

複製対象の解の特性を考慮したEDAによる ロングショートポートフォリオのレプリケーション

折登 由希子^{1,a)} 花田 良子² 柴田 峻輔³ 山本 久志³

概要: 投資配分比率の構成が不明なポートフォリオが良いパフォーマンスを示しているとき、そのポートフォリオの複製を行いたいという要望がある。そこで本研究では、ポートフォリオ全体のリターンは既知であるが、組入れアセットの投資配分比率が未知である複製対象ロングショートポートフォリオのレプリケーション問題に着目する。このレプリケーション問題は、複製対象ポートフォリオのアセット数 N が複製のために利用可能な時点数 T より多い場合、 T 連立 N 変数の連立方程式を解くことで最適解を得ることが不可能であるため、最適化が非常に困難な問題である。また、多数の不定解を有する点からも最適化が困難な問題である。本研究では、複製対象ポートフォリオの解の特性を、代替可能な設計変数が多い解として分析し、この特性を分布推定アルゴリズム (EDA) に考慮することで、複製対象ポートフォリオと同一解でない場合も将来期間に非常に近いリターンを持つポートフォリオを構築できることを示す。

キーワード: ポートフォリオ最適化, 複製, 分布推定アルゴリズム, 相関係数

Long-Short Portfolio Replication by Using EDA with Structural Characteristics of Benchmark Portfolio

Abstract: It is desired to make the replication portfolio when a portfolio has delivered good performances. In this paper, our focus is on the portfolio replication problem whose total return is opened to the public but the proportion-weighted combination is closed to the public. It is difficult to solve this replication problem because we cannot apply techniques to solve the simultaneous equations when the number of unknown coefficients N is more than the number of equations T . In addition, it is difficult to solve it because there are many optimal solutions. In this paper, we analyze the structural characteristics of solutions and then apply the Estimation of Distribution Algorithm (EDA) employing them to optimize the portfolios. In the numerical experiments, we will show that the replication portfolios obtained by our EDA has delivered good performances even in the future periods.

Keywords: Portfolio Optimization, Replication, Estimation of Distribution Algorithm, Correlation Coefficient

1. はじめに

ポートフォリオの最適化問題は、与えられた目的関数を最小化あるいは最大化するよう、ポートフォリオに組み入

られた個々のアセットの投資配分比率を決定する問題であり、主にはアセットが購入だけのポジションを取るロングオンリーポートフォリオを対象に、進化計算を適用した多くの研究報告がある [1], [2], [3], [4]。

本研究では、ポートフォリオの最適化問題として、アセットが購入だけでなく売却のポジションも取るロングショートポートフォリオのレプリケーション (複製) 問題に着目する。実務の観点から、A社のファンドがB社のファンドより良いパフォーマンスを示しているとき、B社はA社のファンドの複製を行いたいという要望がある。しかしな

¹ 広島大学 経済学部
Faculty of Economics, Hiroshima University,
1-2-1, Kagamiyama, Higashi-Hiroshima, Hiroshima 739-8525, Japan
² 関西大学 システム理工学部
Faculty of Engineering Science, Kansai University
³ 首都大学東京 システムデザイン学部
Faculty of Systems Design, Tokyo Metropolitan University
a) orito@hiroshima-u.ac.jp

がら、A社はそのファンドのリターンなど一部の情報は公表しているが、組み入れ全アセットやそれらへの投資配分比率、またリバランスのタイミングなど多くの情報の公表は行わないため、ファンドを株式ポートフォリオと仮定したレプリケーション問題は、少数のポートフォリオリターンから多数のアセットの投資配分比率を複製する問題となり、A社と同一のファンドの複製は大変困難である。

