

列車運転のシミュレーション*

伊藤 司** 吉村賢讓*** 池田正和***

1. はじめに

このシミュレーションの主目的は、輸送計画に合うように積載電気品を検討し、最小のコストで最大の確実性をもった機関車電気品の定格を求めることである。このためには、計画車輛を実際の運行条件にマッチさせたシミュレーションにより、要求された時間に指定された距離を走らせてみる必要がある。この結果、列車の運転状態すなわち列車の運転速度、運転時間、走行距離、並びに消費電力、電気機器の温度上昇などの相互関係とから、目的に合う電気機器の定格が求められる。

2. 基本計算式

列車運行に必要な基本計算式は、次のようなものがある。

(1) 運転方程式****

$$\frac{dV}{dt} = \frac{F - (Rl + Rt + Rg)}{a'(1+\gamma)(W_1 + W_2)} \quad (1.1)$$

$$\frac{dS}{dt} = b'V \quad (1.2)$$

ただし、 V : 列車速度、 t : 時間

F : 牽引力、 S : 距離

Rl : 動力車の走行抵抗

Rt : 客車または(および)貨車の走行抵抗

Rg : 勾配抵抗

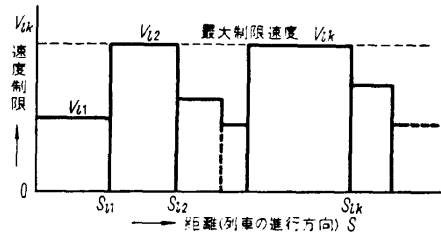
W_1 : 動力車の総重量、 W_2 : 客貨車の総重量

γ : 回転体による重量増加分、 a' 、 b' : 換算定数

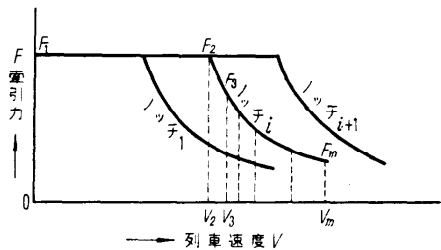
あらかじめ最大許容速度を線路の各地点に課し、速度制限と距離の関係が第1図のように与えられる。停車駅では速度制限は0である。

時間については列車の種類(特急、急行、普通の旅

客列車または貨物列車)に応じて、駅の停車時間、駅間指定所要時間が与えられる。



第1図 距離-制御速度曲線



第2図 速度-牽引力特性

牽引力 F は電動機の世界-牽引力特性として第2図のように表される。ノッチにより、この曲線はかわるが、ここでは一つの常用ノッチの曲線を用いることにした。

走行抵抗 R は次の式で表わされる。

$$R = a_r + b_r V + c_r V^2 \quad (1.3)$$

a_r 、 b_r 、 c_r は列車により与えられる定数

勾配抵抗 Rg は次式で与えられる。

$$Rg = (W_1 + W_2)G \quad (1.4)$$

ここに勾配 G は普通‰で表わし、速度制限と同じく、勾配は距離の関数として第3図のように与えられる。

(2) 電流計算

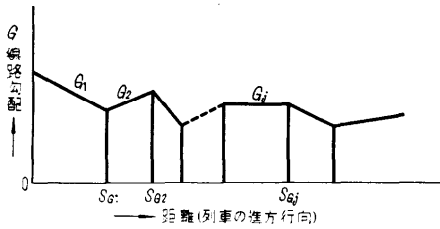
牽引力(または速度)-電流特性は第4図のようになり、電動機の接続方式により特性が異なる。牽引力から各瞬間における電流を求め、平均電流 I_m とr.m.s.電流 I_e を次式で計算する。

* Simulation of Train Performance, by Tsukasa Ito (Fuchu works, Tokyo Shibaura Electric Co; Ltd.), Kenjo Yoshimura and Masakazu Ikeda (Computing Service Section, Head Office)

