

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} \int_Y^{\infty} f_{(Y_1)} f_{(X_1)} dY_1 dX_1$$

これは次のように変形される。

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} f_{(Y_1)} [F_{(\infty)} - F_{(Y_1)}] dY_1$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f_{(Y_1)} dY_1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_{(Y_1)} F_{(Y_1)} dY_1 = -\frac{1}{2}$$

$$P_{(l)} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_Y^{\infty} \int_{-\infty}^{X_1} \dots \int_{-\infty}^{X_{l-1}} f_{(Y_1)} f_{(X_1)} \dots$$

$$\dots f_{(X_l)} dY_1 dX_1 \dots dX_{l-1} - 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{Y_1}^{\infty} \dots$$

$$\dots \int_{-\infty}^{X_l} f_{(Y_1)} f_{(X_1)} \dots f_{(X_l)} f_{(Y_2)} dY_1 dX_1 \dots$$

$$\dots dX_l dY_2$$

このうち右辺第1項を $q_{(l)}$ とおけば、第2項は $q_{(l+1)}$ となり、次式を得る。

$$p_{(l)} = q_{(l)} - q_{(l+1)} \tag{3}$$

ここで $q_{(l)}$ を求めると、

$$q_{(l)} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{Y_1}^{\infty} \int_{-\infty}^{X_1} \dots \int_{-\infty}^{X_{l+2}} f_{(Y_1)} f_{(X_1)} \dots$$

$$\dots f_{(X_{l-1})} F_{(X_{l-1})} dY_1 dX_1 \dots dX_{l-1}$$

$$= 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{Y_1}^{\infty} \int_{-\infty}^{X_1} \dots \int_{-\infty}^{X_{l-i+1}} f_{(Y_1)} f_{(X_1)} \dots$$

$$\dots f_{(X_{l-i})} \left\{ \frac{1}{i!} - F_{(X_{l-i})} \right\} dY_1 dX_1 \dots dX_{l-i}$$

$$= 2 \int_{-\infty}^{\infty} f_{(Y_1)} \frac{1}{l!} [F_{(\infty)}^l - F_{(Y_1)}^l] dY_1$$

$$= \frac{2l}{(l+1)!}$$

(1・3・3) 式より

$$P_{(l)} = \frac{2(l^2 + l - 1)}{(l+2)!} \tag{4}$$

故に糸連の長さの分布は確率密度関数の形に無関係に(4)式で表わされる。これは飯島氏の得た結果⁴⁾と全く一致している。

【註3】 厳密にいえば、糸連のつながりをここで考えなければならないが、後述するように糸連のつながる確率は非常に小さいので、ここでは無視して考える。

電力潮流問題のデジタル計算*

泥堂多積** 茂木一雄** 乗松立木***
藤木久男**** 小林徳也****

1. 緒言

計数型電子計算機の進歩と普及に伴い、電気事業における電子計算機の利用度は急速に進展し、その応用分野は技術的な面に限っても極めて広く、従来からの最も有力な武器であった交流計算盤にとって代りつつあるのが世界的情勢である。

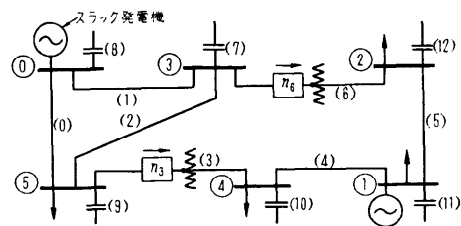
ところで、交流計算盤が最も多く利用されるのは電力潮流問題(使用時間の約85%を占めるといわれる)であるので、著者等は国産電子計算機(NEAC-2203)を用いて電力潮流問題をデジタル計算することを試み、そのための実用的なプログラムを開発し例題に適用したところ、充分実用になる成果を得たのでその概

要を紹介する。

2. 電力潮流問題のデジタル計算法¹⁾

2.1 電力潮流問題の性格

電力回路網の簡単な例(発電機端子2, 負荷端子4)



第1図 例題の回路図

①: 端子番号 (②~⑤: 発電機端子, ②~⑤: 負荷端子)
(j): 枝番号

n_j : off-nominal 巻線比(第2図参照)

* Digital computer solution of power-flow problems, by Tatsumi Deido, Kazuo Mogi Tatsuki Norimatsu, (Electrotechnical Laboratory), Hisao Fujiki, Tokuya Kobayashi (Yokogawa Electric Works Co., Ltd.)

** 電気試験所, *** 元電気試験所, **** 横河電機

を第1図に示す。ここで電力潮流問題とは、次の二つの条件——(a) 回路網の各部の電圧と電流は、オームの法則並びにキルヒホッフの法則を満たす。(b) 各端子の電圧と電流は、その端子ごとに与えられた拘束端子条件を満たす——を同時に満足させる端子電圧および電流（したがって有効・無効電力）を求めることである。この場合一般の回路網問題と異って電圧も未知数であることが計算の遂行を困難にしている。

ここに上記(a)項の条件は、次のように端子の数だけの連立一次方程式で表わされる (node 法の場合)。

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= Y_{00}E_0 + Y_{01}E_1 + \dots + Y_{0N}E_N \\ I_1 &= Y_{10}E_0 + Y_{11}E_1 + \dots + Y_{1N}E_N \\ &\dots \dots \dots \\ I_N &= Y_{N0}E_0 + Y_{N1}E_1 + \dots + Y_{NN}E_N \end{aligned} \right\} \dots \dots (1)$$

