

入出力隠れマルコフモデルの復号による ギターのための自動編曲

堀 玄^{1,2,a)} 亀岡 弘和³ 嵯峨山 茂樹³

概要: 入出力隠れマルコフモデルに基づき、与えられた楽曲を自動的にギターで演奏できるように編曲し、同時に運指決定を行うアルゴリズムを導入する。このアルゴリズムは元々ギターで演奏できる楽曲に対しては運指決定を行う。具体的には、左手のフォームと与えられた楽曲をそれぞれ隠れ状態と出力記号系列とする入出力隠れマルコフモデルの復号問題として自動編曲を定式化し、手動で設定した遷移確率および出力確率に基づき、Viterbi アルゴリズムを用いて自動編曲を行う。

Automatic arrangement for guitars based on decoding of input-output hidden Markov model

GEN HORI^{1,2,a)} HIROKAZU KAMEOKA³ SHIGEKI SAGAYAMA³

Abstract: The present study introduces an algorithm based on input-output hidden Markov model that performs automatic arrangement and fingering determination for guitars. The algorithm performs only fingering determination when it is given a piece of music that is playable by guitars. The algorithm takes guitarists' left hand forms and a given piece of music as hidden states and a sequence of output symbols of input-output HMM and performs automatic arrangement as a decoding problem using the Viterbi algorithm.

1. はじめに

ギターでは各弦の音域がかなりの重複を持つため、単音ひとつに対しても、押さえるべき弦とフレットは一通りに決まらない。一般的に、ひとつの旋律に対して複数の運指が可能であり、運指の選択は演奏者にまかせられる。タブ譜は運指を具体的に指示する楽譜の形式であり、初心者向けのギターの楽譜には通常タブ譜が付けられている。ギター演奏者が、タブ譜付きの楽譜が出版されていない楽曲あるいはギター以外の楽器のために作曲された楽曲を演奏したい場合、「運指決定」あるいは「編曲」の作業を自分で行わなければならない。運指決定とは、ギターで演奏可能な楽曲の各音符に対して、どの弦のどのフレットを押さえ

るかを決定する作業である。編曲とは、音域や同時発音数の条件でギターでは演奏できない楽曲に対して、必要最小限の変更を加えることによりギターで演奏可能とし、変更後の楽曲に対して運指決定を行う作業である。ギター用の楽譜がピアノ用の楽譜ほど豊富には出版されていない現状を背景として、これらの作業を自動的に行うシステムには一定の需要があると考えられる。

本論文の目的は、ギターのための編曲と運指決定を入出力隠れマルコフモデル(入出力 HMM)の復号問題として解く枠組みを提案することである。編曲の部分問題である運指決定については、様々な先行研究がある。Sayegh[1]は、一般的な弦楽器の運指決定に対してパス最適化の方法を応用した。Miura et al.[2]は、与えられた単旋律に対してギター用の運指を生成するソフトウェアを開発した。Radicioni et al.[3]は、運指決定の背後にある認知的な側面に注目し、Sayegh[1]のアプローチを進展させた。Radislavljevic and Driessen[4]は、動的計画法に基づく運指決定で必要となるコスト関数を設計する方法を提案し

¹ 亜細亜大学 〒180-8629 東京都武蔵野市境 5-24-10
Aisa University, Tokyo 180-8629, Japan

² 理化学研究所 〒351-0198 埼玉県和光市広沢 2-1
RIKEN, Saitama 351-0198, Japan

³ 東京大学大学院 〒113-8654 東京都文京区本郷 7-3-1
The University of Tokyo, Tokyo 113-8654, Japan

a) hori@brain.riken.jp

た．Tuohy and Potter[5] は運指決定に遺伝アルゴリズムを導入し，Tuohy[6] はこれをギターのための編曲に応用した．Baccherini et al.[7] は，有限状態オートマトンを一般的な弦楽器の運指決定に応用することを提案した．これらの先行研究と比較して，本研究の新奇性は主として，本研究で提案する枠組みが確率的な手法に基づく点にある．本研究では，音符の系列と運指の関係を記述するために，音楽情報処理の分野での応用例が増えつつある隠れマルコフモデル (HMM) を用いる．確率モデルの柔軟性のため編曲と運指決定を統一的な方法で扱うことができる．編曲と運指決定を隠れマルコフモデルの復号問題として定式化し，これを Viterbi アルゴリズムを用いて高速に解くことにより，和音を主体とする曲に対しても編曲および運指決定を現実的な計算時間で行うことができる．