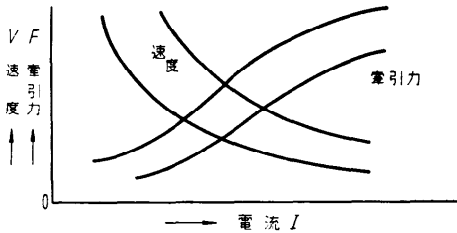
** 東京芝浦電気株式会社 府中工場

*** 本社 機械計算課

**** この運動方程式は列車を質点として扱っているが、鎖の運動方程式として扱う場合には、列車長間の勾配を積分平均した勾配を使う。



第3図 距離 - 勾配曲線



第4図 電流 - 牽引力 (速度) 特性

$$I_{mt} = \frac{1}{\sum_{i=0}^i \Delta t_i} \sum_{i=0}^i I_i' \Delta t_i \quad (2.1)$$

$$I_{ei} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=0}^i \Delta t_i} \sum_{i=0}^i \{I_{i+1} \cdot I_i + \frac{1}{3} (I_{i+1} - I_i)^2\} \Delta t_i} \quad (2.2)$$

$$\text{または } I = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=0}^i \Delta t_i} - \sum_{i=0}^i I_i'^2 \Delta t_i} \quad (2.3)$$

$$\text{ただし } V_{i+1} = V_i + \Delta V \quad (2.4)$$

$$V_i' = \frac{1}{2} (V_i + V_{i+1}) \quad (2.5)$$

なる V_i' に対する電流を I_i' とした。

この計算を電機子および主極について行う。

列車の場合は、惰行中と制動中を $I_i = 0$ とし、電車の場合は、電気制動または回生制動を使用するため惰行中のみを $I_i = 0$ とする。

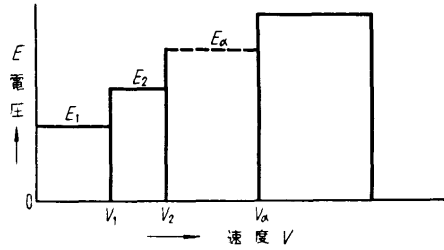
(3) 消費電力の計算

力行と制動中は、電機子コイルに流れる t_i 時の電流を I_i , t_{i+1} 時の電流を I_{i+1} とすると

$$\text{消費電力 } P_i = \sum_{i=0}^i \frac{(I_i + I_{i+1})}{2c'} E_i \cdot \Delta t_i \quad (3.1)$$

(c' は換算定数)

電車の場合、力行時電力と回生電力を別々に計算させる。電圧 E と速度 V_i との関係特性を第5図に示す。



第5図 速度 - 電圧特性

なお抵抗損, 摩擦損等を考慮しないで加速に費されるエネルギー P_i' を求めると

$$P_i' = d' \sum_{i=0}^i F_i' V_i' \Delta t_i \quad (3.2)$$

F_i' は V_i' に対する F_i

(d' は換算定数)

(4) 温度上昇の計算

主電動機の電機子, 主極, 補極各コイルの温度上昇は温度上昇に伴う抵抗損の増加を考慮に入れ, さらに次の仮定を設けて常微分方程式を解く。

(a) 電機子の鉄損は, 主電動機電流の e' 乗と列車速度の f' 乗の積に比例する。

(b) 放熱係数 H は他力通風電動機では一定, 自己通風電動機では列車速度 V と次の関係があるものとする。

$$H = g' + h' V^{k'} \quad (4.1)$$

ただし, e', f', g', h', k' は定数

温度上昇を (4.2) で計算する。

$$Q_p dt = C_p d\theta + H_p \theta_p dt \quad (4.2)$$

Q_p : 全損失 [W]

C_p : 熱容量 [W sec/°C]

H_p : 放熱係数 [W/°C]

θ_p : 温度上昇 [°C]

しかるに Q_p は V の関数であるから $dV \neq 0$ の場合

$$\frac{d\theta_p}{dV} = \Delta V \frac{\theta_p - H_p \theta_p}{C_p} \quad (4.3)$$

(ΔV 速度変化分)

$dV = 0$ の場合

$$\theta_{i+1,p} = \left(\frac{-\theta_p}{H_p} - \theta_{ip} \right) \left(1 - \varepsilon^{-\frac{H_p}{C_p} \Delta t} \right) + \theta_{ip} \quad (4.4)$$

(4.3) 式を Runge-Kutta 法で解く。

$p=1$: 電機子コイル

$p=2$: 主極コイル

$p=3$: 補極コイル

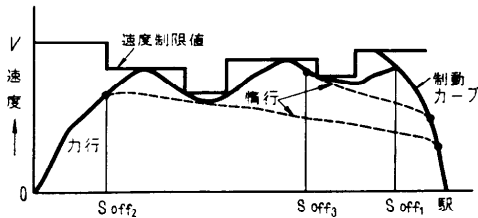
3. シミュレーションの操作

運動方程式 (1・1) を各地点における速度制限, 勾配, 駅間指定所要時間等の制限条件の下で, 例えば, 消費電力を最小にする列車運転を求める問題と限定すれば **Mathematical Programming** の一技法である **Dynamic Programming** によれば理論的には可能である。

