の因果関係が理解できるようになり, 設計に対する方針を立てることができる. これによって素早く最適に近い設計をすることが可能となる.

このようなソフトウェアは教育用のツールとしても有効である. このソフトウェアを使用することで, 形状から物体内部の応力や流速などの場の関係を感覚的に予測できるようになるからである．このような場を予想する力は，現場で長年実際に物を作って壊すことを繰り返して培われるものであった．しかし，このソフトウェアは計算機上でそのようなエンジニアリングセンスを速く習得することを可能とする. 最近問題となっている技術の継承についても, このようなツールを使うことで解決可能である.

筆者はDelFEM[1]という設計と解析とそのインタラクティブな統合を扱うことができるライブラリをオープンソースで開発している. DelFEMを用いたアプリケーションの例をいくつか挙げる. また実際に現物を作成してその有効性を確認するためのアプリケーションとして鉄琴デザイナーを紹介する.

２　関連研究

２．１　位相最適化

位相最適化とはある量（たとえば力が掛かった場合の変位など）を最小にするような形状を数値

計算によって自動的に求める手法である[2]. 本研究はより適応範囲が広いものを目指している. 位相最適化では理想的な条件を考え, 重さなどを制約条件として変位の少ない形状などを求める. 現実の問題では制約条件がもっと複雑であることが考えられる. 例えば加工のしやすさ, 歩留まりの良さなどを考慮しなければならない. 最適化する目的関数も実用では単純な変位だけではなく, 数式で取り扱えないような物が必要になるだろう. また位相最適化は非線形の問題に適応することが難しいという欠点もある. シミュレーションは設計者に有益な情報を与えることに集中し, 設計において人間の意図を計算機が邪魔しないようにすべきというのが筆者の考えである.

２．２　First Order Analysis

FOA(First Order Analysis)[3]とは日本の自動車メーカーで提唱された概念で, 大まかな設計方針を決めるために設計の初期段階でCAEを行うというものである. 具体的な形が決まる前に解析を行うという点では本研究と似ているが, 何らかの形を作った後に別々に解析を行う点は変わらない. 本ソフトウェアでは設計と解析が同時にされるので, より解析結果を設計に反映させやすい.

３　アルゴリズム

設計から解析への手続きで一番のボトルネックとなるのはメッシュの生成である. 本ソフトウェアでリアルタイムに解析に設計変更を反映させるための工夫として, メッシュの連続的変形を用いてメッシュを変形後の形に追従させている. 形状の変化が小さければメッシュデータの一部を変化させるだけでよく, 高速にメッシュを生成できる. メッシュの変形には節点の移動と辺の切り替えを組み合わせている.

３．１　節点の移動

節点の接続関係が変わらなければ, 有限要素法のデータ構造の変化や連立一次方程式の非ゼロパターン, 描画クラスのデータ構造をほぼ使いまわすことが可能なので大変高速に解析を対応させられる. できるだけ辺の切り替えをさせずに点のみ動かして解析メッシュを変形された設計領域に適合させるために, 既存の Laplacian Smoothing を改良してメッシュの均一性を増したもの用いた. メッシュの更新は次の式を用いた.

$$\Delta x_i = \frac{1}{ns_i}\sum_{j=1}^{ns_i}(x_j - x_i) f(|x_j - x_i|/e)$$

ここで, j は節点 i と辺繋がっている点で ns_i はその数である. また e は目標のメッシュサイズである. 関数 f が定数なら Laplacian Smoothing となるが本ソフトウェアでは次のように選んだ.

$$f(r) = \begin{cases} 0 \quad (r \geq 0 \ \& \ r < 0.3) \\ 0.5\cos(5\pi(r-0.5)) + 0.5 \\ \qquad (r \geq 0.3 \ \& \ r < 0.5) \\ 1 \quad (r \geq 0.5 \ \& \ r < 1) \\ 1.4 + 0.4\cos(\pi(r-2)) \\ \qquad (r \geq 1 \ \& \ r < 2) \\ 1.8 \quad (r \geq 2) \end{cases}$$