本論文の構成は以下の通りである．第 2 節では，入出力隠れマルコフモデルに基づき，自動編曲の部分問題である運指決定を行う枠組みを導入する．第 3 節では，第 2 節で導入した枠組みを自動編曲に拡張する．第 4 節では，入出力隠れマルコフモデルの遷移確率と出力確率の設定を行う．第 5 節では，結論と将来の研究課題について述べる．

本論文を通じて，標準的にチューニング*1された 6 弦 19 フレットのギターを前提に議論を進める．

2. 入出力 HMM による運指決定

まず，自動編曲の部分問題である運指決定を入出力隠れマルコフモデル (入出力 HMM) で行う方法を考える．与えられた楽曲がギターで演奏可能なものである場合，その自動編曲は単に運指決定となる．

2.1 運指決定

演奏者が左手で指板上の弦を押さえ，右手で弦を弾くと，ギターから楽音が発せられる．このとき，左手の弦の押さえ方と右手で弾く弦の選択の情報をまとめて，フォームと呼ぶことにする．運指とはこのようなフォームの系列である．ギターの演奏とは，運指から楽音の系列が生成される過程と考えられる．逆に，ギターで演奏可能な楽音の系列が与えられたとき，この楽音の系列を演奏するような運指をみつける作業を運指決定という．

ギターでは各弦の音域が重複を持つため，和音ひとつ，あるいは単音ひとつに対しても，これを演奏するフォームが一通りに決まらない．つまり，和音あるいは単音ひとつとこれを演奏するフォームが一對多の対応関係にある．したがって，楽音の系列ひとつに対して複数の運指が可能であり，運指の選択はさまざまな要因に影響される．本研究では，与えられた楽音の系列を演奏する最も確率の高いフォームの系列をみつける問題として，運指決定を定式化

する．この枠組みでは，運指の選択に影響するさまざまな要因は，隠れマルコフモデル (HMM) の遷移確率や出力確率としてモデル化される．

2.2 運指決定のための入出力 HMM

与えられた楽音を演奏するフォームの選択が直前のフォームだけに依存すると仮定すると，運指決定は，フォームと楽音の系列がそれぞれ，隠れ状態と出力記号の系列に対応する HMM の復号問題ととらえられる．この枠組みでは，演奏すべき楽音の系列は隠れたフォームの系列から生成されたと考えられる．運指 (隠れ状態の系列) は与えられた楽音の系列 (出力記号の系列) から一通りには決まらないが，最も確率の高い運指は与えられた楽音の系列から最尤推定で求めることができる．これは HMM の復号問題であり Viterbi アルゴリズム [10] で効率的に解くことができる．

上記の枠組みを用いて運指決定を行うために，本研究では，同時に発音を開始した音符は同時に発音を終了するという条件を満たす楽曲を考察の対象とする．すなわち，楽曲を「和音*2の系列」と考えることにする．ここで，和音とは同時に発音を開始し同時に発音を終了する音符の集合である．実際の楽曲では，同時に発音を開始した音符の一部が発音を終了したり他の音符に移行する間，残りの音符は発音を継続している場合もありうるが，このような楽曲でも和音に含まれる他の音符より長い音符を短くすることにより，上記の条件を満たすように変更できる．オルガンのような持続音の楽器と比べて，ギターのような減衰音の楽器ではこのような変更による印象の変化は小さいと考えられる．

実際には，フォームの選択は直前のフォームだけではなく，現在の和音と直前の和音の時間間隔にも依存する．時間間隔が非常に長い場合は，直前のフォームからの影響はほとんど無視できる．このような時間間隔の影響をとり入れるために，Bengio and Frasconi[11] が提案した HMM の拡張版である入出力隠れマルコフモデル (入出力 HMM) を用いる．図 1 は，本研究で運指決定と自動編曲に用いる入出力 HMM をグラフィカルモデル [12] として表現したものである．ここで，影つきのノードは観測変数を，白いノードは潜在変数を，ノード間の矢印は変数間の依存関係を表している．このモデルには，出力記号 x_t の系列に加えて，潜在変数 z_t の分布に影響を与える観測変数 d_t の系列がある．観測変数 x_t と d_t は，与えられた楽曲の t 番目の和音と 2 つの和音 x_{t-1} と x_t の間の時間間隔，潜在変数 z_t は左手のフォームである．左手のフォームは q_1, q_2, \dots, q_N の N 種類の記号で表す．図 1 の入出力 HMM でも潜在変数 z_t のマルコフ性は成り立っており，復号問題は標準的な HMM と同様に Viterbi アルゴリズムで効率的に解くこと