一般に

$$I_k = \sum_{m=0}^N Y_{km} E_m \dots \dots \dots (1')$$

ただし、 I_k : 電流、 E_m : 電圧、

Y_{kk} : 自己アドミタンス、

Y_{km} : 相互アドミタンス

(以上、いずれも複素量)。

$k, m = 0, 1, 2, \dots, N$: 端子番号

また上記(b)項の拘束条件として用いられているのは、次の3条件の組合せである。

(i) 有効および無効電力を規定値とする。

$$P_k + jQ_k = E_k I_k^* = \text{規定値} \dots \dots \dots (2)$$

(ii) 有効電力と端子電圧の大きさを規定値とする。

$$P_k = \mathcal{R}(E_k I_k^*) = \text{規定値}, |E_k| = \text{規定値} \dots \dots (3)$$

(iii) 電圧の大きさと位相角を規定値とする。

$$|E_k| \angle \theta = \text{規定値} \dots \dots \dots (4)$$

ただし、 I_k^* : I_k の共軛量、

$$j = \sqrt{-1}, k = 0, 1, \dots, N.$$

したがって、電力潮流問題の計算とは、(2)、(3) または (4) 式の拘束条件を満足させるようにしながら (1) 式の数値解を求めることになる。

2.2 反復計算の手順

ここで、(1) 式の数値解を求めるに際し、これを一挙に解くことはほとんど不可能であるから、数値計算技術の一つである反復法を用いることにすると、その要領は次のとおりである。

(i) 与えられたアドミタンスを $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ とする (3.1 参照)。一般に電圧を $E_m = e_m + jf_m$ とし、適当な想定値を与える。計算開始端子 (k) をきめる。

(ii) 電圧とアドミタンスから電流を計算する。

$$\begin{aligned} I_k &= \sum_{m=0}^N Y_{km} E_m = \sum_{m=0}^N (G_{km} + jB_{km})(e_m + jf_m) \\ &= \sum_{m=0}^N (G_{km} e_m - B_{km} f_m) + j \sum_{m=0}^N (G_{km} f_m + B_{km} e_m) \\ &= a_k + j b_k \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

(iii) 電圧と電流から有効および無効電力を計算する。

$$P_k = \mathcal{R}(E_k I_k^*) = a_k e_k + b_k f_k \dots \dots \dots (6)$$

$$Q_k = \mathcal{J}(E_k I_k^*) = a_k f_k - b_k e_k \dots \dots \dots (7)$$

電圧の大きさを計算する (発電機端子の場合のみ)

$$|E_k|^2 = e_k^2 + f_k^2 \dots \dots \dots (8)$$

(iv) これらの計算結果を、与えられた拘束条件と比較して偏差を計算する。

$$\Delta P_k = P_{sk} - P_k \dots \dots \dots (9)$$

$$\Delta Q_k = Q_{sk} - Q_k \dots \dots \dots (10)$$

$$\mathcal{J}(|E_k|^2) = |E_{sk}|^2 - |E_k|^2 \dots \dots \dots (11)$$

(v) この偏差から、次の誤差方程式

$$\begin{aligned} \Delta P_k &= \varepsilon_k (e_k G_{kk} + f_k B_{kk} + a_k) + \xi_k (-e_k B_{kk} \\ &\quad + f_k G_{kk} + b_k) + G_{kk} (\varepsilon_k^2 + \xi_k^2) \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_k &= \varepsilon_k (-e_k B_{kk} + f_k G_{kk} - b_k) + \xi_k (-e_k G_{kk} - \\ &\quad f_k B_{kk} + a_k) + B_{kk} (\varepsilon_k^2 + \xi_k^2) \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

$$\mathcal{J}(|E_k|^2) = 2\varepsilon_k e_k + 2\xi_k f_k + (\varepsilon_k^2 + \xi_k^2) \dots \dots (14)$$

を拘束条件に従って連立させ ((2) 式の条件では (12)、(13) 式を、(3) 式の条件では (12)、(14) 式を連立させる) ε_k と ξ_k を計算する。

(vi) ε_k と ξ_k を使って電圧を修正する。

$$\begin{aligned} E_k' &= (e_k + jf_k) + (\varepsilon_k + j\xi_k) = e_k' + jf_k' \\ \left. \begin{aligned} e_k' &= e_k + \varepsilon_k \\ f_k' &= f_k + \xi_k \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

なお収斂を早める場合は加速係数 (α, β) を使用する。

$$\left. \begin{aligned} e_k' &= e_k + \alpha \varepsilon_k \\ f_k' &= f_k + \beta \xi_k \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15')$$

(vii) 前記(ii)の段階へ戻って次の端子 ($k+1$) につき以上の手順を繰返し、以後同様に $k=1 \sim N$ に亘って繰返し、かくして計算値と拘束条件との偏差が許容誤差以下になるまで電圧修正計算を反復する。なお収斂を判定する条件には、

(a) 各端子における拘束条件との差が許容値以下 $\Delta P_1, \Delta P_2, \dots, \Delta P_N \leq \text{許容誤差}$, など (16)

(b) 各端子ごとの偏差 (絶対値) の平均値が許容値以下

$$\sum_{k=1}^N |\Delta P_k| / N \leq \text{許容誤差} \dots \dots \dots (17)$$

などがある。

(viii) 電圧修正反復計算が収斂したら、その電圧値を使って全端子（スラック発電機端子を含む）の電力を計算して終了する。

3. 準備計算と付加計算

3.1 準備計算

上述の潮流計算にさき立ち（1）式の回路方程式を準備するためには、これに使用する自己および相互アドミタンスの値を次の手順で計算しておく必要がある。

(a) 枝インピーダンスを枝アドミタンスに変換する。

$$\left. \begin{aligned} y_j &= 1/Z_j = 1/(r_j + jx_j) = g_j + jb_j \\ g_j &= r_j / (r_j^2 + x_j^2) \\ b_j &= -x_j / (r_j^2 + x_j^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