そこで本研究では、ベンチマークとなるポートフォリオ（以降、“ベンチマークポートフォリオ”と呼ぶ）のリターン挙動と一致するリターンを持つポートフォリオ（以降、“複製ポートフォリオ”と呼ぶ）の投資配分比率を決定することを試みる。本研究で最適化を試みる複製ポートフォリオは、ベンチマークポートフォリオに対してリターンの一致だけではなく投資配分比率の組み合わせの一致も要求される。このため、同一のリターン挙動をもつアセットが複数存在する場合など解が不定と考えられる場合、ポートフォリオのリターン挙動が一致するという目的が達成されても、得られた複製ポートフォリオは、ベンチマークポートフォリオとは異なるという問題が発生することが考えられる。本研究では、この問題を考慮するため、アセット間のリターン挙動の相関が強い2アセットに対して、新たな解（ポートフォリオ）の生成時に利用する確率分布の入れ替え操作を加えた分布推定アルゴリズム（EDA; Estimation of Distribution Algorithm）を提案し、これにより複製ポートフォリオの最適化を行う。

2. ポートフォリオのレプリケーション問題

本研究で使用する記号とその意味を以下に定義する。

- N : ポートフォリオへ組み入れられたアセット数。
- i : アセット i ($i = 1, \dots, N$) 。
- t : 時点 t ($t = 1, \dots, T, T+1, \dots, T+S$)。時点 $t = 1, \dots, T$ を過去期間, $t = T+1, \dots, T+S$ を将来期間とする。
- $r_i(t)$: 時点 t におけるアセット i のリターン。
- w_i : ポートフォリオに組み入れられたアセット i の投資配分比率。
- \mathbf{w} : ポートフォリオ $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_N)$ 。
- w_i^L : ポートフォリオ \mathbf{w} に組み入れられたロングのポジションを取るアセット i の投資配分比率。
- w_i^S : ポートフォリオ \mathbf{w} に組み入れられたショートのパジションを取るアセット i の投資配分比率。
- \mathbf{w}^L : ポートフォリオ \mathbf{w} のロングの投資配分比率の組合せ $\mathbf{w}^L = (w_1^L, \dots, w_N^L)$ 。
- \mathbf{w}^S : ポートフォリオ \mathbf{w} のショートのパジションの投資配分比率の組合せ $\mathbf{w}^S = (w_1^S, \dots, w_N^S)$ 。
- $r_{\mathbf{w}}(t)$: ポートフォリオ \mathbf{w} の時点 t におけるリターン。
- \mathbf{w}^B : ベンチマークポートフォリオ $\mathbf{w}^B = (w_1^B, \dots, w_N^B)$ 。
- $r_{\mathbf{w}^B}(t)$: ベンチマークポートフォリオの時点 t における

リターン。

$E_{\mathbf{w}}$: 時点 1 から T までのベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオのリターンの誤差の二乗和。

2.1 ロングショートポートフォリオ

本研究では、同一アセットに対してロング（購入）とショート（売却）の両方のポジションを取るロングショートポートフォリオを複製対象ポートフォリオとして取り上げる。ロングに対してショートで利用できる資金のレバレッジを α とし、同一アセットに対してロングとショートの両方のポジションを取るロングショートポートフォリオを研究対象ポートフォリオとし、次式で定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= (w_1^L - \alpha w_1^S, \dots, w_N^L - \alpha w_N^S) & (1) \\ \mathbf{w}^L &= (w_1^L, \dots, w_N^L) \\ \mathbf{w}^S &= (w_1^S, \dots, w_N^S) \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^N w_i^L &= 1, \sum_{i=1}^N w_i^S = 1, 0 \leq w_i^L \leq 1, 0 \leq w_i^S \leq 1 \end{aligned}$$

式 (1) は、アセット i に対してロングの投資配分比率 $w_i^L > 0$ かつショートの投資配分比率 $w_i^S > 0$ を許すことを意味し、最適化においてロングもしくはショートするアセットを事前に与える必要がないという利点を持つ。

2.2 目的関数

本研究で複製を行うベンチマークポートフォリオは、既知情報として組入れ全アセットとベンチマークポートフォリオのリターンの情報が与えられていると仮定する。つまり、ベンチマークポートフォリオに組み入れたアセットは既知であるが、その投資配分比率は未知である。

