

映り込み形状に基づく対数美的曲面創成支援システムの開発

平野 亮^{1,a)} 原田 利宣²

概要: 工業デザイナーは、周囲の光源環境が製品の曲面へ映り込んだ像の形状(以下、映り込み形状)を手掛かりとして、曲面の性質の評価を行う。しかし、造形前に意図した映り込み形状を映し出すような曲面を創成する制御パラメータ値を明確にすることはできておらず、デザイナーは経験や勘により曲面の丸みや捩じれを少しずつ調整しながら探索的に意図する映り込み形状となる曲面を得ている。そこで、本研究では、まず8個の制御パラメータ値(各2種)の組み合わせ計256種から創成された対数美的曲面とその曲面上の映り込み形状の関係性、また視点位置と映り込み形状の関係性について分析を行った。次に、その結果を用いて、デザイナーが意図する映り込み形状となるような曲面を創成する制御パラメータ値を最適化する支援システムを開発した。

キーワード: 対数美的曲面, 映り込み形状, 曲率対数分布図

A development of the log-aesthetic curved surface generation support system based on specular reflection image form.

HIRANO RYO^{1,a)} HARADA TOSHINOBU²

Abstract: In evaluation process of industrial products, designers evaluate a curved surface using the specular reflection image form on a curved surface. However, designers have not been able to clarify control parameter's values that generate the intended specular reflection image form before its modeling. Accordingly, designers have to search the intended specular reflection image form by adjusting roundness and torsion of curved surface gradually using their intuition and experience. Therefore, in this study, we analyze relation between log-aesthetic curved surfaces generated by 256 types of combinations of control parameter's values and its specular reflection image form and bewtween seven eye positions and its specular reflection image form. As a result, we develop the log-aesthetic curved surface generation support system that optimize control parameter's values generating the intended specular reflection image.

Keywords: Log-aesthetic curved surface, Specular reflection image form, Logarithmic curvature histogram

1. はじめに

自動車におけるデザイン工程では、デザイナーのスケッチを元に CAD システム上で製品の曲面設計(3Dモデル化)が行われ、Virtual Reality システムを用いてその3Dモデルの評価が行われる。また、その3Dモデルから実寸大の

クレイモデルを製作して、屋内検討場や屋外検討場でクレイモデルの曲面の評価が行われる。

工業デザイナーは、製品の曲面表面に反射する複数の直管灯の反射像の曲線などの映り込み形状を手掛かりとして、曲率と捩率の変化、曲線面の折れの有無などの曲面の性質の評価を行う。しかし、造形前に意図した映り込み形状を映し出すような曲面を創成する制御パラメータ値を明確にすることはできておらず、デザイナーは経験や勘により曲面の丸みや捩じれを少しずつ調整しながら探索的に意図する映り込み形状となる曲面を得ている。このため、デザイナーが意図する映り込み形状となる曲面を得るためには、多

¹ 和歌山大学大学院
Graduate School of Wakayama University, Wakayama 640-8510, Japan

² 和歌山大学
Wakayama University, Wakayama 640-8510, Japan

^{a)} RyoHiranoDSP@gmail.com

くの工数やコストが必要となる。

次に、曲面の創成に関する研究として、原田らによりデザイナーの意図する高品質な対数美的曲面を創成するための研究が行われている [1]。この研究により、CAD システム上で高品質な曲線、曲面の創成が可能となった。しかし、この一連の研究においても映り込み形状と対数美的曲面を創成・制御するパラメータ（以下、制御パラメータ）の関係性に関する研究は行われておらず、映り込み形状を考慮しての制御パラメータ値を最適化することは極めて困難である。また、東らによりハイライト線を指定して、曲面の曲率変化が滑らかとなる曲面生成手法が提案されている [2]。しかし、映り込み形状を指定して曲面を生成する手法は提案されていない。

そこで、本研究では、まず 8 個の制御パラメータ値（各 2 種）の組み合わせ計 256 種から創成された対数美的曲面とその曲面上の映り込み形状の関係性、また視点位置と映り込み形状の関係性について分析を行う。次に、その結果を用いて、デザイナーが意図する映り込み形状となるような曲面を創成する制御パラメータ値を最適化する支援システムを開発を行う。

