

ディジタルフィルタによる非定常過程 周波数分布の特徴抽出について*

船田 哲男** 池谷 和夫***

Abstract

Nonstationary random process (NSRP) has been investigated in this paper, as the process that the frequency distribution is changing by time in certain time interval.

Two parameters based on Short-time Power Spectrum $PS(\omega, t)$ are proposed to extract the characteristic of NSRP. One is Short-time Average Frequency $\nu(t)$, which is defined as the square root of the second moment of $PS(\omega, t)$ with regard to ω , and it may correspond to center frequency of $PS(\omega, t)$. The other is Short-time Variance Frequency $\gamma(t)$, which is defined as the fourth root of fourth moment of $PS(\omega, t)$ about $\nu(t)$, and it may correspond to band width of $PS(\omega, t)$. This paper presents a method for calculating these parameters effectively by digital filter and the examples obtained by applying this method to NSRP.

1. ま え が き

定常確率過程における相関分析, スペクトル分析に関しては高度な理論が確立され, アナログ・ディジタルの両面にわたって広範にその理論が適用されている^{1),2)}. 一方, 非定常確率過程に関しても, それを包括的に記述する理論がいくつか提起されている。しかしながら, それらの理論を実際の非定常確率過程に適用して, 有効な情報を引き出すにはいろいろの困難が伴う。

そこで, 非定常確率過程の処理にあたっては, それぞれの確率過程の処理に適した処理法を構成していくことも有用な手段であると考えられる。すなわち, 対象とする非定常過程の性質がある程度わかっており, また何を目的とした処理であるかが明確に与えられているとして, 具体的な処理法を構成することも必要であろう。

本研究は生体から得られる信号, たとえば心音図, 脳波, 筋電図などから周波数分布の時間的変化を与える情報を抽出することを目的としている。具体的には周波数スペクトルが時間的に推移していく非定常過程

から, Fano らの提案した短時間スペクトル³⁾ の概念を用いて, その過程の周波数分布を与えるパラメータの時間的変化をディジタル処理で抽出する手法を得ることである。

2. 周波数情報パラメータ

一般に非定常確率過程とは, その過程のある時刻の近傍で特定の統計的パラメータに着目したときに, それが時刻に伴って変動するような過程を指している。すなわち, その過程のある時間間隔におけるパワーや最大振幅, 零交差数, パワースペクトルなどが時間の推移とともに変動していくような過程を指している。

もちろん, 実際の処理にあたって, 定常か非定常かの判定基準はいろいろな要因によって定まる。同一の過程に対しても着目するパラメータによって, あるいは時間間隔の設定値(窓関数)によっても, 定常として扱えることもあるし, 非定常として扱わなければならないこともあろう。たとえば, 生体から得られる概周期波形においてこのようなことが起こる。

しかしながら生体情報には, 前述のようなパラメータが1周期内でどのように変動するかを知ることが本質的に重要となる場合もある。たとえば心電図においては P, Q, R, S, T の各波に対する情報は, 1周期内における振幅の時間的変化を追うことによって得られる。

一方, 心音図のような波形に関しては, 単に振幅の

* On a method for extraction of frequency distribution characteristic from nonstationary random process by digital filter, by Tetsuo FUNADA (Faculty of Technology, Kanazawa University) and Kazuo IKEGAYA (Faculty of Engineering, Nagoya University)

** 金沢大学工学部情報処理工学講座

*** 名古屋大学工学部電気工学教室

時間的変化だけを追っても診断情報としては不十分であり、その過程の周波数分布の時間的変化に関する情報が不可欠となってくる。このような情報を得るには、ある時間間隔内における零交差数の時間的変動を追っていく方法がある。ここではこの考えを発展させることによって、周波数分布に関するより詳細な情報を与えるパラメータについて述べる。

音声进行分析の一つの方法にサウンドスペクトルグラフがある⁴⁾。これは横軸に時間、縦軸に周波数を取り、短時間パワースペクトルをその面上の濃淡で表示する方法である。この表示法は非定常過程の特徴を記述するには詳細な方法であるが、計算量が膨大になる欠点を有する。そこでこのサウンドスペクトルグラフのパターンから周波数分布の特徴を表現するのに有効で、かつ短時間パワースペクトルを直接計算しなくても得られるようなパラメータを導入する。ここではこのようなパラメータとして、時刻を固定したときの短時間パワースペクトルを周波数の関数とみなして、その2次モーメントとそのまわりのばらつきに相当する量を採用している。この2次モーメントをパワーで規格化した量は前述の零交差数と対応づけることができ、またそのばらつきはスペクトルの広がりの特徴づけるものである。

3. パラメータの数式的表現

$x_0(t)$ が定常確率過程とみなせる場合は、その自己相関関数 $R_0(\tau)$ 、スペクトル密度 $S_0(\omega)$ の間によく知られた次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} R_0(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) \cos \omega\tau d\omega \\ S_0(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_0(\tau) \cos \omega\tau d\tau \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} R_0(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt \\ S_0(\omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left| \int_{-T}^T x(t)e^{-j\omega t} dt \right|^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

である。 $x_0(t)$ の平均値が零の場合、 $x_0(t)$ が単位時間内に負から正に向かって零レベルを交差する数の期待値 ν_0 は、

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_0(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) d\omega}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_0''(\tau)|_{\tau=0}}{R_0(\tau)|_{\tau=0}}} \quad (3)$$

