

# 範囲付き巡回セールスマン問題に関する ヒューリスティックな解法

野口祐矢<sup>†1</sup> 竹村彰生<sup>†1</sup> 太田秀典<sup>†1</sup> 中森眞理雄<sup>†1</sup>

巡回セールスマン問題とは、与えられた複数の訪問ノードを1回ずつ通って出発ノードへ戻る最短ハミルトン閉路を求める問題である。これに対して、範囲付き巡回セールスマン問題とは、各訪問ノードに「範囲」(平面領域)が付随しており、各範囲を1回ずつ通過して出発ノードへ戻る最短ハミルトン閉路を求める問題である。本論文では、この問題に対するヒューリスティックな解法を提案し、計算機実験によりその有効性を確認した結果を報告する。

## A Heuristic Algorithm for the Region Covering Salesman Problem

YUYA NOGUCHI<sup>†1</sup> AKIO TAKEMURA<sup>†1</sup> HIDENORI OHTA<sup>†1</sup>  
MARIO NAKAMORI<sup>†1</sup>

The travelling salesman problem is the problem of finding the shortest cycle that starts and ends at the origin, passing through every node just once. In the region covering salesman problem every node has a region. The region covering salesman problem is the problem of finding the shortest cycle that starts and ends at the origin, passing through every region at least once. In the present paper we propose heuristic algorithms for the problem and report the computational results of the algorithms.

### 1. はじめに

巡回セールスマン問題 (TSP) は、訪問ノードの集合が与えられたときに、すべての訪問ノードを通る巡回路の中で総移動距離が最小になる経路を求める問題である。TSP は古典的な問題ではあるが、現実社会においてもさまざまな応用が考えられるので、今でも盛んに研究が行われ、また、TSP を拡張した様々な問題が新たに考案されている。

TSP を拡張した問題の1つとして、被覆制約付き巡回経路問題 (CTP) が挙げられる[3][4][5]。CTP は、巡回セールスマン問題に加えて集合被覆問題の性質を持つ問題であり、与えられたすべての訪問ノードを巡回する必要はない。しかしながら CTP では訪問ノードの他に、被覆ノードが与えられ、すべての被覆ノードが、巡回する訪問ノードから一定の距離以内に存在しなければならないという制約がある。CTP は発展途上国におけるヘルスケアチームの訪問経路を求める問題や郵便ポストの設置位置を求める問題等として応用が考えられている[1][2]。

ところで、CTP では、いくつかの訪問ノードが与えられているため、巡回する経路がある程度制限されるが、現実への応用を考えると、訪問ノードが与えられずに、訪問する経路に制限が課されない問題が考えられる。一例として、電子基板製造時の外観検査のための機器の動作最適化が挙げられる。外観検査では、カメラが基板上を移動して複数の検査箇所の撮影を行う。カメラの移動距離が機器の動作時間に直結するので、カメラの移動距離が短い経路を求めたい。検査箇所はカメラのフレームに入ればよいので、カメラは検査箇所の直上を通過する必要はなく、カメラが一

定の距離内を通過すればよい。このことから、検査箇所を被覆ノードとして考えることができるが、カメラの動きは基本的には何も制約されないため、訪問ノードは存在しない。同様に、災害時等の航空写真撮影の際の航空経路の最適化を考えても、目標地点がカメラのフレームに入ればよいので、航空機は目標地点の直上を必ずしも通る必要はない。目標地点は被覆ノードとして考えることができるが、航空機が飛行場から離陸すること以外には、何も制約されるものはない。

これらの問題は、訪問ノードが無数に存在する CTP として考えることもできるが、訪問ノードの代わりに平面領域の与えられた TSP として考えたほうがより簡単である。本論文では、この問題を範囲付き巡回セールスマン問題と定義し、これに対しヒューリスティックな解法を提案する。

### 2. 範囲付き巡回セールスマン問題

通常の巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem 以後 TSP と略す) は、いくつかの訪問ノードの座標の集合が与えられたときに、すべての訪問ノードを一度ずつ通り、出発点に戻る巡回路の中で総移動距離が最小のものを求める問題である。これに対して範囲付き巡回セールスマン問題では、訪問ノードに平面領域を持たせ、その範囲内であればどこを通過しても訪問ノードを訪問したものとみなす。本論文ではこの平面領域を訪問エリアと呼ぶことにする。本論文では基板の外観検査機器や、航空写真の経路に応用することを考え、カメラのフレームの形から平面領域の形はすべて同じ大きさの正方形に設定した。