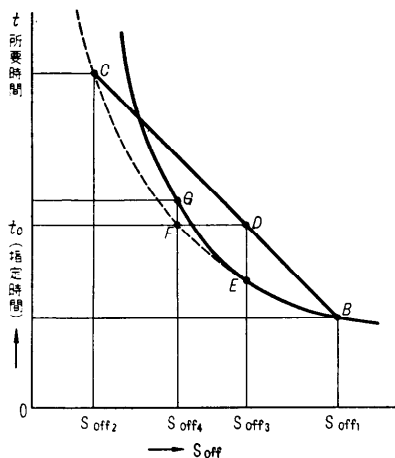
実際にはさらに

- a) 乗客の乗心地をできるだけよくする。
- b) できるだけ速度のバランスをとる。
- c) その他, 列車運転をできるだけ実際の運転方法にあわせる。
- d) 計算所要時間をできるだけ短かくする。

等の条件の下で, 実際の列車運転をシミュレートさせる必要がある。完全なシミュレーションは殆んど不可能に近い。一般に運動方程式を与えられた制限条件の下で解くには, 距離または時間, または速度をそれぞれ独立変数として計算する諸方法があるが, シミュレーションが楽で計算機むきの距離を基準にする方法を用いた。シミュレーションのルールを定める前に次の



第6図 S off 地点 - 速度関係



第7図 S off 点 - 所要時間の関係

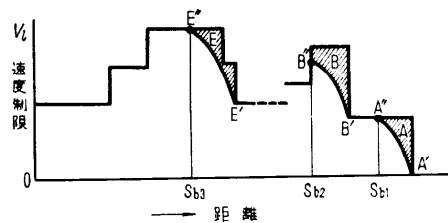
操作を行う。

(1) 走行時間を所定時間に合わせるための操作

加速をやめて惰行に移るべき地点 (S off 点) を何処にするかという問題で, まずオフ・ブレーキ運転, すなわち加速と制動のみで各種の制限条件を超えることなく, それ以上速く到達することができない最小時間による運転を行わせる。その結果, 第6図に示すような S off 地点と所要時間が求まる。一般に S off 点と所要時間との関係を求めると, 第7図のようになる。指定時間に合うような S off 点を求めるため, 第7図 S off₁ の数分の一の地点 S off₂ で再び所要時間 C を求める。次に BC を結ぶ直線と所定時間 t₀ との交点 (D) に対する地点を S off₃ とした場合の所要時間 E を求め, この B, C, E, 3 点を通る 2 次曲線 (s-a'') (t-b'')=C (a'', b'', c'' は定数) と t₀ との交点 (F) に対する地点で再計算を行い, 所要時間 G を求める。t₀ に近い 3 点 B, G, E, で再び 2 次曲線近似を行って必要な精度がえられるまで進める。この方法は C と E を結ぶ直線から F' を求め, この S off₄ 点で再計算をして, その所要時間と C を結び, 以降同じように繰返して計算する。いわゆる, 一次近似の擬点法 (Rule of false position) よりも収束が早い。

(2) 制動カーブの作成

第1図の速度制限の値をもとにして, 列車が制動をかけて, ちょうど次の制限速度に達するような曲線を終着駅から逆に始発駅まで求め, 制動開始点 S_{bl} を計算する。したがって第8図において斜線部分 (A, B, E の3種類が考えられる) は無視される。