このような仮定の下、 T 時点 N アセットで構成される複製ポートフォリオのリターンとポートフォリオに組み入れられた個々のアセットのリターンの関係を次式に示す。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} r_{\mathbf{w}}(1) \\ \vdots \\ r_{\mathbf{w}}(T) \end{pmatrix} & & (2) \\ &= \begin{pmatrix} r_1(1) & \cdots & r_N(1) \\ \vdots & & \vdots \\ r_1(T) & \cdots & r_N(T) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1^L - \alpha w_1^S \\ \vdots \\ w_N^L - \alpha w_N^S \end{pmatrix} \end{aligned}$$

式 (2) において、複製ポートフォリオのリターンは与えられたベンチマークポートフォリオのリターンと同値であるため、 $(r_{\mathbf{w}}(1), \dots, r_{\mathbf{w}}(T))$ は既知である。また、個々のアセットのリターン $(r_i(1), \dots, r_i(T))$ も既知である。以上より、複製ポートフォリオへの組入れアセット数が時点数より少ない $N \leq T$ の場合、 T 連立 N 変数の連立方程式を解くことにより複製ポートフォリオの投資配分比率 $(w_1^L - \alpha w_1^S, \dots, w_N^L - \alpha w_N^S)$ を求めることが可能である。

しかしながら、一般的には、ベンチマークポートフォリオはそのパフォーマンスを維持するため、短期間でリバランス（アセットの組み換えや投資配分比率の変更）が行われる。このため、複製に利用できる時点数が組入れアセット数より少ない $N > T$ の場合が多く、解が不定となり、組入れアセットが既知であったとしても連立方程式を解くことにより複製ポートフォリオの投資配分比率を求めることは困難となる。

そこで、本研究では、ある既知の一期間におけるベンチマークポートフォリオを複製するため、ベンチマークポートフォリオのリターン挙動へ複製ポートフォリオのリターン挙動を連動させる。リターン挙動の連動を測定するため、目的関数として次式の二変量のリターンの誤差の二乗和 E_w を定義し、誤差の二乗和最小を目的としたロングショートポートフォリオのレプリケーション問題を取り扱う。

$$\begin{aligned} \min_w E_w & \quad (3) \\ \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^N w_i^L &= 1, \sum_{i=1}^N w_i^S = 1, 0 \leq w_i^L \leq 1, 0 \leq w_i^S \leq 1 \end{aligned}$$

3. 解の特性を考慮した EDA

EDA とは、従来の交叉や突然変異に代えて、親個体集団から作成した解（個体）の分布を子個体集団の確率分布と仮定し、その確率分布に従って子個体集団の解を生成することに特徴を持つ進化計算のアルゴリズムである。

本研究では、ロングショートポートフォリオのレプリケーション問題に対する進化計算として、確率分布を解の特性に従って変更する EDA を提案する。2 章に記述したように、レプリケーション問題においては、同一のリターン挙動をもつアセットが複数存在する場合など解が不定と考えられる場合、ベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオのリターン挙動が一致し目的関数が最小化されても、得られた複製ポートフォリオはベンチマークポートフォリオとは異なるという問題が発生することが考えられる。そこで、本 EDA では、解の変数の確率分布の更新が収束したとき、新たな解を探索するため、リターン挙動の相関の高いアセット間の確率分布を入れ替えることで親個体集団を更新する操作を加える。

3.1 解表現と評価値

ロングショートポートフォリオのレプリケーション問題において、解はポートフォリオを意味し、解の変数はポートフォリオに含まれる個々のアセットの投資配分比率を意味する。

本 EDA では、 l 世代の個体集団の j 番目の解を次式で表現する。

$$\mathbf{w}^{(l,j)} = \left(w_1^{L(l,j)} - \alpha w_1^{S(l,j)}, \dots, w_N^{L(l,j)} - \alpha w_N^{S(l,j)} \right)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^{L(l,j)} &= \left(w_1^{L(l,j)}, \dots, w_N^{L(l,j)} \right) & (4) \\ \mathbf{w}^{S(l,j)} &= \left(w_1^{S(l,j)}, \dots, w_N^{S(l,j)} \right) \end{aligned}$$