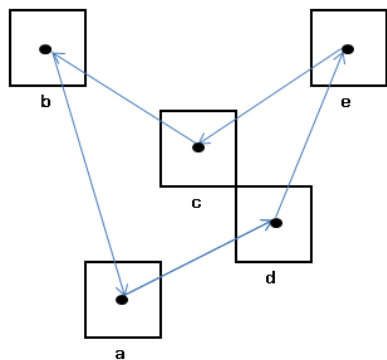
<sup>†1</sup> 東京農工大学  
Tokyo university of agriculture and technology

### 3. 判定点を用いた訪問順の決定

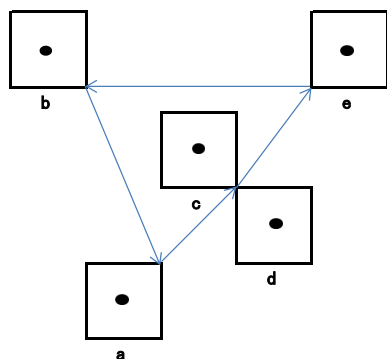
範囲付き巡回セールスマン問題に対してヒューリスティックな解法を提案する。提案手法は訪問エリアをどのような順番で巡回するかを定める「巡回順序の決定」と、巡回エリアのどこを通過すればよいかを定める「巡回経路の決定」の2フェイズによって行われる。そのうち、「巡回経路の決定」については訪問エリアを訪問する順番さえ決まっていれば、線形計画法や二分探索法等を用いることで、最短の経路を容易に算出することが可能であるため、訪問エリアを巡回する順序を求めることのみが重要となる。

範囲付き巡回セールスマン問題の訪問ノードを訪問する順番は、訪問エリアの中心点を訪問点とした従来の巡回セールスマン問題と同様に解いても、よい訪問順序を得られる訳ではない。例えば、図 1(a), (b)に示した訪問エリアの配置では、中心点を巡回するときの最短経路の訪問順は訪問エリア  $a$  の中心点を始点としたとき、 $a, d, e, c, b$  もしくは  $a, b, c, e, d$  となるが、訪問エリア上の任意の点を巡回するときの最短経路の訪問順は訪問エリア  $a$  上の点を始点としたとき、 $a, d, c, e, b$  ( $a, c, d, e, b$ ) もしくは  $a, b, e, c, d$  ( $a, b, e, d, c$ ) となり、それぞれ訪問順は異なる。

したがって、訪問順序を決める際には訪問エリアの中心



(a) 中心点を巡回するときの最短経路



(b) 訪問エリアを巡回するときの最短経路

図 1 中心点を巡回するときと訪問エリアを巡回するときで訪問順序の異なる訪問エリアの配置

点ではなく、どこを通るかをある程度は考慮する必要があると思われる。そこで、本論文では訪問エリアを訪問する順番を決めるために、訪問エリアを通過するおおよその位置の候補として、訪問エリアに幾つかの判定点を設置し、この判定点を通過する経路を作成することにより訪問エリアの巡回順を決定する手法を提案する。判定点は各訪問エリアの外周に4つ以上、図 2 のように設置する。なお、訪問エリアへの判定点の設置数については次の節で論じる。

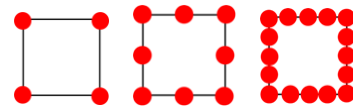


図 2 判定点 4 点, 8 点, 16 点の設置例

巡回順序の探索は、局所探索、あるいは Simulated Annealing 法 (以下, SA 法) によって行う。初期解は Nearest Neighbors 法 (以下, NN 法) を基にした方法、近傍解の生成は 2-opt 法を基にした方法によって行う

#### 3.1 初期解生成

初期解の生成は TSP の初期解生成法としてしばしば用いられる Nearest Neighbor 法 (以下, NN 法) を基にした手法によって行う:

- (i) 最初にランダムに 1 つ訪問エリアを選び、最初に巡回する訪問エリアとする;
- (ii) 選ばれた訪問点からランダムに 1 つの判定点を選び、現在の判定点とする;
- (iii) 次に巡回する訪問エリアを選択するために、未巡回の訪問エリアの判定点の中から、現在の判定点に最も近いものを選び、現在の判定点を更新する。現在の判定点をもつ訪問エリアを巡回済みとする;
- (iv) 全ての訪問エリアが巡回済みになるまで (iii) を繰り返す。