2. 対数美的曲面とは

本章では、対数美的曲面とその理解に必要である曲率対数分布図と対数美的平面曲線、対数美的空間曲線について概説する。

2.1 曲率対数分布図

美しい平面曲線とは曲線がどのような性質を持つときかを明らかにする分析手法として、原田らにより平面曲線の重要な性質である「曲率半径変化の仕方」と「ボリューム」を同時に定量化する手法が開発された [3]。この手法より描かれる図を「曲率対数分布図」と呼び、横軸に曲率半径区間、縦軸に各曲率半径区間に現れる曲線長の割合をとるヒストグラムである。そのヒストグラムの頂点を結んだ線の軌跡を *C curve* と呼ぶ。そして、曲率対数分布図を *XY* 直交座標系に見立てたとき、*C curve* の傾き α が「曲率半径変化」を、曲率半径区間の最大値と最小値の差がその曲線の「ボリューム」を表す。これらが平面曲線の曲率半径変化に着目した性質となる。

2.2 対数美的平面曲線

平面曲線において、曲率対数分布図の *C curve* が直線となる時、自己アフィン性を有することが示されている。そして、自己アフィン性を持つ平面曲線が「対数美的平面曲線」と定義されている。対数美的平面曲線は、原田により曲率対数分布図のタイプは 6 種類に体系化されている（図 1）。また、吉田、斎藤らにより対数美的平面曲線は一般式化されている [4], [5]。

<i>C curve</i> の傾き	模式図	印象
発散型		「切れのある」 「勢いのある」
horizontal 定速型		「安定した」 「静的な」
収束型		「線にたまりのある」 「求心的な」
山型		発散していた曲線がある境から収束していく印象
谷型		収束していた曲線がある境から発散していく印象
シングルR型		

図 1 曲率対数分布図の体系化

Fig. 1 Systematization of logarithmic curvature histograms.

2.3 対数美的空間曲線

対数美的平面曲線の考え方を空間曲線に拡張して、井上らが振率半径についても曲率対数分布図の手順を応用して振率対数分布図を定義した [6]。この振率対数分布図のヒストグラムの頂点を結んだ軌跡を *T curve* と呼ぶ。*T curve* の傾き β が振率半径変化に着目した空間曲線の性質となる。これらの「曲率対数分布図」と「振率対数分布図」により空間曲線の性質を同定することができる。

振率対数分布図の *T curve* が直線となる時、振率についても自己アフィン性を有することが示されている。そして、曲率半径変化、振率半径変化について共に自己アフィン性を持つ空間曲線が対数美的空間曲線と定義されている。また、吉田らによりフレネ＝セレの公式を用いた対数美的空間曲線創成アルゴリズムが提案されている [7]。

2.4 対数美的曲面

対数美的曲面とは、対数美的曲面空間曲線の考え方を曲面に拡張して、対数美的空間曲線をもとに創成される曲面である [1]。対数美的曲面は、クレイモデルの製作で用いられている曲面の造形手法を元にして、1本のガイド線と2本の基準線と呼ばれる面を特徴づける空間曲線を用いて曲

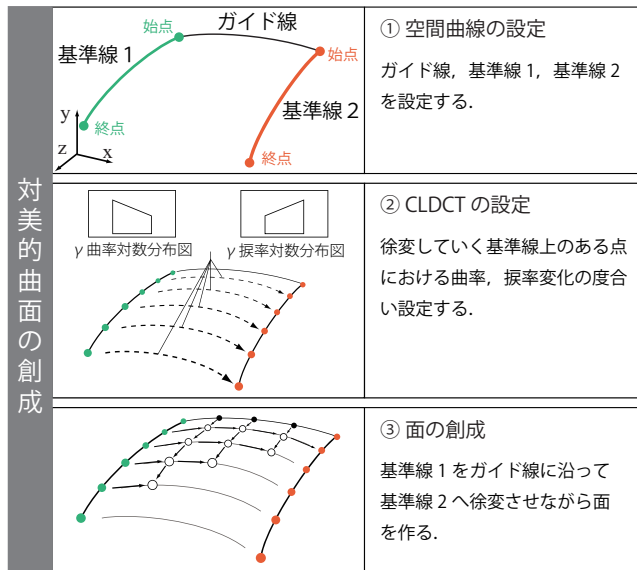


図 2 対数美的曲面の創成過程

Fig. 2 Process of generating a log-aesthetic curved surface.