また、評価値として式 (3) で定義した l 世代の集団の j 番目の解の誤差の二乗和を $E_{\mathbf{w}^{(l,j)}}$ と記述する。

3.2 EDA のアルゴリズム

本 EDA の個体（解） $\mathbf{w}^{(l,j)}$ は、式 (4) に記述したようにロングとショート 2 つの投資配分比率の組合せ $\mathbf{w}^{L(l,j)}$ と $\mathbf{w}^{S(l,j)}$ から導出される。このため、以下のアルゴリズム中の個体 $\mathbf{w}^{(l,j)}$ の操作においては、ロングとショート 2 つの投資配分比率の組合せが操作され、個体 $\mathbf{w}^{(l,j)}$ が導出されることを意味する。

本 EDA のアルゴリズムを以下の手順 (1) から (6) に示す。

(1) 初期個体集団の生成

アルゴリズムの初期世代 $l = 0$ において、 M_{pop} 個の個体で構成される初期個体集団 $\{ \mathbf{w}^{(0,j)} \mid j = 1, \dots, M_{pop} \}$ を生成する。

なお、初期個体集団における個々のアセットの投資配分比率は、式 (4) の下でロングとショートそれぞれのポジションに対して合計 1 となるようランダムに実数値が設定される。

(2) 親個体集団のヒストグラムの構築

ロングの投資配分比率の組合せ $\mathbf{w}^{L(l,j)}$ において、 l 世代におけるアセット i のための探索空間 $[0, 1]$ をビン数 H に分割し、親集団を構成する M_{pop} 個の個体からアセット i のヒストグラムを構築する。ビン h ($h = 1, \dots, H$) が探索空間 $\left[\frac{h-1}{H}, \frac{h}{H} \right]$ を表すとき、 h に対する度数 $v_i^{L(l)}[h]$ を次式で定義する。

$$v_i^{L(l)}[h] = \# \left\{ j \mid \frac{h-1}{H} \leq w_i^{L(l,j)} \leq \frac{h}{H} \right\} \quad (5)$$

$(j \in 1, \dots, M_{par}, i = 1, \dots, N, h = 1, \dots, H)$

式 (5) と同様に、ショートの投資配分比率の組合せ $\mathbf{w}^{S(l,j)}$ によるヒストグラムのビン h に対する度数 $v_i^{S(l)}[h]$ を次式で定義する。

$$v_i^{S(l)}[h] = \# \left\{ j \mid \frac{h-1}{H} \leq w_i^{S(l,j)} \leq \frac{h}{H} \right\} \quad (6)$$

$(j \in 1, \dots, M_{par}, i = 1, \dots, N, h = 1, \dots, H)$

(3) 確率分布による子個体生成

式 (5), (6) で定義された個々のヒストグラムは、親個体集団において探索空間 $\left[\frac{h-1}{H}, \frac{h}{H} \right]$ を満たす投資配分比率が与えられていない場合、ビン h の度数は 0 となる。そこで、本 EDA では、全てのビンに対し最小値として σ を与える。

ロングの投資配分比率の組合せ $\mathbf{w}^{L(l,j)}$ において、この最小値 σ が付加された親個体集団のヒストグラムを子

個体生成の確率分布とみなし、 h に対する確率 $p_i^{L(l)}[h]$ を次式で定義する。

$$p_i^{L(l)}[h] = \frac{1}{M_{pop} + H \cdot \sigma} \left(\sigma + v_i^{L(l)}[h] \right) \quad (7)$$

$$(i = 1, \dots, N, h = 1, \dots, H)$$

式 (7) と同様に、ショート of の投資配分比率の組合せ $w^{S(l,j)}$ における h に対する確率 $p_i^{S(l)}[h]$ を次式で定義する。

$$p_i^{S(l)}[h] = \frac{1}{M_{pop} + H \cdot \sigma} \left(\sigma + v_i^{S(l)}[h] \right) \quad (8)$$

$$(i = 1, \dots, N, h = 1, \dots, H)$$

式 (7), (8) でそれぞれ定義した確率分布に従う一様乱数を発生させ、新たにロングとショートそれぞれの投資配分比率の組合せを決定する。式 (4) に従い M_{off} 個の子個体の変数を導出し、子個体集団とする。