*1 低音側から E2-A2-D3-G3-B3-E4．

*2 ここでは単音も和音に含めて考える．

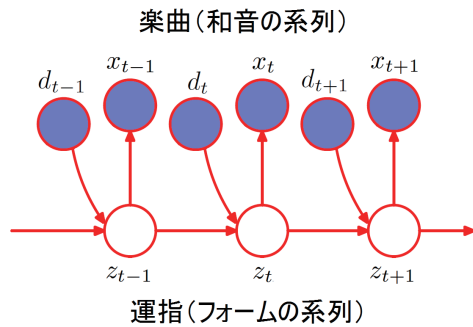


図 1 自動編曲と運指決定のための入出力 HMM

Fig. 1 The input-output HMM employed for automatic arrangement and fingering determination

ができる。

和音とフォームは一对多の対応関係にあり、フォームからは和音が一通りに決まるため、運指決定のための入出力 HMM では、ひとつの隠れ状態から出力される出力記号は一通りに決まる。標準的な HMM の応用例と比較すると、この点は運指決定のための入出力 HMM の特徴である。

3. 入出力 HMM による自動編曲

続いて、与えられた楽曲がギターで演奏できない場合に行う自動編曲について考える。運指決定のための入出力 HMM の出力記号を変更することにより、自動編曲を行う。自動編曲の対象として主にピアノ曲を考える。

3.1 ギターのための編曲

「編曲」という語彙には、楽曲の印象を変えるために既存の楽曲に積極的に変更を加える意味と、他の楽器で演奏できるようにするために既存の楽曲に最小限の変更を加える意味の、ふたつの使い方があり、ここでは後者の意味でこの語彙を用いる。すなわち、「ギターのための編曲」とは、与えられた楽曲に対して最小限の変更を加えることによりギターで演奏可能にし、運指決定することである。

ギターのための編曲を行う際、与えられた楽曲に含まれる和音の中で、音域や同時発音数の理由でギターでは演奏できない和音は、ギターで演奏できるように変更する必要がある。まず、ギターの音域は E2-B5 であるのに対し、ピアノの音域は A0-C8 であり、ギターの音域外の音を含む和音は音域内の音だけを含むように変更する必要がある。次に、ピアノでは最大同時発音数が約 10 であるのに対し、ギターでは 6 であり、7 音以上の和音は 6 音以下になるように変更する必要がある。さらに、音域や同時発音数の条件を満たしていても、指板上で左手の 4 本の指で押さえることができない和音が存在することにも注意する必要がある。このような和音も 4 本の指で押さえることができるように変更する必要がある。以上のようなギターで演奏できない和音に対する変更は、和音の構成音の一部を省略し、

必要であれば新たな構成音を付加することにより行える。このとき、和音の構成音の中で曲の印象に大きく関わる最高音と最低音に注意を払う必要がある。まず、最高音は通常楽曲のメロディを構成しており、省略することはできない。次に、最低音は通常和音の根音であり、可能な限り省略しない方がよい。最低音がギターの音域より低い場合は、省略せずに 1 オクターブ上げの方がよい。本研究のギターのための編曲では、与えられた楽曲に含まれるギターで演奏できない和音を、次の 2 つの操作を用いて変更する。