（ただし、添字 $j=0, 1, 2, \dots, B$: 枝番号）

(b) 回路図を参照して各端子と枝の接続状態を調べながら下記の定義に従って枝アドミタンスの和を計算する（計算の便宜上、この段階では、変圧器巻線比を1として計算し、後で（c）項のとおり修正する）。

自己アドミタンスは、ある端子（例えば第 k 番目）に接続しているすべての枝の枝アドミタンスの総和である。すなわち、

$$Y_{kk} = \sum (g_j + jb_j) = G_{kk} + jB_{kk} \dots\dots\dots (19)$$

相互アドミタンスは、ある端子とその隣の端子（例えば第 k 番目と m 番目）との間に接続しているすべての枝の枝アドミタンスの総和の符号を反転したものである。すなわち、

$$Y_{km} = -\sum (g_{km} + b_{km}) = G_{km} + jB_{km} \dots\dots (20)$$

なお $Y_{km} \equiv Y_{mk}$ である。

(c) 枝に変圧器（off-nominal な）が存在する場合（例えば第2図（a）に示すとおり、 k 番と m 番の端子の間の j 番の枝に存在する巻線比が $1:n_j$ の変

圧器を、第2図（b）のとおり表示する）には、巻線比が1の側（ k 番）の端子の自己および相互アドミタンスを次のとおり修正する。すなわち、

$$Y_{kk}' = Y_{kk} + (n_j^2 - 1)y_j \dots\dots\dots (21)$$

$$Y_{km}' = Y_{km} - (n_j - 1)y_j \dots\dots\dots (22)$$

なお、巻線比が n_j の側（ m 番）の端子については、

$$Y_{mm}' = Y_{mm} \text{ (不変)}, Y_{mk}' \equiv Y_{km}'$$

であるから特に修正計算をする必要はない。

3.2 付加計算

以上のほか、さらに計算目的に応じて必要な（a）ベクトル計算、（b）各線路の電流と電力、（c）回路網各部および全体の損失、などを計算する。

また、電子計算機の機能を生かして、各種計算のオートメーション化（例えば全損失最小化運転、または設計値の自動求解等）を希望するならば、（d）端子拘束条件・変圧器巻線比・回路網の接続状態および回路定数の自動変更操作を付加する。

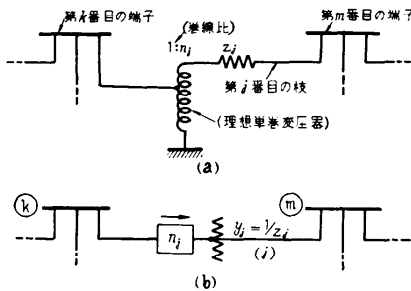
4. データ処理技術の観点から見た電力潮流計算

4.1 データ処理の重要性

準備計算を含めた電力潮流計算を電子計算機にやらせると、非常に多量のデータの格納および演算のためのそれらの頻々な出し入れを必要とするのが本問題の特色である。しかもデータ処理の巧拙は直ちに、計算機が取扱得る回路網の大きさ・計算回数および速度（したがって計算時間）に大きく影響するので、プログラム作製にさき立ち慎重な考慮と卓越した工夫が必要である。以下、主としてデータ格納用メモリの節減および計算回数の削減（計算時間の短縮）につき検討する。

4.2 アドミタンス格納形式の検討

取扱う回路網が大きく（端子数が多く）なれば、計算に使用するデータの数も多くなるのは当然であるが、この内特にアドミタンスデータの増加（したがってそれを使う電流計算回数の増加）は極めて著しいのである。その様子は第3図（電流計算式をマトリクス表示したもの）で説明される。同図（a）からアドミタンス数は端子の自乗に比例し、電圧とアドミタンスの乗算回数はアドミタンス数（端子数の自乗）に比例することがわかる。このようにアドミタンスを四角マトリクス形式で格納すると、端子数の増加と共に所要メモリ数は第4図（a）に示すとおり禁止的多数に増加してしまう。



第2図 off-nominal 巻線比の表示法

(a) 四角マトリクスの場合

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Y_{00} & -Y_{01} & -Y_{02} & \dots & -Y_{0N} \\ -Y_{10} & -Y_{11} & -Y_{12} & \dots & -Y_{1N} \\ -Y_{20} & -Y_{21} & -Y_{22} & \dots & -Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -Y_{N0} & \dots & \dots & \dots & -Y_{NN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{pmatrix}$$

- 計算手順は最も簡単
- 格納所要メモリ数は最大(端子数の自乗に比例)

(b) 三角マトリクスの場合

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Y_{00} & -Y_{01} & -Y_{02} & \dots & -Y_{0N} \\ & -Y_{11} & -Y_{12} & \dots & -Y_{1N} \\ & & -Y_{22} & \dots & -Y_{2N} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & -Y_{NN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{pmatrix}$$

- 計算手順はかなり複雑
- 格納所要メモリ数は、四角マトリクスの場合の58.4%
- 格納(相対)番地 $= k + \frac{m(m+1)}{2}$ ただし $k \leq m$