第8図 距離と実際速度制限曲線

(3) シミュレーションのルール

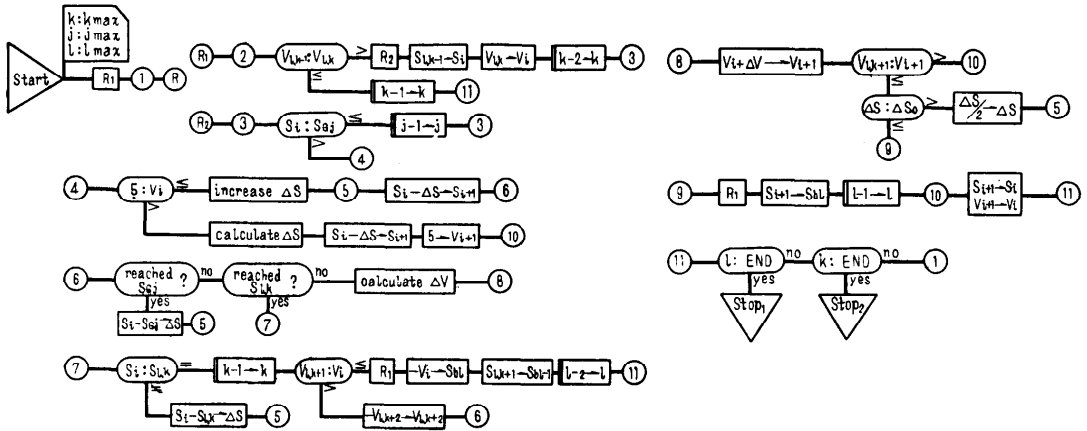
- ルール 1. 力行で制限速度を超えるような時には, その制限速度の (a'''~b''')% の速度まで惰行を行う (a''', b''' は定数)
- ルール 2. 一定値以上の下り勾配では, 定められた速度以上になると力行せず惰行する。

ルール 3. S off 点以降は制動がかかるまで惰行を行う。

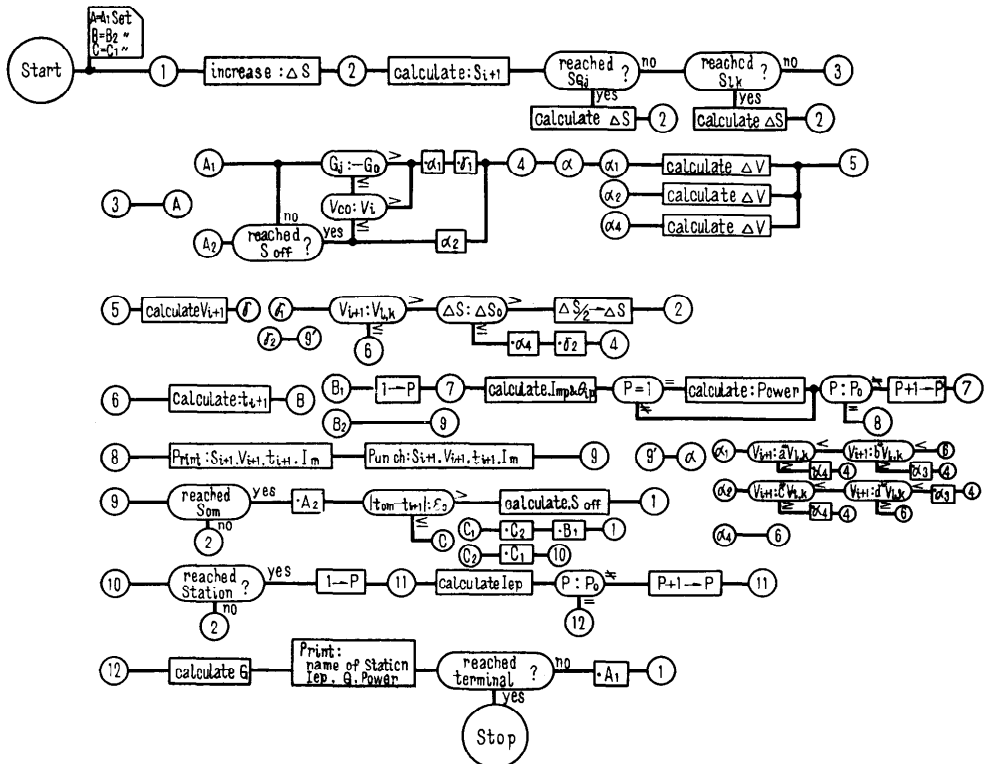
ルール 4. オフ・ブレーキ運転では、制限速度に達するまで、時間合せ運転では、S off 点

まで力行する。

ルール 5. 制動カーブに運転曲線が交ったら、速度制限の変化点まで（第 8 図 A', B', E' のような点）制動を続ける。



第 9 図 制動 data 作成 routine



第 10 図 運転曲線計算 routine

- ルール 6. 惰行中、制限速度を超えるような場合には、その制限速度の ($c''' \sim d'''$) % の速度まで制動をかける。 c''' 、 d''' は定数
- ルール 7. 運転時間の与えられている地点間に速度制限があり、ルール 5 によって制動をかけた場合には、オフ・ブレイキ運転の時間に比例して各制動地点間に運転時分を割り当てる。