#### 3.2 近傍解生成

2-opt 法とは TSP の解の改善法の 1 つであり、ランダムに選んだ 2 つの枝をつなぎ変えることで新しい経路を生成する方法である。

提案する近傍解生成法では、通常の 2-opt 法による経路改善の後に、つなぎ変えた 2 本の枝のそれぞれの端点を、経路長が最短になるようにその巡回エリアの判定点の中から新たに選び直すことにする。図 3 に経路改善の様子を示す: 図 3 (a) に示す元の巡回路の枝のうち、訪問エリア  $a$  と訪問エリア  $b$  間の枝と訪問エリア  $d$  と訪問エリア  $e$  間の枝が選択されたとする。これらの枝を 2-opt 法によって入れ替えて得られる経路が図 3 (b) に示された経路である。その後で、訪問エリア  $a, b, d, e$  の判定点を最短経路となるように選択し直して得られた近傍解を図 3 (c) に示す。

表 1 各判定点数による局所探索の結果

インスタンス名	訪問エリア数	訪問エリアサイズ	判定点なし		判定点数16点		判定点数32点		判定点数64点	
			時間(秒)	距離	時間(秒)	距離	時間(秒)	距離	時間(秒)	距離
TSP 101 Cities	101	5*5	269.77	635.44	274.35	599.58	270.96	585.45	280.32	592.77
		10*10	268.89	443.55	269.43	417.33	260.07	403.67	262.11	411.75
National TSP Uruguay - 734 Cities	734	50*50	2030.65	85045.66	2086.45	77543.08	2064.64	75830.84	2032.33	76849.05
		100*100	2196.22	54340.12	2003.91	47446.88	2165.77	45830.00	2214.58	45873.24

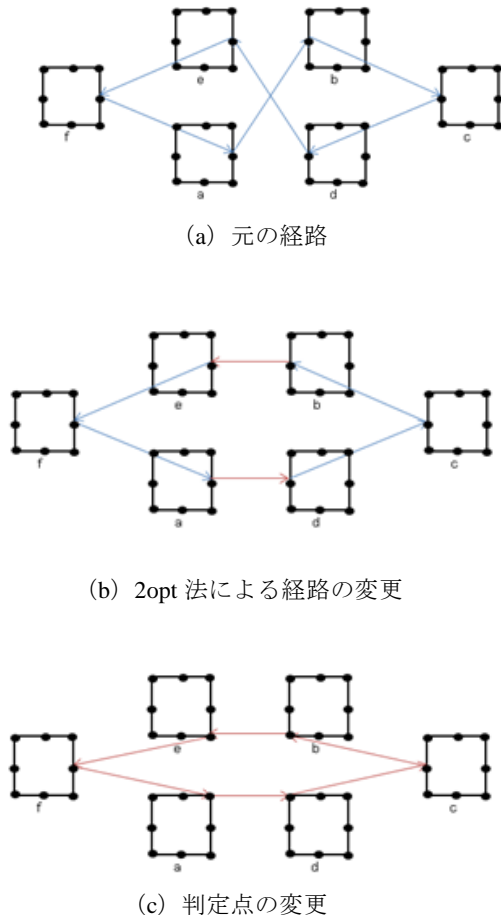


図 3 2-opt 法を基にした近傍解生成法

### 3.3 計算機実験

判定点を設置して訪問順序を決定する手法について、その有効性を調べるために、計算機による比較実験を行った。実験環境は CPU が Intel Core i7-2500 3.10GHz, メモリが 8.00GB, 実装言語には C++を用いた。

問題インスタンスとしては、TSPLIB ( <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/> ) に掲載されているベンチマーク問題の各訪問ノードに平面領域を与えることで得られた範囲付き巡回セールスマン問題を用いた。

表 1 に各訪問エリアに判定点数 16, 32, 64 をそれぞれ設置した場合と判定点を置かずに中心点を用いた場合の局所探索の結果をそれぞれ示す。どの問題に対しても中心点を用いたものに対して、判定点を設置することでよりよい解に到達していることが確認できる。しかしながら設置した

判定点数によって得られた評価値は少なからず異なり、判定点が単に多ければよい結果を得られる訳ではないことも確認できる。

図 5 にベンチマーク問題 National TSP Uruguay - 734 Cities に 50\*50 の平面領域を与えることで得られた問題に対し、局所探索を行ったときの計算時間と評価値(距離)の関係を示す。訪問エリアごとに多くの判定点を設置すると、探索が収束するのに時間が掛かり、探索効率が下がっていることが確認できる。