(c) 四角マトリクス内の0を除いて、つめた場合

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Y_{00} & -Y_{02} & -Y_{04} & \dots & -Y_{0N} \\ & -Y_{11} & -Y_{13} & \dots & -Y_{1N} \\ & & -Y_{22} & -Y_{23} & \dots \\ & & & -Y_{N3} & -Y_{N4} & -Y_{NN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{pmatrix}$$

- 計算手順はやや複雑
- 格納所要メモリ数は端子数にはほぼ比例(例えば3倍)する

(d) 三角マトリクス内の0を除いて、つめた場合

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Y_{00} & -Y_{01} & -Y_{0N} \\ & -Y_{11} & -Y_{14} \\ & & -Y_{22} & -Y_{23} \\ & & & \dots & -Y_{NN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{pmatrix}$$

(注) $(Y_{km} = Y_{mk})$ を選択

- 計算手順は最も複雑
- 格納所要メモリ数は最少

第3図 アドミタンス格納方式別による乗算手順の難易の比較

ところでアドミタンス・マトリクスは対角線に関し対称 ($Y_{km} \equiv Y_{mk}$) であるから、重複値の一方を省略して三角マトリクス(第3図(b)参照)とすれば、メモリ数を前者の58.4%に削減することができ、しかも乗算手順は規則性を失なわない(前者よりやや面倒にはなるが)から、端子数が少ない(約10個以下)回路網の計算には適当な方式といえる。

さて、大きな回路網を取扱うためには、さらにアドミタンスの格納量を削減する工夫が是非必要である。ところで、電力回路網は一般回路網と異なって各端子間の連結が比較的単純であり、各端子ごとの枝数は平均2~3本程度に過ぎないから、回路網が大きくなるほど、相互に接続していない端子(その相互アドミタンスは0)が増えるので、アドミタンス・マトリクスの要素の大部分が0となる特色を有する。この点に着眼して、0要素を格納する無駄をばく改良策を検討してみる。

さて、四角マトリクスから0要素を除いた場合(第3図(c)参照)は、メモリ数は端子数の約3倍に比例するのみだから(第4図(c)参照)、端子数が増してもメモリが急増することはなく、前2者に比しメモリ節約効果は極めて顕著である。

次に三角マトリクスから0要素を除いた場合(第3図(d)参照)は、所要メモリ数は上記の場合より僅かに下廻る程度である(第4図(d)参照)。

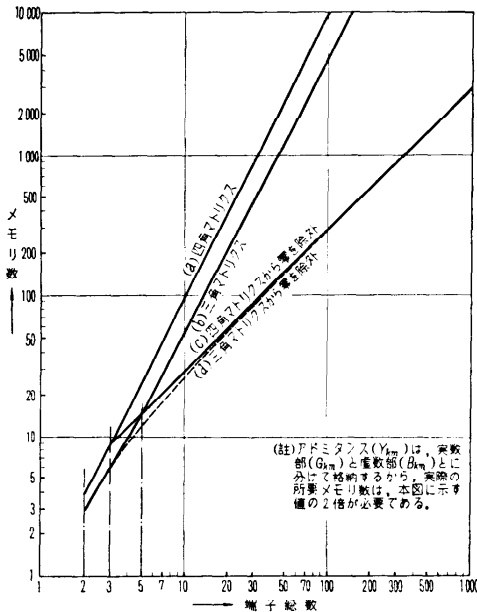
以上2者(cとd)を比較すると、メモリ数には大差がないが、乗算手順は後者の方がはるかに複雑である。したがって実用的には前者、すなわち四角マトリクスから0要素を除く方式が適当と考えられる。

5. 計算プログラム^{2,3)}

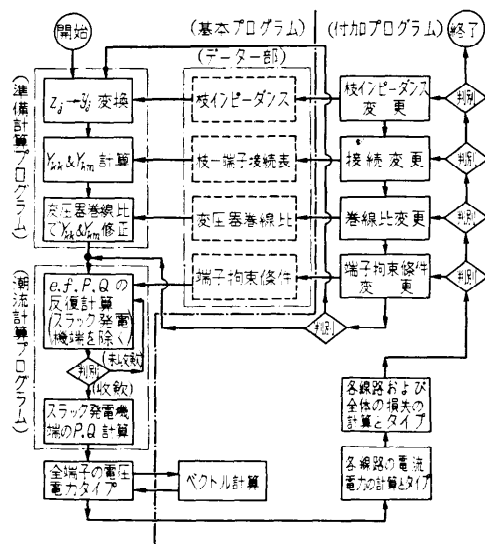
以上に説明した、潮流計算・準備計算・付加計算・およびこれらに関連したデータ処理を加えたものが、常務に使用できる電力潮流計算プログラムである。その概略のフロー・チャートを第5図に示す。今回はこのうちの基本プログラム(第5図の鎖線の左側の部分)を、前章(b)および(c)の方式で作製した。

5.1 接続マトリクスを用いて自己および相互アドミタンスを計算して、これらを三角マトリクスの形に格納する方式を主体とした計算プログラム

前章(b)項の方式を主体とした計算プログラムであって、取扱う回路網が大きくなると急激に実用性を失う欠点はあるが、正攻法的手法であるため理解し易



第4図 アドミタンス格納形式とメモリ数との関係



第5図 電力潮流計算システムのフロー・チャート

いので、手初めのプログラムとしては適当であると考
えて作製した。試用結果は予定どおりの成果を示し
た（紙面の都合でプログラムの説明は省略する。成果
は§6を参照のこと）。