なお、確率的には度数の高いピン h の探索空間 $\left[\frac{h-1}{H}, \frac{h}{H} \right]$ が探索される可能性が高いが、ヒストグラム of の全てのピンは最小値として σ が付加されているため、 $\sigma > 0$ の場合、 $[0, 1]$ の全ての探索空間の探索が可能である。

(4) 選択

l 世代の親集団と子集団からエリート選択とルーレット選択の併用により M_{pop} 個の個体を $l+1$ 世代の親集団へ重複なく選択する。

(5) 確率分布の入れ替え

各世代の最良個体の評価値が収束した場合、個々の変数においてあるピンの度数が高い状態で確率分布が固定されたと考え、新たな解を探索するため、リターン挙動の相関の高いアセット間の確率分布を入れ替えることで親個体集団を更新する操作を加える。

個々のアセットのリターン挙動の相関は、2 アセット間のリターン挙動の相関係数で測定する。相関係数の高いアセット同士は、リターン挙動が連動する割合が高いと考えられるため、それらのアセット間の投資配分比率、すなわち確率分布を入れ替えることで、得られた解の構造を大きく破壊せず、効果的に評価値の収束から脱することが期待できる。

確率分布入れ替え操作は以下の通りである。

(a) 本 EDA の操作前に、全アセットについて、重複のない 2 アセット間のリターン挙動の相関係数を求める。相関係数降順に 2 アセットを次式のように並べて記述する。

$$\{i_{1,1}, i_{1,2}\}, \{i_{2,1}, i_{2,2}\}, \dots$$

(b) 確率分布の入れ替えを初めて実施する世代数を L_{change} 、それ以降の入れ替え世代間隔を δ とする。EDA の世代数が $l = L_{change} + k \cdot \delta$ に到達した場合、アセットのペア $\{i_{k,1}, i_{k,2}\}$ 間の投資配分

比率と確率分布を入れ替え、繰り返し数 k に 1 加算する。

(c) 確率分布の入れ替えによる親個体集団の更新と評価値の再計算、手順 (3) と同様に確率分布による子個体生成、手順 (4) と同様に選択を実施する。選択により得られた個体集団の最良解が、確率分布入れ替え前の最良解に劣る場合、入れ替え操作を中止し、親個体集団とその確率分布を入れ替え前の状態に戻す。そうではない場合、得られた個体集団を次世代のための親個体集団として手順 (6) へ進む。

(6) 終了条件

手順 (2) から (5) までの操作を、世代数が $l = L_{max}$ に到達するまで繰り返す。

以上のアルゴリズムにより、最終世代の集団内で評価値が最小となった個体を抽出する。本研究では、この個体を本 EDA により得られた準最適解 (準最適ロングショートポートフォリオ) とする。

4. 数値実験結果

数値実験では、ポートフォリオへ組み入れるアセットとして東京証券取引所一部市場の時価総額上位 N アセットを使用した。2005 年から 2010 年の実験期間を過去期間 10 日 ($t = 1 \dots, 10$)、将来期間 100 日 ($t = 11 \dots, 110$) の全 110 日から成る 14 期間に区切り、期間 1 から期間 14 のそれぞれの期間において数値実験を行った。

数値実験においては、提案手法である解の特性を考慮した EDA を “EDA1”、従来の EDA (EDA1 のアルゴリズム手順 (5) の確率分布の入れ替えを行わない手法) を “EDA2” と呼ぶ。

4.1 ベンチマークポートフォリオ

ベンチマークポートフォリオとして、数値実験上は次式に従うロングショートポートフォリオ w^B を構築した。

$$w^B = \left(w_1^{B,L} - \alpha w_1^{B,S}, \dots, w_N^{B,L} - \alpha w_N^{B,S} \right) \quad (9)$$

なお、以降のポートフォリオ複製のための数値実験においては、ベンチマークポートフォリオのリターンと個々のアセットのリターンは既知情報として利用できるが、その投資配分比率は未知情報として利用することはできない。

4.2 EDA1・EDA2 のパラメタ値

本数値実験において EDA1・EDA2 に適用したパラメタ値を下記に示す。

アセット数 : $N = 100$

レバレッジ : $\alpha = 0, 1, 2$

親集団サイズ : $M_{pop} = 100$

子集団サイズ : $M_{off} = 200$

表 1 EDA1 と EDA2 の誤差の二乗和 ($\alpha = 0$)
 Table 1 Error Sum of Squares of EDA1 and EDA2.