このようなルールにより、予期しなかった信号や臨時の速度制限による損失時間を列車が、とり戻し得るような運転曲線を計算することができる。オフ・ブレイキ運転と時間合せによる運転結果の各所要時間の百分比 (回復運転余力) を同時に計算させる。

4. 電子計算機による例

電子計算機によるシミュレーション計算の際、運動方程式は次のように変形した。

(1) 距離基準による運動方程式

既述のように距離基準でシミュレートするので(1・1)、(1・2)は次のように変形して Runge-Kutta 法により解く。

$$\frac{dV}{dS} = \frac{F - (R_l + R_t + R_g)}{a'(1+r)(W_1 + W_2)V} \quad (1.5)$$

$$\frac{dt}{dV} = \frac{a'(1+r)(W_1 + W_2)}{F - (R_l + R_t + R_g)} \quad (1.6)$$

ただし、速度 0~5 km/h 間では、一定の牽引力、制動力で、勾配もその間変化しないものとし、

$$dt = \frac{a'(1+r)(W_1 + W_2)(U - V_i)}{F - (R_l + R_t + R_g)}$$

$$dS = \frac{b'(1+r)(W_1 + W_2)(U^2 - V_i^2)}{2\{F - (R_l + R_t + R_g)\}}$$

として計算する。ただし U は力行時では 5 km/h、制動時では 0 とする。

(2) ブロック・チャート

計算機による計算手順を示すブロック・チャートを第 9 図、第 10 図に示す。

(a) 制動データ作成ルーチン

このルーチンは二つの速度制限値 (V_{lk} 、 V_{lk-1}) を比較し、 $V_{l,k-1} > V_{l,k}$ の時に制動カーブを計算する。すなわち、第 9 図において、各コネクタは、

- ① R_1 は次の制動曲線を計算することを、 R_2 は制動曲線を計算中であることを示す。
- ② $V_{l,k-1} > V_{l,k}$ の時、制動カーブの計算を開始し、その時の制限速度、距離を記憶する。
 $V_{l,k-1} \leq V_{l,k}$ の際は、 $V_{l,k-1} > V_{l,k}$ になるまで距

離を進める。

- ③ 勾配変化点も②で計算した距離まですすめる。
 - ④、⑤ 現在の速度 V_i を 5 km/h と比較し、それ以下の時は加速度が一定として時間、距離の計算をする。5 km/h 以上の時は、Runge-Kutta 法により速度および時間を求める。
 - ⑥ ⑤で計算された距離 S_{i+1} が勾配、速度の変化点に到着したかをチェックして距離の増分 ΔS に対する速度変化 ΔV を求める。
 - ⑦ 速度制限値に達しないうちに、次の低い速度制限値の変化地点に到達した場合 (第 8 図 B') は、その地点および速度を組にして記憶し、次の高い速度制限値に到達した場合 (第 8 図 E') には、前の速度制限値が無視されるように記憶する。
 - ⑧ 現在の地点より、距離増分 ΔS だけ進んだ地点、 S_{i+1} の速度をチェックし、制限速度を超えていたら $\Delta S \leq \Delta S_0$ (最小の距離増分) になるまで ΔS を半分にして、繰返し計算する。
 - ⑨ $\Delta S \leq \Delta S_0$ でもなお、制限速度を超える場合は、その地点を記憶する。(第 8 図 A')
- (b) 運転曲線計算ルーチン
- このルーチンは、制動データ作成後運転曲線、電流、消費電力、温度上昇、回復運転余力を計算する。すなわち、第 10 図の各コネクタは、
- ② 距離計算をし、勾配変化点または速度制限地点に到達したかどうかにより距離増分 ΔS をかえる。
 - ③ A_1 はオフ、ブレイキ運転を、 A_2 は時間合せ運転を示す。一定 ($-G_0$) 以上の負勾配で一定速度 (V_{e0}) 以上の速度の場合には惰行を行わせる。
 - ④ 運転状況を示し、 α_1 は力行、 α_2 は惰行、 α_3 は制動を表わす。
 - ⑤ 速度計算をして、その速度と制限速度を比較し、距離増分を変化して、制限速度以内になるまでの速度と地点を求める。距離増分を変化しても ΔS_0 (最小の距離増分) 以下になるときは、制動をかける。
 - ⑥ 距離 S_{i+1} における時間を計算する。
 B は時間合せ計算での収束状況を示し、 B_2 は収束前、 B_1 は収束したことを表わす。
 - ⑦ 時間合せ計算が収束してから、電機子、主極、補極各コイルの平均電流、温度上昇を計算する。
 - ⑧ 計算結果のプリントおよび穿孔。
 - ⑨ 時間合せ地点に到達したかどうかのチェックを