- (i) 構成音のひとつを省略する
- (ii) 構成音のひとつをオクターブ変更する

操作 (ii) は、オクターブ変更後の構成音が変更前の最高音を超えない場合に使い、オクターブ変更後の構成音が既存の構成音と重なる場合は省略する。

3.2 自動編曲のための入出力 HMM

前節で述べた自動編曲を行うために、図 1 の運指決定のための入出力 HMM の出力記号を変更する。運指決定のための入出力 HMM では、隠れ状態のフォームが演奏する和音が、その隠れ状態の唯一の出力記号である。これに対して、自動編曲のための入出力 HMM では、前節に述べた操作 (i) と (ii) で隠れ状態のフォームが演奏する和音に変更できる和音全てを、その隠れ状態の出力記号とする。このように出力記号を変更した入出力 HMM で、与えられた和音の系列に対して復号を行うことにより、与えられた和音の系列に近い和音の系列を演奏するフォームの系列が得られる。

4. 入出力 HMM のパラメータ設定

標準的な HMM の応用例では、遷移確率や出力確率のようなパラメータは、EM アルゴリズムを使って訓練データから推定される。しかし本研究で用いる入出力 HMM の隠れ状態数は非常に大きくなるため、これらのパラメータの推定に十分な訓練データを用意するのは現実的に不可能である。そこで本研究では、訓練データから推定する代わりに、以下に説明する方法でこれらのパラメータを手動で設定する。この際、主なユーザとして初心者のギター演奏者を想定する。初心者のギター演奏者は、左手のネック方向の移動を最小限にし、難易度の高いフォームを避ける傾向がある。

4.1 遷移確率

左手のネック方向の移動を最小限にするためには、遷移確率を、フォームの遷移にともなう左手の移動距離の単調減少関数としなければならない。また、典型的なギター演奏者の左手のネック方向の移動を観察すると、しばらくあるポジションにとどまった後に、数フレット分跳躍して新しいポジションに移動し、またしばらくそのポジションに

とどまることを繰り返している。すなわち、時間の関数として区分定数関数となっている。結果的に、各和音間の左手の移動の分布は、中心に集中した疎な分布となる。このような中心に集中した疎な分布をモデル化するために、本研究ではラプラス分布を用いる。各ステップの増分がラプラス分布に従うマルコフ過程の時間発展は、区分定数関数で近似されることが知られている*3。さらに前節で述べた通り、各フォームは直前のフォームと同時に直前の和音との時間間隔にも影響される。時間間隔が非常に長い場合、直前のフォームからの影響はほとんど無視できる。このような時間間隔の影響をとり入れるために、ラプラス分布の分散が直前の和音との時間間隔 d_t に比例するように遷移確率を設定する。この場合、時間間隔 d_t が大きくなるとラプラス分布は一様分布に近づく。

難易度の高いフォームを避けるためには、遷移確率を、遷移先のフォーム q_j の難易度の単調減少関数としなければならない。本研究では、フォーム q_j の難易度のうち、フォームのネック方向の幅 W_j 、フォームで押弦に用いる指の数 N_j 、人差し指のポジション I_j の3つに注目し、これらをそれぞれ独立に遷移確率に反映させる。押弦に用いる指の数 N_j は明らかにフォーム q_j の難易度のひとつである。人差し指のポジション I_j は、フォーム q_j で人差し指が押さえるフレットのフレット番号であり、同じ形のフォームでも高音域に平行移動すると難しくなることから、フォーム q_j の難易度のひとつであることが分かる。フォームのネック方向の幅 W_j は、フォーム q_j で押さえられている最大のフレット番号と最小のフレット番号の差に1を加えたものであり、多くのフレットにまたがるフォームでは押弦する全ての指に十分な力を加えることが難しいことから、難易度のひとつであることが分かる。以上の議論より、フォーム q_i からフォーム q_j への遷移確率を、これらの時間間隔が d_t であるとき、次のように設定する。

$$a_{ij}(d_t) = p(z_t = q_j | z_{t-1} = q_i, d_t) \\ \sim \frac{1}{2d_t} \exp\left(-\frac{|I_i - I_j|}{d_t}\right) \\ \times \frac{1}{1+W_j} \times \frac{1}{1+N_j} \times \frac{1}{1+I_j}$$

4.2 出力確率（運指決定）

入出力 HMM の復号として運指決定を行うために、フォーム q_i で演奏される和音が与えられた楽曲の t 番目の和音 x_t と一致しない場合は、出力確率 b_{it} を 0 に設定する。一致する場合は出力確率 b_{it} を 1 に設定する。すなわち、フォーム q_i から和音 x_t が出力される確率を次のように設定する。

$$b_{it} = p(x_t | z_t = q_i) \\ \sim \begin{cases} 1 & (\text{if } x_t = \text{chord}(q_i)) \\ 0 & (\text{if } x_t \neq \text{chord}(q_i)) \end{cases}$$