5.2 枝端子接続表を用いて自己および相互アド
ミタンスを計算し、これらを0要素を省略し
た四角マトリクスの形に格納する方式を主体
とした計算プログラム

前章(c)項の方式を主体とした計算プログラムで
あって、大きな回路網を短時間で処理できるように工
夫してある。以下にその概略を説明する。

A. 入力データ部

第1図に示した回路網を例題とし、まず端子に番号
を付ける。すなわち、スラック発電機端子を0番と
し、以下、その他の発電機端子、負荷端子の順に一連
番号をつける。また、枝に任意の順に一連番号をつけ
る。次に回路図を参照しながら互に接続している枝-
端子番号を連記して接続表を作り、第1表の形式でメ
モリに格納する。与えられた枝インピーダンス Z_j は
この接続表の枝番号の順に第2表(a)の形式でメモ
リに格納する（複素量は実数部と虚数部とを分けて2
語に格納するが、それぞれの相対番地は一致させてあ
る）。このように同一枝に関するデータを重複格納す
る方式としたのは、後でアドミタンスの取出し手間を

第1表 枝-端子接続表

相対番地 nk	枝-端子番号			相対番地 nk	枝-端子番号		
	j	k	m		j	k	m
0	8	0	0	10	1	3	0
1	1	0	3	11	6	3	2
2	0	0	5	12	2	3	5
3	11	1	1	13	10	4	4
4	5	1	2	14	4	4	1
5	4	1	4	15	3	4	5
6	12	2	2	16	9	5	5
7	5	2	1	17	0	5	0
8	6	2	3	18	2	5	3
9	7	3	3	19	3	5	4

第2表 インピーダンスおよびアドミ
タンスの格納形式

nk	(a)		(b)		(c)	
	r_j	x_j	$-g_j$	$-b_j$	G_{km}	B_{km}
0	r_8	x_8	$-g_8$	$-b_8$	G_{00}	B_{00}
1	r_1	x_1	$-g_1$	$-b_1$	G_{03}	B_{03}
2	r_0	x_0	$-g_0$	$-b_0$	G_{05}	B_{05}
3	r_{11}	x_{11}	$-g_{11}$	$-b_{11}$	G_{11}	B_{11}
4	r_5	x_5	$-g_5$	$-b_5$	G_{12}	B_{12}
5	r_4	x_4	$-g_4$	$-b_4$	G_{14}	B_{14}
...
16	r_9	x_9	$-g_9$	$-b_9$	G_{55}	B_{55}
17	r_0	x_0	$-g_0$	$-b_0$	G_{50}	B_{50}
18	r_2	x_2	$-g_2$	$-b_2$	G_{53}	B_{53}
19	r_3	x_3	$-g_3$	$-b_3$	G_{54}	B_{54}

第3表 番地索引表

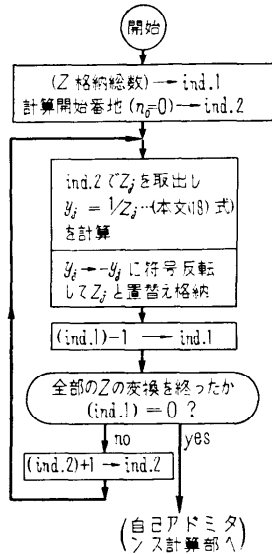
相対番地 n	番地数 dn_k	頭番地 nk	(備考)
0	3	0	$k=0$
1	3	3	1
2	3	6	2
3	4	9	3
4	3	13	4
5	4	16	5

第4表 巻線比および枝-端子番号
の格納形式

相対番地	内 容	(備 考)
0	1.025	n_8
1	3-5-4	$j-k-m$
2	1.100	n_6
3	6-3-2	$j-k-m$
4	0	(終記号)

第5表 電圧の格納形式

相対番地 n	E_m		(備考)
	e_m	f_m	
0	e_0	f_0	$m=0$
1	e_1	f_1	$m=1$
2	e_2	f_2	$m=2$
3	e_3	f_3	$m=3$
4	e_4	f_4	$m=4$
5	e_5	f_5	$m=5$



第6図(a) z→y変換(および相互アドミタンスの計算)のフロー・チャート

簡単にするためである(B, C参照)。さらにこれを助けるため第1表を参照して、各端子番号グループごとにその格納開始番地(相対) n_k と番地個数 Δn_k とを連記して番地索引表を作り第3表の形式で格納する。また与えられた変圧器巻線比とその存在枝-端子番号を第4表、電圧を第5表の形式で格納する。その他、端子拘束条件・許容誤差・加速係数・その他の定数を適宜に格納する。

B. 準備計算部

(a) z→y変換および相互アドミタンス計算部
枝インピーダンス z_j (第2表(a))を格納順に取出して枝アドミタンス y_j (18式)を計算した後、さらに符号を反転して $-y_j$ として第2表(b)の形式で再格納する。その概略のフロー・チャートを第6図

第6表 計算プログラムの方式別による、取扱い得る回路網の大きさの比較(記憶容量2,000語の場合)

方式の別	(5・1) 接続マトリクスを用いて自己および相互アドミタンスを計算して、これを三角マトリクスの形に格納する方式を主体とした計算プログラム		(5・2) 端子-枝接続表を用いて自己および相互アドミタンスを計算して、これらを0要素を省略した四角マトリクスの形に格納する方式を主体とした計算プログラム	
	使用番地	定数格納部 潮流計算部 準備計算部 データ格納部	61~99番地 100~334" 335~464" 465~1,999"	61~99番地 100~250" 251~338" 339~1,999"
データ用メモリ数	1,535個	1,661個		
取扱い得る最大回路網の算定式*	$N'(N'+11+\frac{B'}{11})+4B'+2T'+4 \leq 1,535$	$10N'+3B'+2T'+1 \leq 1,661$		
回路網の大きさの一例	$N'=28, B'=65, T'=5$	$N'=100, B'=210, T'=15$		