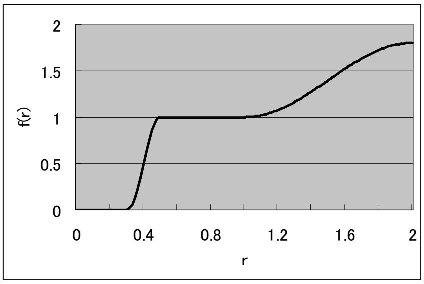

図１：関数 f の形

３．２　辺の切り替え

節点を移動させた後にメッシュの歪みが大きければDelaunay Smoothingによって辺を切り替えることでメッシュの質を保つことが可能である. 本ソフトウェアでは歪みの指標として最大辺と内接円の比を用いた[4]. 三角形の辺を切り替えたとしても要素の数は変わらない. よってコネ

クティィビティのデータのみを差し替えるだけで有限要素法や描画のデータを作成することができ点の移動ほどではないが，こちらも高速である．

４　設計

筆者はDelFEMというCAD/CAE統合ライブラリを開発している．以下に現時点でのその特徴について述べる

４．１　CADの実装

有限要素法に特化したような２次元のCADを実装した．有限要素法を扱うような２次元のCADに要求される機能は

- 複数領域が扱えること
- 非多様体が扱えること

である．複数領域を扱えるようにすることで場所ごとに違う物性値や違う方程式を適応できる．ある内側の領域にメッシュを切らないことで，解析領域に穴をあけることが可能となる．複数の領域に対応させるために，３次元CADで用いられるようなB-Repを用いたデータ構造を採用している．また有限要素法では構造要素などのように体積を持たない要素を取り扱うことが多い．辺同士が自由に結合できるようにする必要がある．T字の連結が可能である．これを実現するために，radial-edge構造[5]をベースとして用いたデータ構造を採用している．

４．２　３角形メッシュ分割の実装

Delaunay分割を用いたメッシュ分割を用いている．一般的にはメッシュ分割にはグリッドベースの方法も用いられているが，こちらはDegenerationが発生しやすいのでメッシュの連続的な変形を行う場合にDelaunay Smoothingを行うことが難しくなるという欠点がある．

４．３　有限要素法の実装

複数の領域で複数の方程式を扱えるような柔軟性の高い有限要素法解析を実装した．要素配列，節点配列，補間場が全てIDで管理され自由な組み合わせや追加ができる柔軟性のある構造となっている．熱や固体や流体やそれらの連成の動的/静的な各種方程式の各種要素での補間による離散化が実装されている．

４．４　インタラクティブな境界変形の実装

DelFEMはインタラクティブな形状の変形を取り扱うことができる唯一のCAD/CAE統合ライブラリである．CAD上の形状変更のうち，点と辺と面の移動について，まずメッシュに反映させ，その後有限要素法のデータ構造に反映させる．辺や面の削除など，CADのトポロジーに変化がある場合はメッシュや有限要素法のデータを一から作り直す．

５　インタラクティブに変形できる境界内での解析の例

DelFEMライブラリにGLUTを用いてユーザーインターフェースを追加して作られたアプリケーションを４つ紹介する．

５．１　静的弾性体の解析

重力下での片持ち梁の設計をするソフトウェアを作成した．梁の中のミーゼス応力が常に表示されていて，材料が降伏して壊れてしまう場合は赤く表示されるようになっている．この赤の部分が消えるように形状を変形させることで壊れない梁を作成することができる．