ただし、 $\text{chord}(q_i)$ はフォーム q_i により演奏される和音である。このように出力確率を設定すると、最も確率の高いフォームの系列は与えられた楽曲を演奏する運指となることが保証される。

4.3 出力確率（自動編曲）

入出力 HMM の復号として自動編曲を行うために、与えられた楽曲の t 番目の和音 x_t を 3.1 節で述べた操作 (i) と (ii) でフォーム q_i で演奏される和音に変更できない場合は、出力確率 b_{it} を 0 に設定する。それ以外の場合は出力確率 b_{it} を正の値に設定する。このように出力確率を設定することにより、最も確率の高いフォームの系列は、与えられた楽曲を操作 (i) と (ii) により変更した和音の系列を演奏する運指となる。和音 x_t が操作 (i) と (ii) によりフォーム q_i で演奏される和音に変更できるとき、 $x_t \Rightarrow \text{chord}(q_i)$ と書くことにする。

さらに、原曲からの変更が最小限となる和音を選ぶためには、出力確率 b_{it} を原曲の t 番目の和音 x_t をフォーム q_i の和音に変更するのに必要な操作数の単調減少関数としなければならない。このために、フォーム q_i からの和音 x_t の出力確率を次のように設定する。

$$b_{it} = p(x_t | z_t = q_i) \\ \sim \begin{cases} \frac{1}{1+M_{it}} & (\text{if } x_t \Rightarrow \text{chord}(q_i)) \\ 0 & (\text{if } x_t \not\Rightarrow \text{chord}(q_i)) \end{cases}$$

ただし、 M_{it} は和音 x_t をフォーム q_i が演奏する和音に変更するのに必要な操作 (i) と (ii) の数である。

5. 評価実験

入出力 HMM による運指決定および自動編曲を評価する実験を行った。まず、ギターで演奏できる音階および楽曲を入力し運指決定の評価を行った。運指決定については既存のソフトウェアとの比較を行った。次に、ギターで演奏できない部分を含む楽曲を入力し自動編曲の評価を行った。

5.1 運指決定

(1) C4 から C5 までの音階、(2) C4 から D5 までの音階、(3) ギター用に編曲済みの「もろびとこぞりて」の冒頭部分の3例について入出力 HMM による運指決定を行い、その結果を Power Tab Editor (Ver.1.7)*4の結果と比較した。図2は入出力 HMM による C4 から C5 までの音

*3 例えば [13], p.315 を参照。

*4 <http://www.power-tab.net>

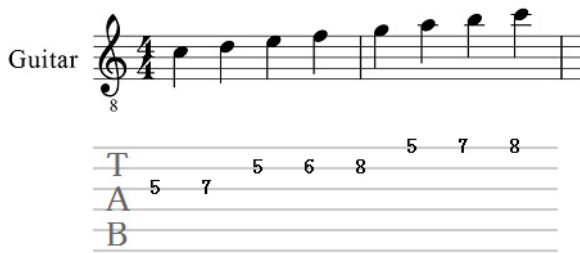


図 2 入出力 HMM による C4 から C5 までの音階の運指
 Fig. 2 Fingering for a scale from C4 to C5 by IO-HMM

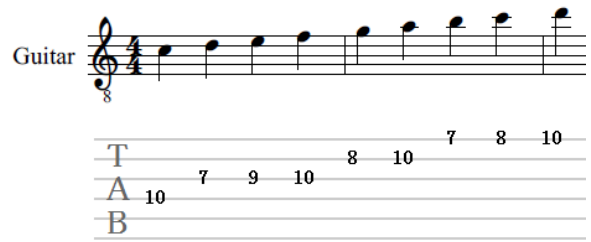


図 4 入出力 HMM による C4 から D5 までの音階の運指
 Fig. 4 Fingering for a scale from C4 to D5 by IO-HMM



図 3 Power Tab Editor による C4 から C5 までの音階の運指
 Fig. 3 Fingering for a scale from C4 to C5 by Power Tab Editor