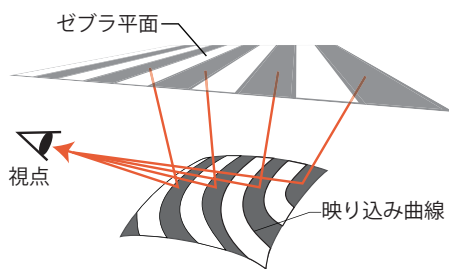


図 3 映り込み曲線

Fig. 3 A reflection curve on the curved surface

面を創成する (図 2). このとき 2 本の基準線はガイド線の両端の空間曲線とし, 一方の基準線 1 の形を他方の基準線 2 の形に徐変させながら曲面を作る. この徐変していく基準線上のある点における曲率・振率変化の度合を表すため, 曲率対数分布図を応用した「 γ 曲率対数分布図」, 「 γ 振率対数分布図」を定義した. この γ 曲率対数分布図のヒストグラムの頂点を結んでできる線を γ_c curve, γ 振率対数分布図のヒストグラムの頂点を結んでできる線を γ_t curve と呼び, これらが直線となると創成される曲面を対数美的曲面とした. また, γ_c curve, γ_t curve の傾きをそれぞれ γ_c , γ_t と定義し, この制御パラメータの性質を持つ仮想的な曲線を「曲率振率分布制御線 (CLDCT)」と呼ぶ. これらの制御パラメータ値を変化させることで対数美的曲面の性質を制御することができる.

3. 映り込み曲線の評価基準の設定と分析

本章では, 映り込み曲線の評価基準の設定と, 対数美的曲面の制御パラメータ値と映り込み曲線の関係の分析方法と分析結果について述べる.

不具合映り込み曲面	説明	曲面形状の特徴
E1	映り込み曲線がオフセットが崩れている	凹面もしくは凸面になっている
E2	映り込み曲線が法線方向が反転している	面に振じれが生じている

図 4 不具合映り込み曲面のタイプ

Fig. 4 Type of error reflection curved surface on the curved surface.

3.1 映り込み曲線の評価基準の設定

映り込み曲線とは, ゼブラパターンのついた無限平面 (以下, ゼブラパターン平面) が対数美的曲面表面上に映り込んだ鏡面反射像の内のゼブラパターンが湾曲して生成される曲線である (図 3). この映り込み曲線の形状が, 映り込み形状の湾曲度合を代表すると考えた.

また, 「映り込み曲線が同じ方向へオフセットしたように複数の曲線が映り込むこと」, 「映り込み曲線の法線方向が一定であること」の 2 つを評価基準とした場合, これらの評価基準を満たすとき, 利用可能な (高品位な) 映り込み形状を生ずる対数美的曲面となる. さらに, 評価基準を満たさない映り込み曲線が生ずる場合, 不具合映り込み曲面となる. 分析の結果, 不具合曲面には「オフセットが崩れている」E1 タイプと, 「法線方向が一定でない」E2 タイプが存在した (図 4).

3.2 分析概要

対数美的曲面の意図する映り込み曲線を得るために, 不具合映り込み曲面となる制御パラメータ値の組み合わせを避け, 効率良く制御パラメータ値を最適化する必要がある. 3.3 節で述べる基準線 1 と基準線 2 の曲率半径, 振率半径のプロットを用いることで, 不具合映り込み曲面となる原因の分析と, 不具合映り込み曲面と対数美的曲面の制御パラメータ値の関係の分析を行った.

また, 対数美的曲面は, ガイド線, 基準線 1, ならびに基準線 2 の α , β , CLDCT の γ_c , γ_t , ガイド線, 基準線 1, ならびに基準線 2 の始点, 終点の曲率半径, 振率半径の計 20 個の制御パラメータを用いて創成される. しかし, 対数美的曲面の 20 個の制御パラメータ値の組み合わせの数が膨大になる. そこで, 本研究では実験可能な範囲に限定するため, 8 個の制御パラメータ値 (ガイド線, 基準線 1, 基準線 2 の α , β と, γ_c , γ_t) を +1 と -1 のみ用い, さらに 12 個の制御パラメータ値 (ガイド線, 基準線 1, 基準線 2 の始点, 終点の曲率半径, 振率半径) は, 自動車のボンネット曲面への応用を考慮して適当な値に固定して分析を行った. 具体的には, 後述する表 1 のような値とした.