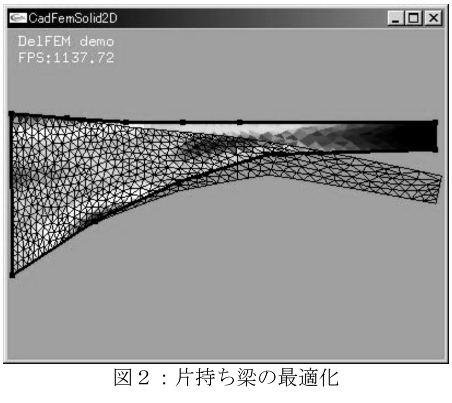

図２：片持ち梁の最適化

５．２　動的弾性体の解析

インタラクティブに変形できる境界内で非定常の弾性体の解析を行うソフトウェアを作成した. 解いている方程式は線形弾性体で実際の変位を拡大したものが表示されている. 形状の外側の辺を自由に編集できる機能に加え, 穴を開けてその配置を自由に決めることができる. これによって振動を加えた時に共振しない壊れにくい形状を決めることができる. 解析では２次元の線形弾性体が Newmark-β法によって動的に解析されている.

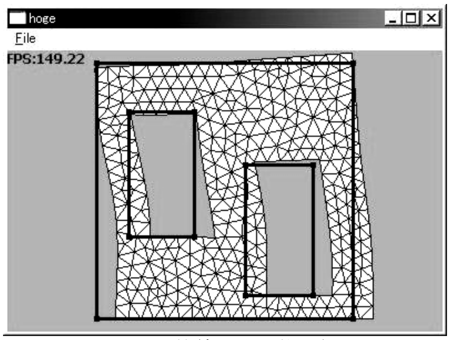

図３：動的線形弾性体の解析

５．３　流体解析

インタラクティブに変形できる境界内で流体解析を行うソフトウェアを作成した. 解いている方程式は Navier-Stokes 方程式である.

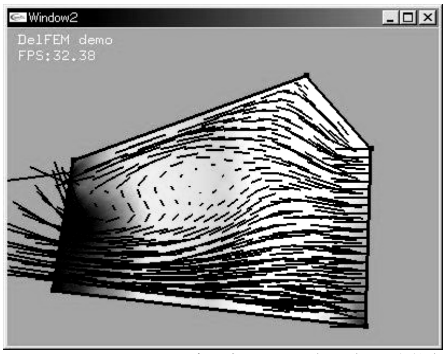

図４：インタラクティブに変形する境界内の流体解析

流体が関係する問題なら何でも適応できそうだが, 具体的に考えられる応用例は翼形状の最適化や流路の最適化やドアミラーの形状設計などである.

５．４　熱流体解析

インタラクティブに変形できる境界内で熱流体の解析を行った. 解いている方程式は Navier-Stokes 方程式の体積力の項に温度に比例する浮力を加えた方程式と, 熱の移流拡散方程式である. 自然対流によって熱が拡散する.

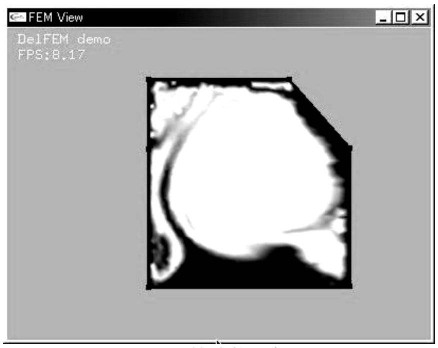

図５：熱流体の解析

考えられる応用例は以下の通りである.

- 室内空調（特にサーバー室）の最適化
- PC 内の熱輸送の最適化
- 冷め難い(温まり易い)ポットの形状設計

６　鉄琴デザイナー

統合解析ソフトウェアというコンセプトの有効性を実際の製作を通じて検証するために鉄琴を製作した. 鉄琴といえば長方形の金属板を叩いて音を出す打楽器であるが, 様々な形をした板を叩くことで楽器にメッセージ性を持たせることができると考えた. 実際, 形状から叩いた時の音を解析的に予測することは長方形以外では難しく, 鉄琴はこのような至極単純な形の物しかなかった. しかしながらインタラクティブな設計解析統合ソフトウェアを用いるとこのような難しいデザインも可能となる.