* N' : 端子数, B' : 枝数, T' : 変圧器数

第7表 計算結果(括弧内は設定値)

端子番号 N	電圧		電圧		電力	
	$ E $	θ	e	f	P	Q
0	(1.05)	(0)	1.05000	0.00000	0.95222	0.43552
1	(1.10)		1.09811	-0.06445	(0.50)	0.18544
2			0.97572	-0.22143	(-0.55)	(-0.13)
3			0.91593	-0.15881	(0)	(0)
4			0.89804	-0.19641	(-0.30)	(-0.18)
5			0.89818	-0.19486	(-0.50)	(-0.05)

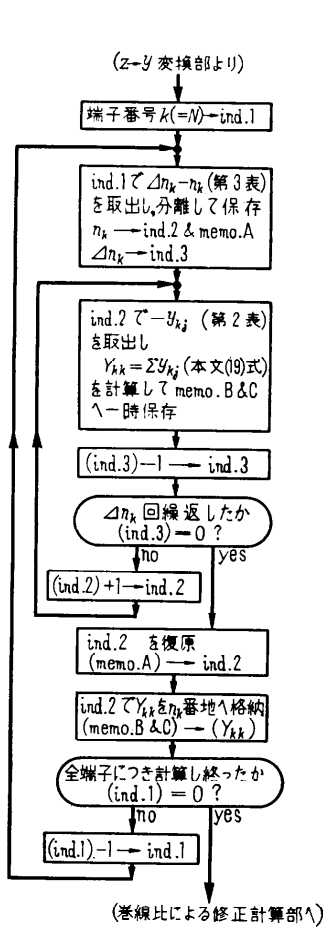
第8表 反復計算回数(許容誤差と加速係数をパラメータとした場合)

加速係数 $\alpha=\beta$	1.0	1.2	1.4	1.6
δP 許容誤差				
10^{-3}	29回	20回	11回	16回
10^{-4}	39	26	12	21
10^{-5}	49	32	15	25

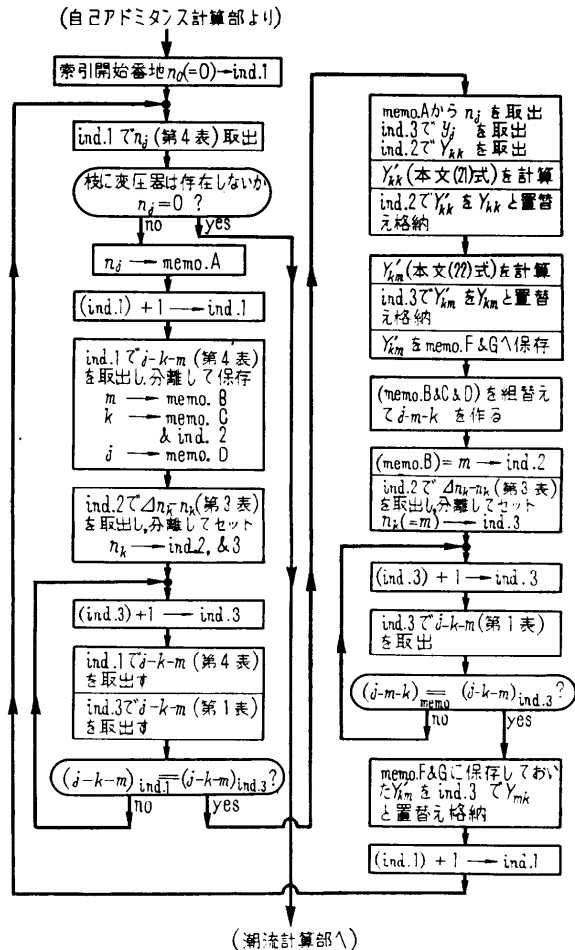
(a)に示す。例題の如く端子相互間を結ぶ枝が1本しかない場合には $Y_{km} = -\sum y_{km} = -y_j$ であるから、以上の操作で相互アドミタンスが得られる。

(b) 自己アドミタンス計算部

次の要領で計算する。すなわち前述のとおり、ある端子に関係する枝アドミタンスはすべて、その端子単位ごとに1グループにして格納しておいたから(第2表(b)参照)、例えば端子 k ($=1$)に注目すると、番地索引表(第3表)から $n_k=3, \Delta n_k=3$ が求まるか



第6図(b) 自己アドミタンス計算部のフロー・チャート



第6図(c) off-nominal 巻線比によるアドミタンス修正計算部のフロー・チャート

第9表 計算コスト比較表 (第1図の例題)