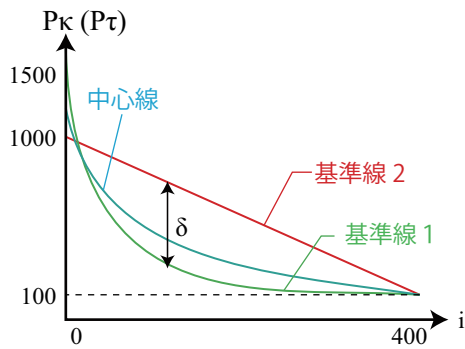


図 5 曲率半径 (振率半径) プロット
Fig. 5 Radil of curvature(torsion) plot.

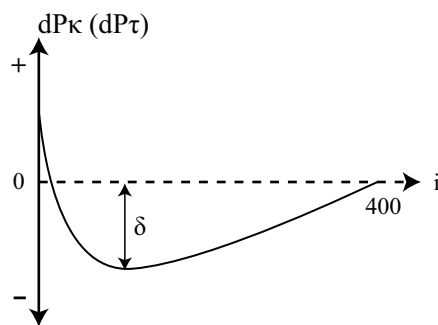


図 6 曲率半径 (振率半径) 差分グラフ
Fig. 6 Radil of curvature(torsion) difference graph.

3.3 曲率半径 (振率半径) プロットと曲率半径 (振率半径) 差分グラフ

対数美的曲面の基準線 1, 基準線 2 の曲率半径の値, 振率半径の値の関係を確認するために, 横軸に曲線の始点位置を 0 としたときの頂点番号 i , 縦軸に曲率半径 $P_{\kappa}i$, もしくは振率半径 $P_{\tau}i$ をとるプロット (以下, それぞれ曲率半径プロット, 振率半径プロットと呼ぶ) を用いる. 次に, 表 1 の制御パラメータ値を用いて対数美的曲面創成し, 基準線 1 と基準線 2 の曲率半径, 基準線 1 と基準線 2 の間で対数美的曲面の中心を通る曲線 (以下, 中心線) の曲率半径をプロットした (図 5).

表 1 曲率半径プロットに用いた制御パラメータ値

Table 1 Control parameter's values using the radil of curvature plot.

	始点の 曲率半径	終点の 曲率半径	始点の 振率半径	終点の 振率半径
ガイド線	50000	490000	10000	9900
基準線 1	1500	100	1500	200
基準線 2	1000	100	1500	250
	α	β		
ガイド線	+1	+1		
基準線 1	+1	+1		
基準線 2	-1	-1		
	γ_c	γ_t		
CLDCT	-1	+1		

タイプ	説明
直線型	基準線 1, 基準線 2 が共に $\alpha=+1$ もしくは $\beta=+1$ のときに得られる.
片側水平型	基準線 1, 基準線 2 が共に $\alpha=-1$ もしくは $\beta=-1$ のときに得られる.
凹型	基準線 1 の $\alpha=-1$, 基準線 2 の $\alpha=+1$ もしくは 基準線 1 の $\beta=-1$, 基準線 2 の $\beta=+1$ のときに得られる.
凸型	基準線 1 の $\alpha=+1$, 基準線 2 の $\alpha=-1$ もしくは 基準線 1 の $\beta=+1$, 基準線 2 の $\beta=-1$ のときに得られる.

図 7 曲率半径 (振率半径) 差分グラフのタイプと制御パラメータ値の関係

Fig. 7 Relation between types of the radil of curvature(torsion) transition graph and control parameter's values.

さらに, 頂点番号を i , 基準線 1 の曲率半径を $P1_{\kappa}i$, 基準線 2 の曲率半径を $P2_{\kappa}i$ としたとき, 基準線 1 の曲率半径と基準線 2 の曲率半径の差を $dP_{\kappa}i$, 振率半径の差を $dP_{\tau}i$ とする.

$$dP_{\kappa}i = P1_{\kappa}i - P2_{\kappa}i \quad (1)$$

$$dP_{\tau}i = P1_{\tau}i - P2_{\tau}i \quad (2)$$

横軸に頂点番号 i , 縦軸に $dP_{\kappa}i$, もしくは $dP_{\tau}i$ をとるグラフ (以下, それぞれ曲率半径差分グラフ, 振率半径差分グラフと呼ぶ) は図 6 となる (制御パラメータ値には表 1 を用いた). 曲率半径 (振率半径) 差分グラフは, 各頂点間での基準線 1 と基準線 2 の曲率半径, 振率半径の差を示す.