第 1 表

駅名 Station	制限速度 V.L.T.	距離 Dist. [km]	速度 Speed [km/h]	時間 HMS	平均電流 Mean. I_E	実効電流 R.M.S. I_E	温度上昇			電流 Curr.	運転状態 Alpha	勾配 Gradient	
							電機子 θ_{p1}	主極 θ_{p2}	補極 θ_{p3}				
TOKYO		.016	3.000										
		.031	12.449	00 00 09	585.714	585.714	.321	.593	.593	585.714	1.000		
		.047	16.600	00 00 13	485.714	585.714	.468	.855	.856	585.714	1.000		
		.063	19.891	00 00 16	585.714	585.714	.586	1.064	1.065	585.714	1.000		
		.078	22.700	00 00 18	585.714	585.714	.690	1.243	1.244	585.714	1.000		
		.094	25.190	00 00 21	585.714	585.714	.784	1.402	1.403	585.714	1.000		
		.109	27.449	00 00 23	585.714	585.714	.870	1.546	1.548	585.714	1.000		
		.125	29.531	00 00 25	585.714	585.714	.951	1.680	1.682	585.714	1.000		
		.188	31.470	00 00 27	585.714	585.714	1.028	1.805	1.807	585.714	1.000		
	100.000		.188	38.223	00 00 33	585.714	585.714	1.306	2.241	2.244	585.714	1.000	
		.438	56.065	00 00 52	585.714	585.714	2.208	3.530	3.534	585.714	1.000		
	210.000		.563	63.665	00 01 00	585.714	585.714	2.600	4.037	4.042	585.714	1.000	.000
	105.000		.625	67.116	00 01 03	585.714	585.714	2.789	4.268	4.274	585.714	1.000	
	210.000		.750	73.489	00 01 10	585.714	585.714	3.153	4.699	4.705	585.714	1.000	
	125.000		.875	79.299	00 01 15	585.714	585.714	3.505	5.095	5.102	585.714	1.000	
		.938	82.031	00 01 18	585.714	585.714	3.678	5.283	5.290	585.714	1.000		
	140.000		1.000	84.665	00 01 21	585.714	585.714	3.849	5.464	5.471	585.714	1.000	
	110.000		1.125	91.124	00 01 26	585.714	585.714	4.185	5.808	5.816	585.714	1.000	
		1.188	94.169	00 01 28	585.714	585.714	4.351	5.970	5.979	585.714	1.000		
	95.000		1.313	98.624	00 01 33	585.714	585.714	4.679	6.283	6.292	585.714	1.000	-9.000
		1.344	98.407	00 01 34	578.621	582.157	4.676	6.281	6.290			3.000	
		1.359	98.258	00 01 35	575.133	580.399	4.675	6.279	6.288			3.000	
	210.000		1.440	90.000	00 01 38	557.084	571.220	4.669	6.272	6.281		4.000	.000
		1.690	90.000	00 01 48	537.256	554.045	4.906	6.486	6.495	343.060	2.000		
		1.815	90.000	00 01 53	522.378	543.294	4.945	6.514	6.524	201.198	2.000	10.000	
	90.000		1.940	94.683	00 01 58	524.998	545.114	5.276	6.841	6.851	585.714	1.000	
	100.000		2.065	99.112	00 02 02	527.300	546.709	5.602	7.152	7.163	585.714	1.000	
	210.000		2.128	99.112	00 02 05	521.490	542.438	5.622	7.165	7.176	208.089	2.000	
	100.000		2.190	101.241	00 02 07	522.626	543.233	5.784	7.316	7.327	585.714	1.000	
	210.000		2.440	111.908	00 02 15	526.560	545.979	6.424	7.880	7.892	585.714	1.000	.000
		2.565	116.826	00 02 19	528.230	547.140	6.741	8.143	8.155	585.714	1.000		

する。もし到達していたら、指定時間 (t_{0m}) と実際にかかった時間 (t_{i+1}) の差 $|t_{0m} - t_{i+1}|$ を指定された許容誤差 ϵ_0 と比較し、 $|t_{0m} - t_{i+1}| > \epsilon_0$ なら、惰行地点 S off を計算し直して (初は直線近似, 2回目以降は2次式近似), 運転曲線を再計算する。◎は収束後データをアウトプットするための、コントロール用である。

⑨' 力行中、制限速度を超えるときは、その制限速度の ($a''' \sim b'''$)% の速度まで惰行する。

(ルール 1.)