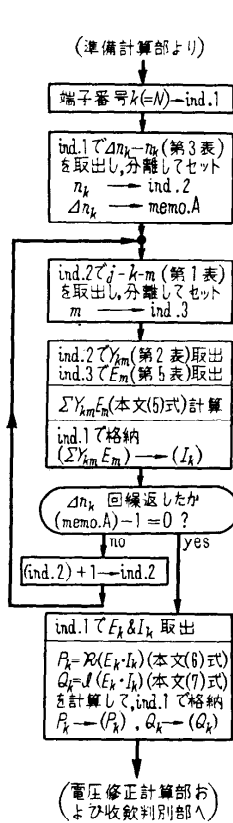
項目	電子計算機 ⁽¹⁾	交流計算盤 ⁽²⁾
1. 常務用プログラム 開発費 プログラム料 debugging料 人件費	100,000円 200,000 100,000	(問題ごとにプログラムする)
(小計)	400,000円	0円
2. 問題ごとの計算費 計算機使用料 準備費 {人件費 パンチ料}	250円 (1分間) 500 300	(プログラミングを含む) 1,800円 (3時間) 1,800
(小計)	1,050円	3,600円
3. 問題ごとの計算コスト	1,050 + (400,000 (問題の数)) 円	3,600円

(注)(1) NEAC-2203 (磁気ドラム・メモリ使用、ただしクイック・アクセスを使用せず)
(2) 発電機単位3基の小形のもの

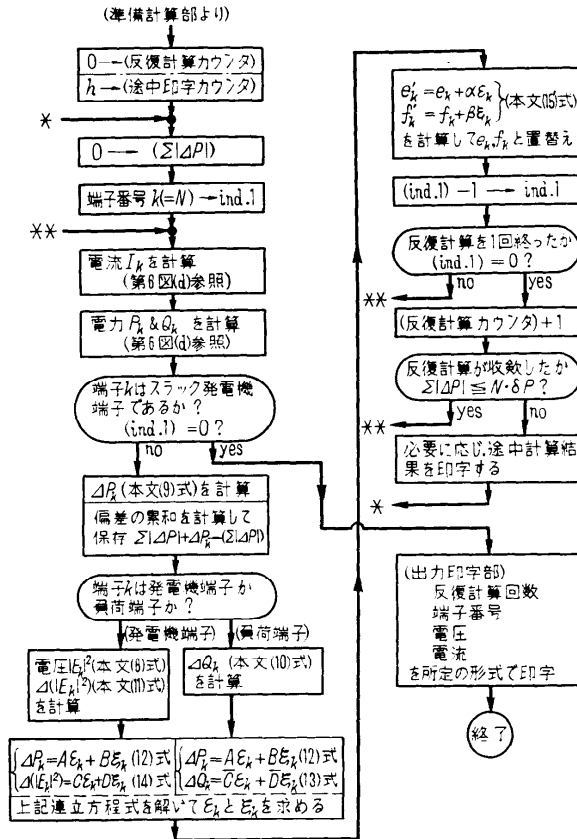
ら、アドミタンス・メモリ (第2表(b)) の3番地 (相対) から始めて次々と $-y_j$ を3個取出して、それらを加算した結果の符号を反転したもの $-[\sum(-y_j)] = \sum y_j = Y_{kk}$ を3番地に再格納すれば自己アドミタンスが得られる。その概略のフロー・チャートを第6図(b)に示す。以上の結果、自己および相互アドミタンスは第2表(c)の形式でメモリに格納される (なお第2表の表現は、同一メモリの内容が(a), (b), (c)の順に置換えられてゆくことを示す)。

(c) 変圧器巻線比によるアドミタンスの修正計算部

巻線比メモリ (第4表) の頭番地の内容が0でないことを判別した後 (変圧器が存在しない場合は内容が



第6図(d) 電流および電力計算部のフロー・チャート



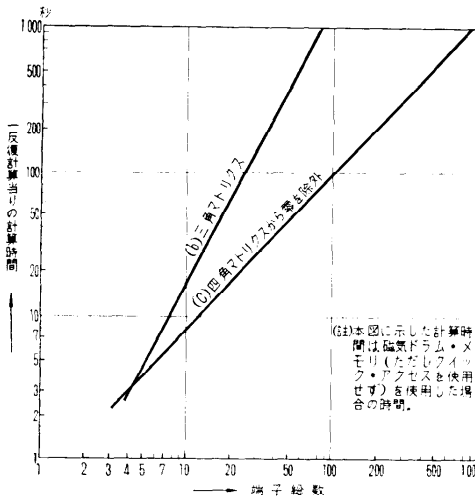
第6図(e) 電力潮流計算部のフロー・チャート

0 となっているから直ちに電力潮流計算部へ向う)。そこから巻線比 n_j を、次番地から変圧器存在枝-端子番号 $j-k-m$ を取出し、この $j-k-m$ の組合せ (例えば 3-5-4) と同じ組合せを接続表 (第1表) から探し出すことによりその格納番地を求め、これと対応する相対番地 (第2表(c)の) からアドミタンスを取出す。これを使って Y_{kk} と Y_{km} を修正計算 ((21), (22) 式参照) して Y_{kk}' と Y_{km}' を求め、元のメモリへ再格納する。次に $j-k-m$ の組合せを $j-m-k$ に変更して同様にして Y_{mk} の格納番地を求め、その内容を Y_{km}' ($\equiv Y_{mk}'$) で置換える (Y_{km} と Y_{mk} が重複格納されているので、修正の手間も重複する)。この概略のフロー・チャートを第6図(c)に示す。

C. 電力潮流計算部

(a) 電流計算部

(5)式により電流を計算する。この方式では、ある端子に関するすべてのアドミタンスを端子ごとに1グループとして格納してあるので取出しの手間は簡単である。しかし0値のアドミタンスは省略してその空白をつめて次々と格納してあるから、メモリ内においては相互アドミタンスは必ずしも相手端子番号順に整然と並んでいない。従ってアドミタンスを取り出す度に、それが何番の相手端子に関するものであるかを判別する必要 (対応端子の電圧を取出すため) がある。計算手順は、まず計算開始端子番号 k をきめ、この k につき番地索引表 (第3表) から n_k と Δn_k とを求め、この n_k を利用してアドミタンス・メモリ (第2表(c)の) の n_k 番地 (相対) から Y_{km} を取り出す。次に接続表 (第1表) の n_k 番地 (相対) から枝-端子番号 $j-k-m$ を取出しその右端 (1語12桁の