3.4 不具合映り込み曲面と曲率半径 (振率半径) 差分グラフの関係の分析

対数美的曲面の 8 個の制御パラメータ値 (ガイド線, 基準線 1, 基準線 2 の α, β と, CLDCT の γ_c, γ_t) の +1 と -1 のすべての組み合わせ計 256 種類で対数美的曲面を創成し, 曲率半径 (振率半径) 差分グラフと不具合映り込み曲面の関係を分析した.

その結果, 曲率半径 (振率半径) 差分グラフは, 基準線 1, 基準線 2 の α, β の値の組み合わせより直線型, 片側水平型, 凹型, ならびに凸型の 4 タイプに分類された (図 7). また, 曲率半径差分グラフ, 振率半径差分グラフのタイプ

表 2 曲率半径 (振率半径) 差分グラフと不具合映り込み曲面の関係
Table 2 Relation between type of the radil of curvature(torsion) difference graph and erroer reflection image fomr on the curved surfaces.

曲率半径 差分グラフ	振率半径 差分グラフ	不具合 映り込み曲面	サンプル数
凹型	—	E1	128
片側水平型	直線型	E1	13
片側水平型	凸型	E1	16
—	凹型	E2	113
凹型	片側水平型	E2	25
片側水平型	片側水平型	E2	9

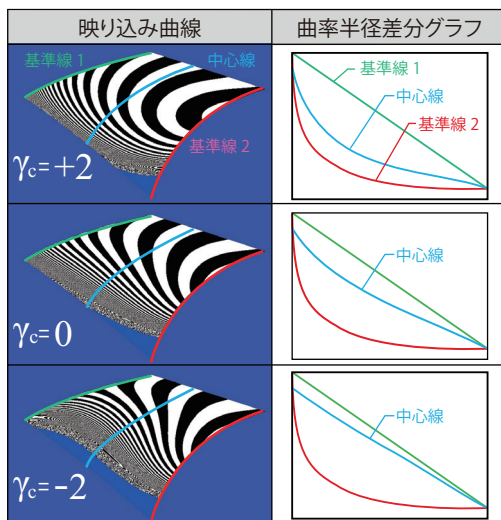


図 8 γ_c 値の中心線への影響

Fig. 8 Influence of changing γ_c on the center line.

の組み合わせにより, 不具合映り込み曲面 E1 タイプ, 不具合映り込み曲面 E2 タイプになることが明らかとなった (表 2). ただし, ガイド線の α, β と, CLDCT の γ_c, γ_t の値により, 表 2 の組み合わせとなっても, 不具合映り込み曲面とならない場合がある.

次に, 表 2 の不具合映り込み曲面 E1 となる組み合わせの場合, 対数美的曲面が基準線 1 を基準線 2 へ遷移させながら曲率半径, 振率半径を連続的に算出して面を作る際に, 基準線 1 を基準線 2 へ遷移する途中に算出される曲率半径の値, 振率半径の値の幅が局所的に小さくなる. このため, 曲面全体としてみたときに平面的に見える部分が生じると考えられる.

3.5 中心線と制御パラメータ値の関係

8 個の制御パラメータ値の組み合わせ計 256 種類で創成された対数美的曲面の曲率半径 (振率半径) プロットより, 中心線は γ_c, γ_t の値を変更することで変化することが明らかになった. また, 対数美的曲面を図 2 の z 軸から x 軸の間 45° の方向を視点とした場合, 不具合映り込み曲面 E2 タイプとなるの曲率半径 (振率半径) 差分グラフの組み合

わせにおいても, 曲率半径プロットの中心線を, 基準線 2 に近くづくよう γ_c, γ_t の値を設定すること不具合映り込み曲面 E2 タイプが生じないことが明らかになった (図 8). さらに, ガイド線の α, β の値の組み合わせにより, 同様に不具合映り込み曲面にならないことが明らかになった.

これらのことから, 曲率半径 (振率半径) 差分グラフが不具合映り込み曲面となる組み合わせであっても, ガイド線の α, β と, γ_c, γ_t の値を適切に設定することで, 利用可能な (高品位な) 映り込み曲線を得られると考えられる.

4. 映り込み曲線の性質の分析

本章では, 対数美的曲面の制御パラメータ値と映り込み曲線の性質関係を分析する方法と分析結果について述べる.