惰行中、制限速度を超えるときには、その制限速度の ($c''' \sim d'''$)% の速度まで制動をかける。

(ルール 6.)

⑩, ⑪ 駅に到着したら、実効電流 (電機子, 主極, 各コイルについて) の計算をする。

⑫ 引続いて回復運転余力を計算し、駅名, 実効電流, 電力などと共にプリントする。

終着駅に到着したら計算を完了し、次にアナログ表示のルーチンに入る。

(3) 計算結果の例

USSC-90 により計算した結果の一例として東海道

新幹線、全動車編成についての運転シミュレーションのプリント・フォームを第 1 表に示す。これをアナログ表示させたのが第 11 図である。

(4) このプログラムの特長

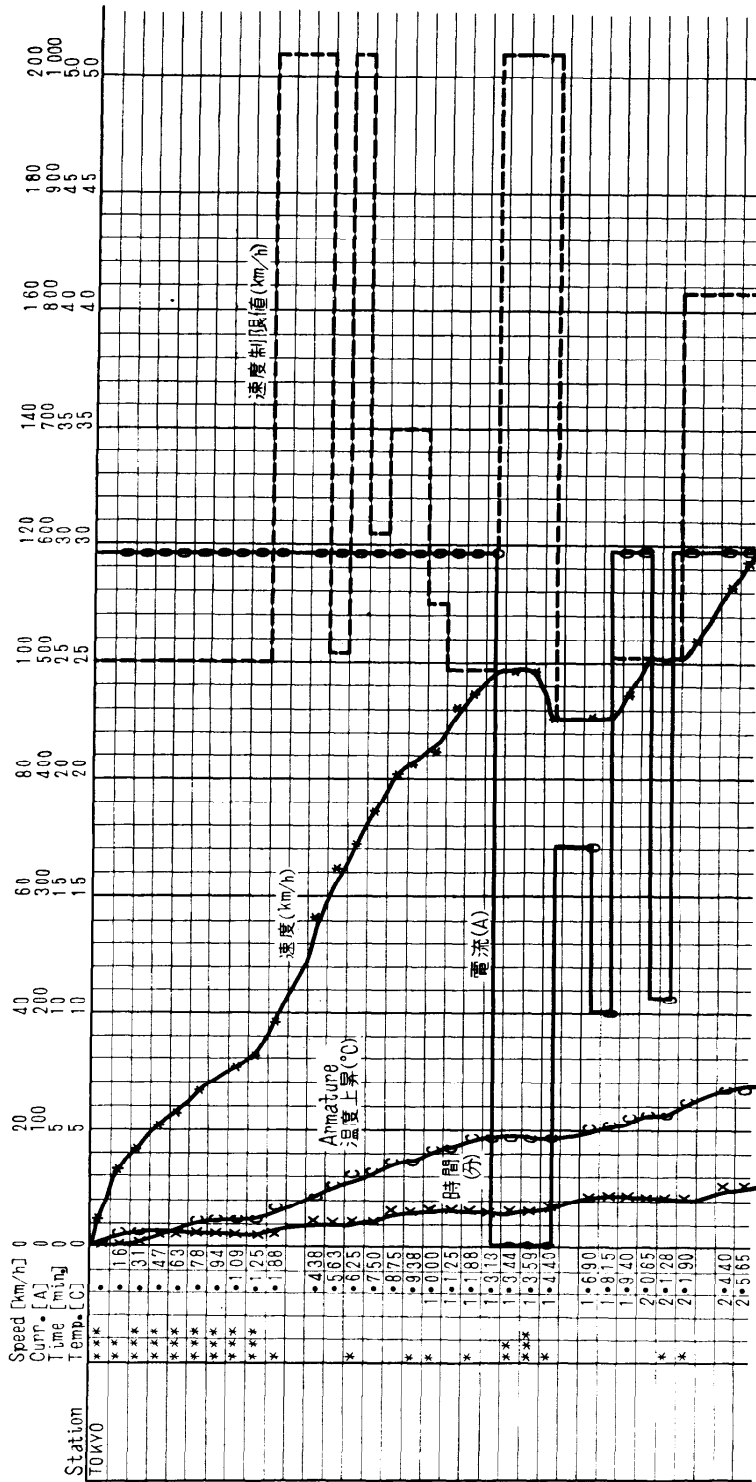
国鉄をはじめとして、列車運転シミュレーションは今までにいくつか発表されているが、このシミュレーションプログラムの特長は次のとおりである。