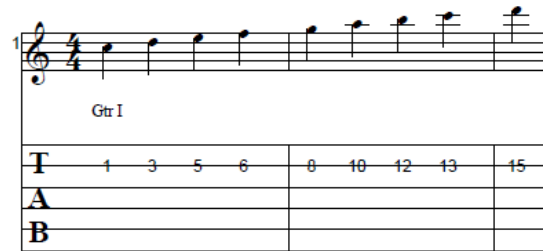


図 5 Power Tab Editor による C4 から D5 までの音階の運指
 Fig. 5 Fingering for a scale from C4 to D5 by Power Tab Editor

階に対する運指決定の結果である。上段の楽譜が出力記号系列としてとして与えられ、下段の運指が最も確率の高い隠れ状態の系列として得られた。生成された運指は終始人差し指を第 5 フレットにおいており、実際のギタリストが 1 オクターブの音階を演奏するときを選ぶ自然な運指のひとつである。図 3 は同じ音階に対する Power Tab Editor の結果である。終始第 2 弦だけを使っており、演奏には左手のネック方向の移動を必要とするため、初心者向けの運指ではない。図 4 は入出力 HMM による C4 から D5 までの音階に対する運指決定の結果である。最後に 1 音追加することによって音階全体の運指が変化している。生成された運指は終始人差し指を第 7 フレットにおいており、左手のネック方向の移動を最小限にしている。図 5 は同じ音階に対する Power Tab Editor の結果である。追加した 1 音以外に対する運指は変化しておらず、終始第 2 弦だけを使っており、演奏には左手のネック方向の移動を必要とする。図 6 は、ギター用に編曲済みの「もろびとこぞりて」の冒頭部分に対する入出力 HMM による運指決定の結果である。提案手法は和音を主体とするギター曲に対しても現実的な運指を与えている。生成された運指は、開放弦を活用し、押弦に用いる指の数を最小限にしている。図 7 は同じ楽曲に対する Power Tab Editor の結果である。入出力 HMM による運指結果と比較すると、全体的に開放弦を活用できておらず、押弦に用いる指の数が多くなっている。

5.2 自動編曲

図 8 はショパンの「幻想曲へ短調」に対する入出力 HMM による自動編曲の結果である。上段のピアノ譜が出力記号

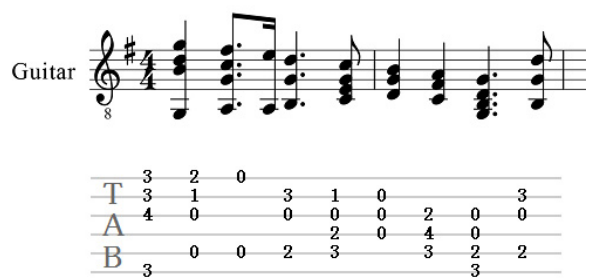


図 6 入出力 HMM による「もろびとこぞりて」の運指
 Fig. 6 Fingering for “Joy to the world” by IO-HMM



図 7 Power Tab Editor による「もろびとこぞりて」の運指
 Fig. 7 Fingering for “Joy to the world” by Power Tab Editor

系列としてとして与えられ、下段の運指が最も確率の高い隠れ状態の系列として得られた。与えられたピアノ譜は、ギターの音域外の音 (赤い丸を付した音符) および 4 本の指で押さえられない音 (赤い四角を付した音符) を含むため、ギターで演奏することはできない。このような音は自動編曲の過程で変更される。編曲結果では、赤い四角を付した音符は省略され、赤い丸を付した音符は 1 オクターブ上に移動している。赤い丸を付した音符のうち、2 番目と

The image shows a musical score for Piano and Guitar. The Piano part is in F minor, 4/4 time, with a melody in the right hand and accompaniment in the left hand. The Guitar part is in F minor, 4/4 time, with a melody in the right hand and accompaniment in the left hand. Below the guitar part is a tablature for the left hand with fret numbers for strings T, A, and B.