4.1 映り込み曲線の性質とは

本論での映り込み曲線の性質とは, 映り込み曲線の曲率対数分布図のどのタイプであるかを指す. また, 曲面の映り込み形状の性質は, 曲面の代表的な映り込み曲線の性質で同定することができるものと考えた.

4.2 映り込み曲線の性質の分析方法

対数美的曲面を図 2 の z 軸から x 軸まで, 90° を 15° 毎の方向に 7 視点設定し, 8 個の制御パラメータ値 (+1, -1) のすべての組み合わせ計 256 種類で対数美的曲面を創成し, 映り込み曲線の性質を求めた. また, 制御パラメータ値と映り込み曲線の性質ならびに視点位置の影響について分析を行った.

映り込み曲線の性質の分析方法を以下に示す.

- (1) 対数美的曲面にゼブラ平面を移りこませる.
- (2) 対数美的曲面の鏡面反射像取得し, ゼブラパターンの輪郭線を抽出する.
- (3) 抽出した輪郭線を多項式近似を用いて曲線を近似する.
- (4) 近似した曲線の曲率対数分布図を算出する.
- (5) 曲率対数分布図のタイプを同定する.

映り込み形状の性質として, 各対数美的曲面の中心に近く, 曲線長が最も長い映り込み曲線の性質を曲面の性質を表す代表値として用いる.

4.3 分析結果

8 個の制御パラメータ値の組み合わせと同定された曲率対数分布図のタイプの関係性を分析した結果, 映り込み曲線の性質は既に体系化されている曲率対数分布図の 6 タイプに新たに 4 タイプ (図 9) を加え, 11 タイプに分類することができた. 分類された 11 タイプ中 4 タイプ (発散型, 山型, 谷型, 複合 3 型) において, すべての視点位置で, 各タイプに影響のある下記のような制御パラメータ値の組み合わせを求めることができた. しかし, 6 タイプ (収束型, 定速型, 複合 2 型, 複合多型) では, 各タイプに影響

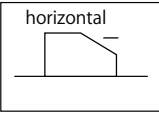
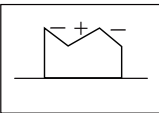
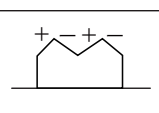
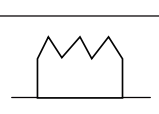
C curve の傾き	説明
 定速複合型	定速型から収束型もしくは発散型に変化するもの、収束型もしくは発散型から定速型に変化するもの
 複合3型	収束型から山型になるもの、山型から発散型になるもの
 複合4型	山型が2個つながったもの
 複合多型	山型が3個以上つながったもの

図9 新しく分類した曲率対数分布図のタイプ

Fig. 9 New logarithmic curvature histogram types.

のある制御パラメータ値の組み合わせを得ることができなかった。

発散型 基準線2の $\beta = +1$ で、 $\gamma_c = +1$ のとき。

山型 基準線1の $\alpha = -1$ で、基準線2の $\alpha = -1$ で、ガイド線の $\alpha = +1$ のとき。

谷型 基準線1の $\alpha = +1$ で、基準線2の $\alpha = +1$ で、ガイド線の $\alpha = -1$ のとき。

複合3型 基準線2の $\alpha = +1$ で、ガイド線の $\alpha = -1$ のとき、もしくは基準線2の $\alpha = -1$ で、ガイド線の $\alpha = -1$ で、 $\gamma_c = -1$ のとき。

5. 対数美的曲面創成支援システムの開発

本章では、3章で得られた分析結果をもとに開発した対数美的曲面創成支援システムについて述べる。

5.1 対数美的曲面創成支援システムの概要

開発した対数美的曲面創成支援システムは指定した映り込み形状の性質をもつ対数美的曲面の制御パラメータ値を同定する。具体的には、映り込み曲線の性質（曲率対数分布図の収束型、発散型、山型、谷型）を指定し、その性質に一致する8個の制御パラメータ値の組み合わせを探索的に求める。

また、3章で得られた不具合映り込み曲面になる組み合わせを探索しないことで制御パラメータ値の探索を高速化を行った。具体的には、3章の結果より映り込み曲線の不具合映り込み曲面 E1 とならない制御パラメータ値の組み