期間	EDA1	EDA2
1	1.88E-08	7.55E-07
2	2.77E-08	4.08E-07
3	1.09E-07	1.19E-06
4	2.28E-08	5.27E-07
5	3.49E-08	6.47E-07
6	1.47E-08	6.96E-07
7	2.73E-08	3.41E-07
8	8.45E-08	8.91E-07
9	1.42E-08	6.88E-07
10	8.86E-08	1.59E-06
11	7.20E-08	1.84E-06
12	5.46E-08	1.21E-06
13	3.92E-08	1.06E-06
14	1.39E-08	5.22E-07

ビン数 : $H = 500$ (探索空間の幅は $1/500 = 0.002$ と
 なる)

ビンの最小値 : $\sigma = 5$

確率分布の入れ替え開始世代数 : $L_{change} = 100$

確率分布の入れ替え世代間隔 : $\delta = 1$

確率分布の入れ替えアセット数 : 100

最終世代数 : $L_{max} = 200$

アルゴリズムの実行回数 : 10

4.3 解の特性を考慮した EDA (EDA1) の有効性

ベンチマークポートフォリオに対するレプリケーション問題を取り扱う本研究では, EDA1 と EDA2 を適用し, ロングショートポートフォリオの複製を行った. 例として, レバレッジ $\alpha = 0$ において, 得られた最良の複製ポートフォリオの誤差の二乗和の最小値を表 1 に示す. また, EDA1 と EDA2 の世代数に対する評価値の収束の様子も期間 14 の $\alpha = 0$ を例として図 1 に示す. ここで, ロングとショート投資配分比率の組合せから導出されるロングショートポートフォリオは, $\mathbf{w} = (w_1^L - \alpha w_1^S, \dots, w_N^L - \alpha w_N^S)$ であることから, 理論的には $\alpha = 0$ のケースはロングのポジションのアセットのみで構成されるポートフォリオ, $\alpha = 1$ のケースはロングとショート両方のポジションを取るアセットで構成されるポートフォリオ, $\alpha = 2$ のケースはショートポジションのアセットの多いポートフォリオのレプリケーション問題となる.

表 1 より, 提案手法である EDA1 の誤差の二乗和は EDA2 のそれより全期間において小さく, ベンチマークポートフォリオのリターンに対して誤差の小さいリターンを持つ複製ポートフォリオを構築できていると言える. また, 図 1 より, EDA1 は EDA2 と比較して世代の推移とともに, 親個体集団の確率分布が更新され, 評価値は収束せずより低い評価値の複製ポートフォリオを構築していく様子が分

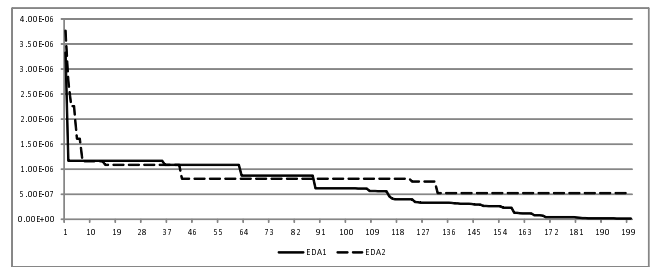


図 1 EDA1 と EDA2 による複製ポートフォリオのリターンの挙動
 Fig. 1 Evaluating Values of Replication Portfolios Obtained by EDAs 1 and 2 with $\alpha = 0$.