① 今まで発表されているプログラムはほとんど

Off-brake 運転のプログラムであって、時間合せのプログラムも 1~2 発表されているが、速度制限があまりない場合に限定されている。それは速度制限距離間への時間の割り振りに問題があるからであるが、ここではルール 7 を追加して、これを解決した。また列車の場合には、来るべき a_m 間に現在の運転速度より低い速度制限がある際には、惰行するようにした。

② 列車用のプログラムには温度上昇のルーチンを含み、勾配変化および起動, 停止の多い列車の機器容量選定に極めて有利である。

③ 種々の運転ができるように、一般的なプログラムにした。



第11図 NEW TOKAIDO LINE TRAIN RUN CURVE

- ④ 将来、このプログラムの結果からさらに新しい計算を行うため、豊富な Out-put を用意した。
- ⑤ できるだけ現実の運転に近い、シミュレーションを行わせるよう努力した。

以上の特長をもたせるため、プログラム作成上苦心した箇所は、前述のブロック・チャートのうち、S off 点による時間合せ方式、制動曲線の計算ルーチンと制動開始点の決定、温度上昇計算方式の選定と定数の決定、種々な運転のプログラムを一つにまとめるようにしたことである。

5. む す び

この列車シミュレーションの例では列車積載用電機品の必要な定格と所要電力を推定するのが目的であった。その他に、

- 1) ジーゼル機関車の場合、必要な燃料タンクの大きさを求める。
- 2) 駅間指定所要時間に合せることができる最高積載量、列車編成を求める。
- 3) 積載重量をあるトン数以下とした場合、指定駅間の所要時間を求める。

等の問題にも応用されている¹⁾。

列車運転シミュレーションと関係して次のような例も報告されている。

1) Time Tabling²⁾ (時刻表作成)

すなわち、特急、急行、普通列車、貨物等幾つかの列車を走らせるのに各停車駅での発車優先順位をどのようにきめ、時刻表をどう作るかという問題である。

このためには、駅間の指定所要時間、現在の時刻表信号機、プラットフォーム、待避線の位置、列車間隔距離、信号機がコントロールする時間および列車と線路条件等を必要な条件としてシミュレートさせる。

2) C.T.C.(Central Traffic Control) システムでの、信号機の間隔や待避線の位置に関する問題すなわち、特急、急行、普通列車の数と各列車条件、線路条件、所定駅の発車時間および実際または仮定した信号機の位置を必要な条件として、列車の追突や衝突を避けるような運行を行わせ、待避線の位置、駅での停車時間、列車が転轍器を通る時間、および信号機の位置等を計算させる。

列車運転における輸送能率を向上させるための新しい運転方法やスケジューリングの問題が最近脚光をあびている。これは生産工場における部品の加工順序がきまっている工程のスケジューリング (Job Shop Sequencing) の問題と共に今後の発展が注目されている。

参 考 文 献

- 1) A. Gilmour.: The DEUCE Computer as an Aid to Railway Traction Design and Operation. The English Electric Journal Vol. 16, No. 6, pp. 5~31 (1960)
- 2) R.T. Conpal and Others.; A Digital Computer Simulation of Single Track Railroad Operation. Application and Industry. AIEE. No. 50, pp. 236~241 (1960)
- 3) 伊 藤 司; デジタル電子計算機による列車運転曲線並びに主電動機温度上昇計算, 電気4学会連合大会 No. 742 (昭和36年)
- 4) J.E. Hogan: Train Performance Calculated by Digital Computer. Supplemental Program. Application and Industry, AIEE No. 48, pp. 114-118 (1960)

(受付昭和36年6月12日, 再受付昭和36年9月12日)