合わせにするため、下記の条件を設定した、これにより、探索する制御パラメータ値の組み合わせ数を減らし高速化を行った。

- 基準線1の $\alpha = -1$ のとき、基準線2の $\alpha \neq +1$ とする。
- 基準線1、基準線2の $\alpha = -1$ のとき、基準線1、基準線2の $\beta \neq +1$ とする。
- 基準線1、基準線2の $\alpha = -1$ のとき、基準線1の $\beta \neq +1$ 、基準線2の $\beta \neq -1$ とする。

5.2 対数美的曲面創成支援システムのフロー

開発した対数美的曲面創成支援システムのフローを示す。

- (1) 対数美的曲面の映り込み曲線の曲率対数分布図の任意のタイプを指定する。
- (2) 制御パラメータ値の変更するの値の最大値、最小値、増減値を設定する。
- (3) 対数美的曲面を創成し、映り込み曲線の曲率対数分布図のタイプを同定する。
- (4) 指定した曲率対数分布図のタイプと一致した場合は、制御パラメータ値の組み合わせを保存する。
- (5) 制御パラメータ値を変更し、繰り返す。

5.3 システム実装と検証

開発したシステムを用いて、8個の制御パラメータ値（ガイド線、基準線1、基準線2の α 、 β と、 γ_c 、 γ_t ）の-1, 0, +1の組み合わせ2817通りと表1のガイド線、基準線1、基準線2の始点、終点の曲率半径、振率半径の値から対数美的曲面を創成し、映り込み曲線の曲率対数分布図のタイプが発散型になる制御パラメータ値の組み合わせを求めた。

その結果、2817通りの組み合わせの中から、映り込み曲線の曲率対数分布図のタイプが発散型になる196個の制御パラメータの組み合わせを得ることができた。

6. まとめ

本研究では以下に示す成果が得られた。

- (1) 対数美的曲面の制御パラメータ値と映り込み曲線の関係を分析した。その結果、不具合映り込み形状となると制御パラメータ値の組み合わせが明らかになった。また、ガイド線の α 、 β と、 γ_c 、 γ_t の制御パラメータ値を適切に設定することで、不具合映り込み形状にならないことが明らかになった。
- (2) 映り込み曲線の性質に対する、視点位置によらない制御パラメータ値の組み合わせの一部が明らかになった。
- (3) 分析より得られた結果から、映り込み曲線の性質を指定して対数美的曲面の制御パラメータ値の組み合わせを探索するシステムを開発した。その結果、任意の性質
今後の課題として以下のようなものが挙げられる。

- (1) 本研究では、取り扱う制御パラメータ値を限定したが、他の制御パラメータ値と映り込み形状の関係を調べていく必要がある。
- (2) 制御パラメータ値と映り込み形状の関係を定式化し、より簡単に映り込み形状を制御可能にする必要がある。
- (3) 対数美的曲面の制御パラメータ値の探索を更に高速化する必要がある。

謝辞 本研究の一部は科学研究費（基盤研究 (B) No. 23300034）によった。ここに謝意を表す。

参考文献

- [1] Inoue, J., Harada, T. and Hagihara, T.: An algorithm for generating log-aesthetic curved surfaces and the development of a curved surfaces generation system using VR, *Int. Assoc. of Societies of Design Research*, pp. 2513–2522 (2009).
- [2] 東 正毅, 原田博仁: 縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線, 曲面の生成 (第5報): 滑らかなハイライト線を持つ曲面の生成, *精密工学会誌*, Vol. 66, No. 4, pp. 556–561 (2000).
- [3] 原田利宣, 吉本富士市, 森山真光: 魅力的な曲線とその創成アルゴリズム, *形の科学学会誌*, Vol. 3, No. 3, pp. 149–158 (1998).
- [4] 吉田典正, 斎藤隆文: 美しい曲線の全体像解明と対話的制御, *Visual Computing / グラフィクスと CAD 合同シンポジウム*, Vol. 2006, pp. 72–82 (2006).
- [5] Yoshida, N. and Saito, T.: Interactive Aesthetic Curve Segments, *The Visual Computer (Pacific Graphics)*, Vol. 22, No. 9-11, pp. 896–905 (2006).
- [6] 井上治郎, 原田利宣: 多項式による空間曲線の近似手法とそれを用いた性質分析, *グラフィクスと CAD 研究会報*, Vol. 2007, No. 129, pp. 49–54 (2007).
- [7] 吉田典正, 斎藤隆文: 美的空間曲線の全体像の解明, *情報処理学会グラフィクスと CAD 研究会*, Vol. 2007, No. 111, pp. 56–60 (2007).