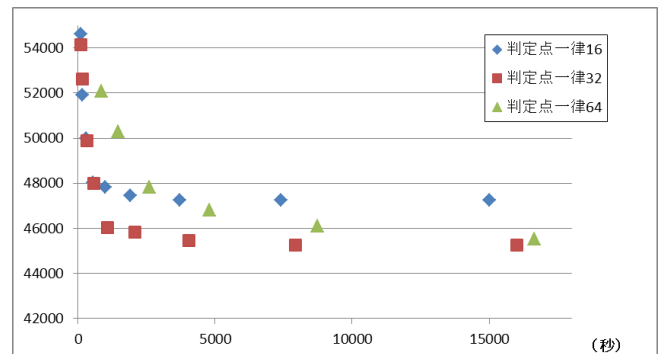


図 5 National TSP Uruguay - 734 Cities—訪問エリア 50\*50 の問題に対して局所探索を行ったときの計算時間と評価値の関係

## 4. 判定点の適切な設置について

3.3 節で得られた結果から、訪問エリアごとに大量の数の判定点を設置すると、問題の規模が大きくなった場合、探索時間が膨大にかかってしまうことが考えられる。他方、判定点の設置数を少なくすれば探索時間は減るが、解の精度が低下してしまう恐れがある。そのため、解の精度を保ちつつ、探索時間を削減するためには、訪問エリアごとに効果的な数の判定点を設置することが重要であると思われる。そこで本研究では以下の 4 つの方法により、効果的に判定点を設置することを試みる。

### 4.1 密集度考慮：訪問エリアの密集度による判定点の配置

訪問エリアの大きさが訪問エリア間の距離に対して相対的に大きいときほど、訪問エリアの通過地点の違いが経路長に大きく影響を及ぼすことは容易にわかる。したがって、訪問エリアが密集している箇所ほど判定点を多く配置することで、効果的な経路探索が行われると思われる。そ

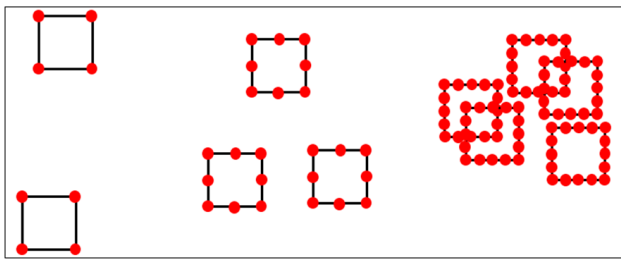
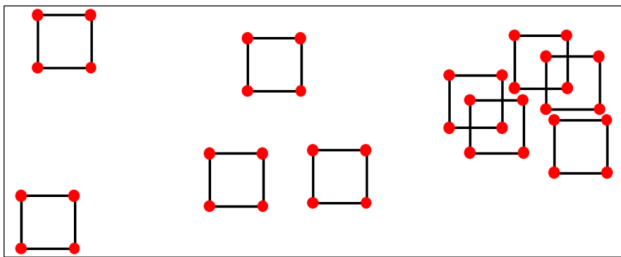
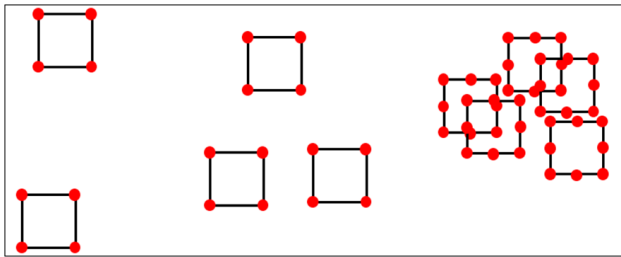


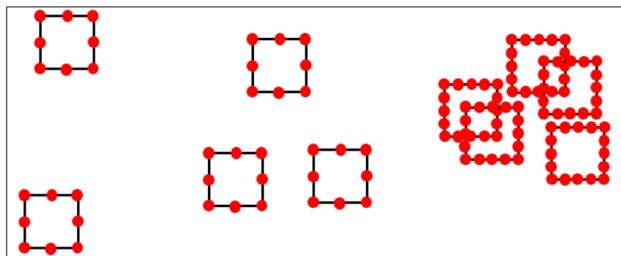
図6 訪問エリアの密集度に基づいた判定点の設置



(a) 最初の判定点の配置



(b) 探索がある程度進行した後の判定点の配置



(c) 探索終盤の判定点の配置

図7 探索の進行度による判定点数の変化

ここで、訪問エリア毎に密集度を調べ、その密集度により判定点の数を増減させることを提案する。なお、訪問エリアの密集度はその訪問エリアから他の全ての訪問エリアへの距離の逆数の総和とする。図6に密集度により判定点を増減させた場合の配置を示す。図上では密集度の高い訪問エリアは判定点の数を倍に、訪問エリアは判定点数を半分を設定されている。