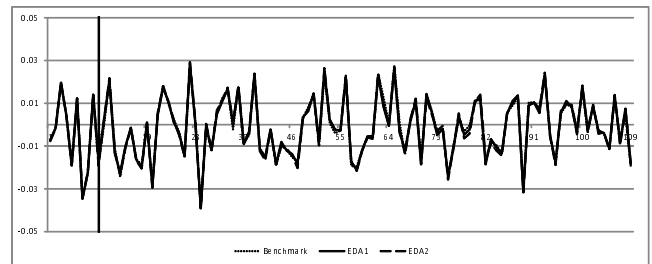


図 2 EDA1 と EDA2 による複製ポートフォリオのリターンの挙動
 Fig. 2 Returns of Benchmark Portfolio and Replication Portfolios Obtained by EDAs 1 and 2.

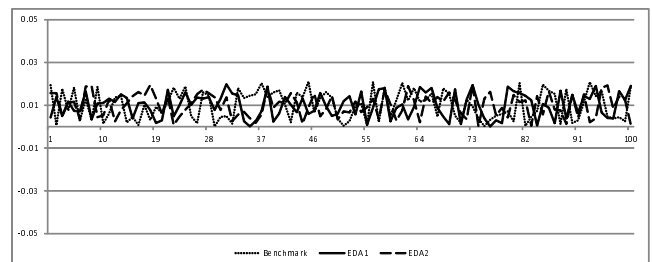


図 3 EDA1 と EDA2 による複製ポートフォリオの投資配分比率
 Fig. 3 Weights of Benchmark Portfolio and Replication Portfolios Obtained by EDAs 1 and 2.

かる. 他の実験期間においても $\alpha = 0, 1, 2$ の全てのケースにおいて同様の傾向が見られた.

ここで, 例として期間 14 の $\alpha = 0$ における EDA1 と EDA2 のベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオのリターンの挙動を図 2 に示す. なお, 図中において $t = 1$ から 10 までは複製に利用した過去期間のリターン, $t = 11$ から 110 までは複製後のポートフォリオの将来期間のリターンを表し, 過去期間と将来期間は縦線で区切って表示してある.

また, 期間 14 の $\alpha = 0$ における EDA1 と EDA2 のベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオの組入れアセットに対する投資配分比率を図 3 に示す. 図においては, 横軸が組み入れアセット, 縦軸が投資配分比率となる.

表 1 より, ベンチマークポートフォリオに対する EDA1 の複製ポートフォリオのリターンの誤差は EDA2 のそれより小さいが, 図 2 より, 過去期間においては EDA1 と

EDA2による複製ポートフォリオのリターン挙動は、ベンチマークポートフォリオのそれを追隨していることが分かる。一方、図1より、EDA1による複製ポートフォリオはEDA2によるそれと比較しても評価値が低い値となっているにも関わらず、図3より、複製ポートフォリオの投資配分比率はベンチマークポートフォリオのそれと大きく異なっていることが分かる。

以上より、本研究での提案手法であるEDA1は、親個体集団の確率分布を入れ替えることで、目的関数である誤差の二乗和を小さくする複製ポートフォリオを効果的に探索し、そのリターンは $\alpha = 0$ のケースで将来期間においてもベンチマークポートフォリオのリターンを追隨するが、ベンチマークポートフォリオとその投資配分比率まで一致した複製ポートフォリオを見つけることは非常に困難であると言える。

なぜベンチマークポートフォリオと投資配分比率の異なる複製ポートフォリオは、将来期間のリターンさえ追隨できているのだろうか？この問題について次節で議論する。

4.4 ベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオの関係

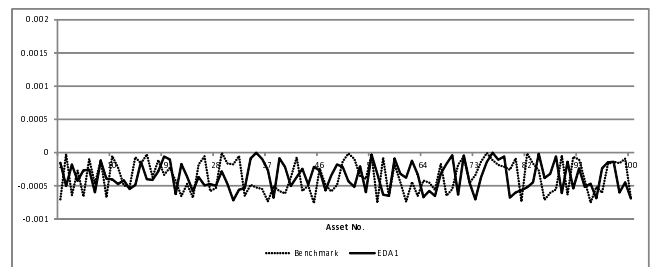
期間14のEDA1, $\alpha = 0$ のケースについて、図3に示したベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオの投資配分比率に、時点 $t = 10$ (過去期間の最終時点)における全 N アセットのリターンを掛けた保有リターンを図4(a)に示す。図の横軸は組み入れアセット、縦軸は保有リターン(投資配分比率に時点 $t = 10$ のリターンを掛けた値)である。さらに、この保有リターンを降順に並べ替えた様子を図4(b)に示す。