図 8 入出力 HMM による「幻想曲へ短調」の編曲

Fig. 8 Arrangement for “Fantasie in F minor” by IO-HMM

3 番目のものは 1 オクターブ上げると既存の音符と重なるため、結果的に省略されている。以上のような変更を加えた結果、ギターで演奏可能な編曲が得られた。

6. おわりに

ギターのための自動編曲と運指決定を、入出力 HMM の復号問題として実行する統一的な枠組みを提案した。左手の移動と遷移先のフォームの難易度に基づいて遷移確率を定め、変更後の和音と原曲の和音の類似度に基づいて出力確率を定めることにより、運指決定については実際のギターリストが選ぶと思われる自然な運指を生成することに、自動編曲については実際にギターで演奏可能な編曲結果を得ることに成功した。本研究で提案した枠組みは、与えられた楽曲がギターで演奏可能か否かを判定するためにも使える。また、運指（最も確率の高いフォームの系列）の確率は、与えられた楽曲の難易度の判定に使うこともできる。

現在、本論文で提案した枠組みを実装したウェブアプリケーションを開発中であり、これを利用して実際のギター演奏者による提案手法の評価実験を行う予定である。

将来の研究課題としては、まず、与えられた楽曲をギターで演奏するための最適な移調を探索した後に自動編曲を行うことが挙げられる。生成されたタブ譜を評価するための基準を適切に設計すれば、可能な調に対する全探索で実行することができる。次に、本研究ではユーザとして初心者のギター演奏者を想定したが、理想的な編曲や運指は想定するギター演奏者のレベル（初心者か上級者か）やギターの種類（クラシックギターかエレクトリックギターか）などによって異なるため、入出力 HMM の柔軟なパラメータ設定によってこのようなギター演奏者やギターの種類に対応することが挙げられる。また、入出力 HMM に基づき他の楽器用の自動編曲・運指決定システムを開発することが挙げられる。

参考文献

- [1] Sayegh, S. I.: Fingering for string instruments with the optimum path paradigm, *Computer Music Journal*, Vol. 13, No. 3, pp. 76–83 (1989).
- [2] Miura, M., Hirota, I., Hama, N. and Yanagida, M.: Constructing a system for finger-position determination and tablature generation for playing melodies on guitars, *Systems and Computers in Japan*, Vol. 35, No. 6, pp. 10–19 (2004).
- [3] Radicioni, D., Anselma, L. and Lombardo, V.: A segmentation-based prototype to compute string instruments fingering, *Proc. Conference on Interdisciplinary Musicology*, Graz, Austria (2004).
- [4] Radisavljevic, A. and Driessen, P.: Path difference learning for guitar fingering problem, *Proc. International Computer Music Conference*, Miami, U.S.A. (2004).
- [5] Tuohy, D. R. and Potter, W. D.: A genetic algorithm for the automatic generation of playable guitar tablature, *Proc. International Computer Music Conference*, pp. 499–502 (2005).
- [6] Tuohy, D. R.: Creating tablature and arranging music for guitar with genetic algorithms and artificial neural networks, M.Sc. Theses, The University of Georgia, Georgia, U.S.A. (2006).
- [7] Baccherini, D., Merlini, D. and Sprugnoli, R.: Tablatures for stringed instruments and generating functions, In Crescenzi, P. Prencipe, G. and Pucci, G. Eds., *Fun with Algorithms*, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4475, Springer-Verlag, pp. 40–52 (2007).
- [8] 吉永悠真, 堀玄, 深山覚, 嵯峨山茂樹: 隠れマルコフモデルによるギターのための運指決定および自動編曲, 日本音響学会春季研究発表会講演集, pp.1011–1014 (2012).
- [9] Hori, G., Yoshinaga, Y., Fukayama, S., Kameoka, H. and Sagayama, S.: Automatic arrangement for guitars using hidden Markov model, *Proc. Sound and Music Computing Conference*, pp.450–455 (2012).
- [10] Viterbi, A. J.: Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm, *IEEE Trans. Information Theory*, Vol. 13, No. 2, pp. 260–269 (1967).
- [11] Bengio, Y. and Frasconi, P.: An input output HMM architecture, In Tesauro, G., Touretzky, D. S. and Leen, T. K. Eds., *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. 7, pp. 427–434 (1995).
- [12] Bishop, C. M.: *Pattern recognition and machine learning* (Information science and statistics), Springer-Verlag (2006).
- [13] Boyd, S. and Vandenberghe, L.: *Convex optimization*, Cambridge University Press, Cambridge, U.K. (2004).