#### 4.2 段階判定点一律：探索の進行具合に従って一律に判定点を追加

探索初期には大域的な探索を行い、次第に詳細の経路探

索を行うことで、効率的な探索が行えると思われる。そこで、探索の進行度を考慮に入れた判定点の設置方法を提案する。具体的には、探索初期の段階では判定点の数を少なく設置して、探索が進むにつれて設置する判定点の数を段階的に増加させることにする。

#### 4.3 段階密集度考慮：密集度を考慮に入れ、探索の進行度に応じて判定点数を追加

段階的に判定点を追加させる方法に加え、都市の密集度も考慮にいれ、都市の密集度が高い都市はより重点的に判定点の数を増やすことにする。図7に探索の進行度による判定点数の変化させた様子を示す。

#### 4.4 段階変更頻度考慮：2opt法の交換頻度を考慮に入れ、探索の進行度に応じて判定点数を追加

探索の過程において、訪問順序が頻繁に変わる箇所は、訪問エリアを通過する地点をより注意深く検討するべきであると思われる。そこで探索を通し、それぞれの訪問エリア毎にその訪問エリアの判定点に端点がある枝が付き変わることで改善が行われた回数をカウントすることにする。そして、段階密集度考慮の手法で密集度の高い訪問エリアの判定点数を重点的に増加させた様に、改善が行われた回数が多い訪問エリアの判定点数を重点的に増加させることにする。

#### 4.5 計算機実験

提案した、判定点の設置方法について、その有効性を調べるために、計算機による比較実験を行った。実験環境や問題インスタンスについては3.3節と同様である。

3節で提案した最初に各訪問エリアに判定点を一律に設置する方法は、「判定点一律」の手法と呼ぶことにし、問題における各訪問エリアの判定点数はそれぞれ適切に設定した。密集度を考慮した手法については、密集度が上位30%である訪問エリアの判定点数を倍にし、下位30%である訪問エリアの判定点数を半分にするよう設定した。段階的に判定点を追加する3つの手法では、局所探索やSA法のループ回数が25, 50, 75パーセントのときにそれぞれの判定点数を倍にした。また、段階密集度考慮、段階変更頻度考慮の手法では、密集度/訪問頻度が上位30%の訪問エリアの判定点数を他の訪問エリアの2倍設置することにした。なお、これらのパラメータは、予備実験により適切に求められたものである。

表2、表3に各判定点数の設置方法毎の局所探索とSA法探索の結果をそれぞれ示す。判定点の数を一律同じ数に設定したときよりも、提案した4つの判定点設置法の方が、いずれも良い結果を得られており、特に提案手法の中でも、変更頻度を考慮し段階的に判定点を増やしていく手法が最も良い結果を得られている。

表 2 局所探索法による実験結果

インスタンス名	訪問エリア数	訪問エリアサイズ	判定点数一律		密集度考慮		段階判定点一律		段階密集度		段階変更頻度考慮	
			時間(秒)	距離	時間(秒)	距離	時間(秒)	距離	時間(秒)	距離	時間(秒)	距離
TSP 101 Cities	101	5*5	270.96	585.45	264.13	560.45	—	—	270.44	530.77	264.32	528.40
		10*10	260.07	403.67	258.54	392.61	—	—	252.21	381.11	248.32	379.63
National TSP Uruguay - 734 Cities	734	50*50	3036.65	75446.08	2982.23	72908.97	2903.91	76446.08	3024.12	71872.33	2819.87	71594.72
		100*100	2964.64	48226.13	2861.16	46798.09	2977.32	46658.61	3025.43	45745.84	2825.43	45722.34

表 3 SA 法による実験結果

インスタンス名	訪問エリア数	訪問エリアサイズ	判定点数一律		密集度考慮		段階判定点一律		段階密集度		段階変更頻度考慮	
			時間(秒)	距離	時間(秒)	距離	時間(秒)	距離	時間(秒)	距離	時間(秒)	距離
TSP 101 Cities	101	5*5	507.65	541.51	519.23	532.40	—	—	504.23	519.47	500.34	518.11
		10*10	509.53	383.33	524.86	371.12	—	—	514.53	356.15	510.89	355.35
National TSP Uruguay - 734 Cities	734	50*50	16083.04	72622.41	16182.23	70122.45	16125.34	69935.38	16056.04	68822.43	15983.04	68122.39
		100*100	16233.67	45830.08	16962.97	44508.97	16698.42	44908.97	16212.77	43034.79	15999.11	42995.96