６．１　ソフトウェアの機能

複雑な形で鉄琴をデザインする際に問題とな

る点は以下の３つである.

- 固有振動数はいくらか？
- どこが節でどこが腹なのか？
- 調整する際にどこを削ればいいのか？

これらの点はデザインに大きな制約を与えることになり, 設計と解析が分離されていては形を決めることができない. インタラクティブに形状と固有振動数の関係がわかるようにシミュレーターを用いることで, これらの鉄琴をデザインできるようにした.

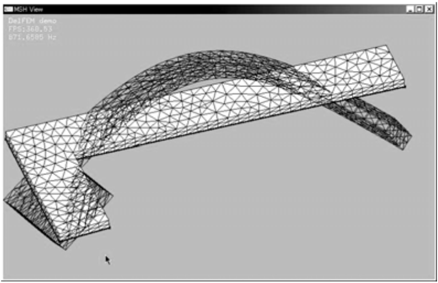

図６ : 鉄琴デザイナーの実行画面

鉄琴の部材は３次元の線形弾性体の方程式を四面体メッシュを用いた有限要素法によって離散化している. 四面体メッシュの生成については２次元の３角形要素を突き出して作成されている.

６．２　第二次固有振動数と固有モードの計算

インタラクティブに形状と固有値解析を対応付けるためには, ３次元の動的線形弾性体の方程式を有限要素法により離散化した行列の固有値を高速に計算する必要がある. この式をマトリックス表記すると次の通りになる.

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{u}=0$$

解が単振動しているとして, その角速度がωであるとすると変位は

$$u(x,t)=\phi(x)e^{i\omega t}$$

と書ける. これを上の式に代入すると,

$$-\omega^2\boldsymbol{M}\phi(x)e^{i2\omega t}+\boldsymbol{K}\phi(x)e^{i2\omega t}=0$$

となる. よって

$$\boldsymbol{K}\phi=\lambda\boldsymbol{M}\phi$$

という一般化固有値問題に帰着することができる. 固有振動の周波数 f は λ から次のように計算することができる.

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi}$$

ここで簡単のために質量行列 M を集中質量行列 $\overline{M}$ によって近似して対角行列として計算する. すると以下のような分解が対角行列の２乗としてとして計算できる.

$$\overline{\boldsymbol{M}}=\boldsymbol{L}^T\boldsymbol{L}$$

このとき,

$$\boldsymbol{L}^{-1}\boldsymbol{K}\boldsymbol{L}^{-T}\boldsymbol{L}^T\phi=\lambda\boldsymbol{L}^T\phi$$

となるから,

$$\begin{cases}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{L}^{-1}\boldsymbol{K}\boldsymbol{L}^{-T}\\ \psi=\boldsymbol{L}^T\phi\end{cases}$$

とおくと,

$$\boldsymbol{A}\psi=\lambda\psi$$

となり, 一般的な固有値の問題に帰着できる. 上の固有値問題を解くためには逆反復法を用いる. つまり, 初期ベクトルに繰り返し逆行列を掛けて収束させる. しかしながら A は０の固有値をもっており半正定値の行列であるので, このままでは解くことができない. そこで A を正の方向に十分小さな数εだけシフトさせて正定値行列にする. この変換では固有ベクトルを変えず固有値をεだけ大きくする

$$\overline{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{A}+\epsilon\boldsymbol{I}$$

εを大きくすると $\overline{A}$ について反復法で解くことは高速になるが, 逆反復法の収束は遅くなる. ここではεとして 10e-4 程度を選んだ. また, K の０固有値に対応するベクトル ϕ_0 は既知であり, 並進と回転に対応する以下のような６つである.

$$\phi_0^1=(1,0,0),\ \phi_0^2=(0,1,0),\ \phi_0^3=(0,0,1)$$
$$\phi_0^4=(0,-z,y),\ \phi_0^5=(z,0,-x),\ \phi_0^6=(-y,x,0)$$