図4(a)より複製ポートフォリオはベンチマークポートフォリオに対して同一アセットの保有リターンは異なるが、(b)より異なるアセットに対してほぼ同様の保有リターンを持つことが分かる。他の実験期間においても同様の傾向が見られた。

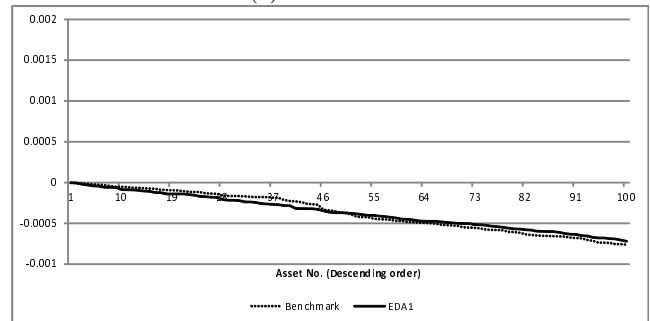
以上より、 $\alpha = 0$ のケースのように、ロングかショートに偏った投資を実施している場合、同一アセットに対して同一の投資配分比率を持たなくても、他のアセットが代替アセットとして同程度のリターンを持つ。つまり、図4(b)のように同程度のリターンを得られる投資配分比率の組み合わせが多いために、図3のように投資配分比率が異なっても、ベンチマークポートフォリオのリターンは複製ポートフォリオのそれと一致したと言える。

5. おわりに

本研究では、ロングショートポートフォリオのレプリケーション問題に対して、アセット間のリターン挙動の相関が強い2アセットの確率分布を入れ替えることで個体集団を更新し、局所解から脱する操作を加えたEDAを提案



(a) 保有リターン



(b) 保有リターン(降順)

図4 時点 $t = 10$ における個々のアセットに対する保有リターン
 Fig. 4 Weighted Return of Individual Assets at $t = 10$.

した。

数値実験から、本EDAにより最適化を行った複製ポートフォリオは、ベンチマークポートフォリオがロングかショートに偏った投資を実施している場合、同一アセットに対して同一の投資配分比率を持たなくても、他のアセットが代替アセットとして同程度のリターンを持つことにより、将来期間においてほぼ同一のリターン挙動を持つポートフォリオであることを示した。この結果から、本研究の範囲内ではあるが、ベンチマークポートフォリオを構成するアセットが未知であったとしても、ベンチマークポートフォリオの保有リターンとほぼ同一となるようなリターンを持つ他のアセットを組み入れることで、非常に近い将来期間のリターンを持つ複製ポートフォリオを構築できると言える。

参考文献

- [1] Xia, Y., Liu, B., Wang, S. and Lai, K.K.: A Model for Portfolio Selection with Order of Expected Returns, *Computers & Operations Research*, Vol.27, pp.409-422 (2000).
- [2] Lin, C.C. and Liu, Y.T.: Genetic Algorithms for Portfolio Selection Problems with Minimum Transaction Lots, *European Journal of Operational Research*, Vol.185, No.1, pp.393-404 (2008).
- [3] Chang, T.J., Meade, N., Beasley, J.E. and Sharaiha, Y.M.: Heuristics for Cardinality Constrained Portfolio Optimization, *Computers & Operations Research*, Vol.27, pp.1271-1302 (2000).
- [4] Crama, Y. and Schyns, M.: Simulated Annealing for Complex Portfolio Selection Problems, *European Journal of Operational Research*, Vol.150, pp.546-571 (2003).