第7図 端子総数と一反復計算時間との関係の概要図

下位4桁)を分離させて相手端子番号 m を求め、この m を利用して電圧メモリ(第5表)の m 番地(相対)から E_m を取出す。ここで Y_{km} と E_m の積を計算したらこれを電流メモリの内容と加えてそこへ再格納する。次に、 (n_k+1) 番地につき同様にして積の累和を求め、以上の手順を $1/n_k$ 回繰り返せば端子 k に関する電流が得られる。その概略のフロー・チャートを第6図(e)に示す。

(b) 電力計算部

(6)、(7)式により有効・無効電力を計算する。すなわち、端子番号 k を指定して電圧メモリおよび電流メモリの k 番地(相対)から E_k および I_k を取出して乗算し、その結果を電力メモリへ格納する。

(c) 電圧修正計算部

(8)乃至(14)式を計算して電圧補正值を求め、(15)式により修正電圧値を計算する。

(d) 収斂判別部

(17)式の条件が満たされたか否かを判別し、反復計算の打切りまたは続行を指示する。

D. 印字部

反復計算回数・端子番号・電圧・電力を所定の形式で印字する。なお要すれば途中計算結果も印字し得る。以上、C および D を総合した概略のフロー・チャートを第6図(e)に示す。

6. 計算プログラムの使用成果

6.1 取扱い得る回路網の大きさ

5.1および5.2に述べた両方式の計算プログラムが取扱い得る回路網の大きさを比較すると第6表のとおりであり、アドミタンス格納形式を改良した後者は前者の3倍以上の収容能力を持ち、記憶容量2,000語の小形電子計算機でも、100端子程度の回路網を取扱い得る。これは超大形交流計算盤の取扱い能力と同等である。

6.2 計算精度と計算時間

第1図に示した例題回路網(6端子)の電力潮流計算結果は第7表に示すとおりである(括弧内は設定値)。また、反復計算回数と許容誤差および加速係数との関係は第8表に示すとおりで、この場合は加速係数が1.4のときに最もすみやかに収斂した。以上は5.1、5.2のいずれの方式を用いてもほぼ同じ結果であったが、反復計算1回当りの計算時間は前者では約6.5秒、後者では約4.8秒(磁気ドラム・メモリを使用し、ただしクイック・アクセスは使用せぬ場合)であった。その後行った25端子回路網(図面省略)の計算結果をも勘案すると、方式別による1反復計算時間と端子数との関係は概ね第7図のとおりであり、アドミタンス格納形式の変化によって計算時間に大幅な差を生ずることがわかった。

7. 計算コストの経済比較

第1図の例題を解く場合の計算コストを、電子計算機(磁気ドラム・メモリ(2,000語)使用の場合)と交流計算盤(発電機単位3個のもの)とにつき比較すると第9表のようになる。ここで電子計算機プログラムの開発コストをどのように1問題当りのコストに組込むかによって、電子計算機の計算コストは大幅に変動するが、今後の見通しとして潮流問題の計算需要はかなり多いと思われるから、1問題当りのコストは低下することが期待される。その他種々の要因が影響するので早急な断定は下し難いが、電子計算機の利点——計算時間の短かさ(コア・メモリを使用すれば本計算例の数分の1となる)・計算精度の良好さ・与条件に対する最適設計計算の自動化・他用途へ転用の融通性など——を考慮に入れて判定すると、一般に電子計算機による計算コストは交流計算盤のそれより高くないといえる。

8. 結 言

電子計算機の電力技術面への応用例として、電力潮流のデジタル計算法とその実用プログラムの概要を述べた。電力潮流計算プログラムは、準備計算を自動化し、さらに巧妙なデータ処理を行わないと充分実用にならない。このデータ処理は人間がやれば簡単であるが、計算機にやらせると非常にややこしくなるのでこのプログラミングには特別の工夫を要し、その優劣は直ちに全体の計算速度や能力に大きく影響する。

しかし一度常務用プログラムのシステムを作製してしまえば、以後の取扱いは簡単でしかもその威力は絶大であって、記憶容量2,000語程度の小形計算機で超大形交流計算盤に匹敵する能力を発揮し、コア・メモリを使用すれば計算時間をさらに短縮することが可能であり、また同種の問題を多数扱えばその計算コストも概して高くないので、このプログラム・システムは

技術的にも経済的にも交流計算盤に充分代替できる。

終わりに、例題の計算に御協力下さった東京電力(株)技術課、日本電子工業振興協会、日本電気(株)電子機器工業部の関係各位に深く謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Ward & Hale: Digital Computer Solution of Power-Flow Problem Trans. AIEE, Pt. III, Vol. 75, pp. 398-404 (June 1956)
- 2) 乗松, 泥堂, 茂木, 藤木, 小林: デジタル計算機による電力潮流の計算プログラム(その1), 電試彙報, 24巻12号, pp. 894-912. (昭和35年12月)
- 3) 同上: (その2), 電試彙報, 25巻, 2号, pp. 137-148. (昭和36年2月)
(昭和36年8月16日受付, 同11月6日再受付)