よって A と $\overline{A}$ の０固有値に対応するベクトル ψ_0 は

$$\psi_0^i = L^T \phi_0^i$$

と表すことができる．Gram-Schmitt の直交化によってこれらのベクトルを正規直交基底としたものを並べた行列を Ψ とおくと，逆反復法で０でない最小の固有値を求めるアルゴリズムは以下のようになる．

$$\begin{aligned}
&for \ \ i = 1,2...\\
&\quad v_i = \overline{A}^{-1} v_{i-1}\\
&\quad v_i = v_i - \Psi(\Psi^T v_i)\\
&\quad v_i = v_i / \|v_i\|_2\\
&\quad \overline{\lambda}_i = v_i \cdot (\overline{A} v_i)\\
&end
\end{aligned}$$

上のアルゴリズムで $\overline{A}^{-1}$ の計算については ILU(0)前処理つき CG 法により実行した．求めた $\overline{A}$ の０でない最小固有値 $\overline{\lambda}$ から A の固有値は

$$\lambda = \overline{\lambda} - \epsilon$$

のように求めることができる．初期ベクトル v_0 として領域を変形する前の第二次固有ベクトルを用いることで高速に収束させることができる．これは領域の連続的な変形によって第二次固有ベクトルは連続的に変化するということを用いている．初回メッシュを完全に入れ替えた時は乱数を初期値として計算を行った．

６．３ 鉄琴の製作による検証

０から７の素数を用いてデザインした鉄琴を実際に作ることにより検証した．形状と周波数の関係は非常に敏感で，形状が少しでも違うと周波数が異なる．リアルタイムのスペクトル解析ソフトを用いて実際の周波数とどの程度ずれているかを測定した結果，解析と実物との周波数のずれは１０Hz 程度であった．１mm程度削ればこの程度は修正できるので，加工の誤差といってもいい範囲である．調整はシミュレーターを使ってどこをどの程度だけ削ればいいのかを調べることで行った．

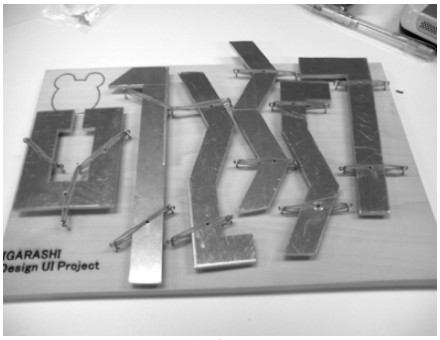

図７：作成した鉄琴

鉄琴のような設計に大きな制約がある非常に困難なデザインに対しても統合型設計解析ソフトウェアが有効であることが確認された．

７　謝辞

本開発は情報処理推進機構のIT人材発掘プロジェクト未踏ユースの支援の元で行われました．東京大学大学院情報理工学系研究科創造情報学専攻竹内郁夫教授，コンピュータ科学専攻五十嵐健夫准教授と高山健志氏，筑波大学大学院システム情報工学研究科コンピュータサイエンス専攻三谷純講師，東京大学大学院新領域創成科学研究科久田俊明教授と鷲尾巧研究員に感謝の意を表します．

８　引用

[1]DelFEM,http://sourceforge.jp/projects/delfem/

[2]Bendose,M.P.,Kikuchi,N.,Comput.Meth.Appl.Mech.Eng.71(1988),197-224

[3]Nishigaki,H.,Nisiwaki,S.,Amago,T.and Kikuchi,N. :"First Order Analysis for Automotive Body Structure Design", ASME DECT2000 /DAC-14533

[4]George, Paul Louis. Proceedings, 8th International Meshing Roundtable, South Lake Tahoe, CA, U.S.A., pp.133-141, (1999)

[5]K.j. Weiler. Topological Structyures for Geometric Modeling. PhD thesis, Rensselar Polytechnic Institute, 1986.