図 8, 9 にベンチマーク問題 National TSP Uruguay - 734 Cities に 50\*50 の平面領域を与えることで得られた問題に対し, 局所探索, SA 法探索を行ったときの計算時間と評価値(距離)の関係をそれぞれ示す. 判定点が一律 32 点の場合, 解の収束にはまだまだ時間が掛かりそうであり, 提案した 4 つの手法よりも悪い結果であることがわかる. これらの結果より, 提案した判定点の設置方法は, 解の精度を保ちつつ, 探索時間の短縮を行えていることが確認できる.

### 5. まとめ

本論文では, 範囲付き巡回セールスマン問題に対し, より精度のよい解を得るために, 訪問エリアに判定点を設置する手法を提案した. また, 判定点をより効果的に設置するために, 訪問エリアの密集度の密集度に従って判定点を設置する手法, 探索の進行具合によって判定点の数を変化させる手法, および, 2opt 法の交換頻度によって判定点の数を変化させる手法をそれぞれ提案した. そして, 計算機実験によって, これらの 3 つの手法の有効性を確かめ, 交換頻度によって判定点の数を変化させることが特に効果的であることを確認した. 本論文では訪問エリアの形は一律, 同じ大きさの正方形としたが, 別の形状であっても提案手法と同様の手法を用いることが可能であると思われる. 今後の課題としては, 更なる探索効率の向上や, 厳密解の算出等が挙げられる.

### 参考文献

- [1] Behzad, A. and Modarres, M., "A New Efficient Transformation of Generalized Traveling Salesman Problem into Traveling Salesman Problem," *Proceedings of the 15th International Conference of Systems Engineering* (2002)
- [2] Salari, M. and Naji-Azimi, Z., "An integer programming-based local search for the covering salesman problem," *Computers & Operations Research*, Vol. 39 pp.2594-2602 (2012)
- [3] Hodgson, M.J., Laporte, G., and Semet, F., "A covering tour model for planning mobile health care facilities in Suhum district," *Ghana. Journal of Regional Science*, Vol. 38, pp.621-628 (1998)
- [4] Labbe, M. and Laporte, G., "Maximizing user convenience and postal service efficiency in post box location," *Belgian J. Opns. Res. Statist. and Computer Sci.*, Vol. 26, pp.21-35(1986)
- [5] Current, J.R. and Schilling, D.A., "The covering salesman problem," *Transportation Science*, Vol. 24, pp.208-213(1989)

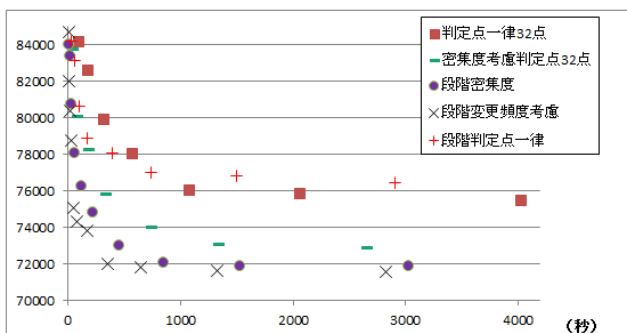


図 8 734 都市 - 平面領域 50\*50 局所探索 各手法比較

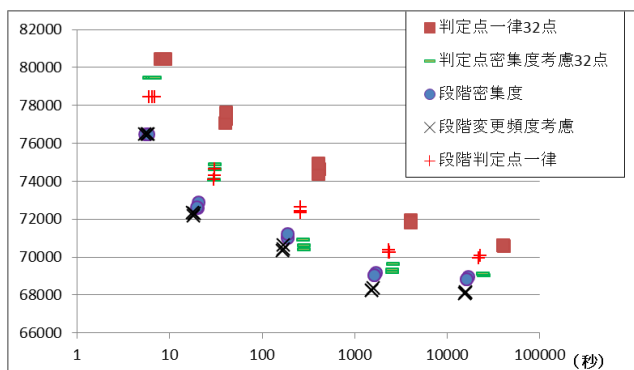


図 9 734 都市 - 平面領域 50\*50 SA 法 各手法比較