で与えられる⁵⁾。また ν_0 のまわりのスペクトルの広がりを表わす量として γ_0 を次式で定義する。

$$\gamma_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\omega^2 - 4\pi^2 \nu_0^2)^2 S_0(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) d\omega}} \quad (4)$$

ここで非定常波形の処理にあたって短時間相関関数や短時間パワースペクトルの概念を適用する。これは着目した時刻の近傍に大きな重みを有する窓関数をもとの波形に乗じて、相関分析やスペクトル分析を行なう方法である。定常過程の分析に対しても実際上このような方法をとらざるを得ないが、本質的な違いは非定常過程においては、このようにして得られた相関関数やパワースペクトルは時間に依存するものとみなされるし、定常過程の場合は依存しないとして理論が展開されることにある。

さて $x(t)$ を非定常確率過程とすると、時刻 t における短時間相関関数 $R(\tau, t)$ 、短時間パワースペクトル $S(\omega, t)$ は次式で与えられる。

$$R(\tau, t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(s)x(s-|\tau|)w_1(t-s)w_2(t-s)ds \quad (5)$$

$$\begin{aligned} S(\omega, t) &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(s)w_1(t-s)e^{-j\omega s} ds \right|^2 \\ &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(s)w_1(t-s)e^{j\omega(t-s)} ds \right|^2 \end{aligned} \quad (6)$$

ここで $w_1(t)$ 、 $w_2(t)$ として、

$$w_1(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ e^{-\alpha t} & (t \geq 0) \end{cases}, \quad w_2(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ e^{-2\alpha t} & (t \geq 0) \end{cases} \\ \alpha > 0 \quad (7)$$

とすると、

$$R(\tau, t) = \frac{e^{\alpha|\tau|}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, t) \cos \omega\tau d\omega \quad (8)$$

$$S(\omega, t) = 2 \int_0^{\infty} e^{-\alpha\tau} R(\tau, t) \cos \omega\tau d\tau \quad (9)$$

なる関係がある³⁾。

短時間パワー $P(t)$ を、短時間パワースペクトルの周波数に関する積分で定義すれば、

$$P(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, t) d\omega \quad (10)$$

となる。式 (5)、(8) によれば、窓関数として式 (7) を用いたときは、

$$P(t) = R(0, t) = \int_{-\infty}^{\infty} [x(s)]^2 w_2(t-s) ds \quad (11)$$

となる。デジタル計算で $P(t)$ を求めるには、式 (10) によるよりも式 (11) による方が $x(t)$ から直

接 $P(t)$ が求まるという点で有利である。このように式 (7) の窓関数は計算を簡単化するには都合のよい窓であるが、章 4 で $w_1(t)$ が 2 階微分可能という条件が課せられるため、式 (7) の窓関数は採用できない。

そこで、一般に式 (11) が成り立つための $w_1(t)$ と $w_2(t)$ の間の関係を求めると、Parseval の等式より、

$$w_2(t) = [w_1(t)]^2 \quad (12)$$

を得る*。

非定常過程において、ある時刻 t の近傍における単位時間当りの負から正に向かう零交差数を時間の関数として $\nu(t)$ とおくと、式 (3) との対応で $\nu(t)$ を次式で近似する。

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S(\omega, t) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, t) d\omega}} \quad (13)$$

また $\nu(t)$ のまわりのスペクトルの広がりを与える量を $\gamma(t)$ で表わし、式 (4) との対応で $\gamma(t)$ を次式で近似する。

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} [\omega^2 - 4\pi^2 \nu^2(t)]^2 S(\omega, t) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, t) d\omega}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 S(\omega, t) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, t) d\omega} - 16\pi^4 \nu^4(t)} \end{aligned} \quad (14)$$

以下では $\nu(t)$ を短時間平均周波数、 $\gamma(t)$ を短時間分散周波数と呼ぶことにする。

4. パラメータの計算法

式 (13), (14), の短時間平均周波数、 $\nu(t)$, 短時間分散周波数 $\gamma(t)$ を計算するにあたって、各周波数における $S(\omega, t)$ を求めることは多大の計算量を要するため、以下では $S(\omega, t)$ を直接計算しなくても $\nu(t)$ や $\gamma(t)$ が求まることを示そう。

まず、式 (13), (14) の分母にある $\int S(\omega, t) d\omega$ に関しては前章で述べたように、式 (12) の関係を満たす窓関数を設定すれば、式 (11) で計算できる。

次に $\int \omega^2 S(\omega, t) d\omega$ の計算法について示す。式 (5) で $S(\omega, t)$ を定義した際にもとの波形 $x(s)$ に窓関数 $w_1(t-s)$ を乗じた。それを $y(s)$ とおくと、

$$y(s) = x(s) \cdot w_1(t-s) \quad (15)$$

となり、 $y(s)$ のフーリエ積分は、

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j[\omega - \bar{\omega}]) e^{-j\bar{\omega}t} W_1(-j\bar{\omega}) d\bar{\omega} \quad (16)$$

となる。したがって式 (6) は、

$$S(\omega, t) = \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j[\omega - \bar{\omega}]) e^{-j\bar{\omega}t} W_1(-j\bar{\omega}) d\bar{\omega} \right|^2 \quad (17)$$

となる。また $w_1(t)$ が微分可能とすると、 $y(s)$ を微分して、

$$y'(s) = x'(s)w_1(t-s) - x(s)w_1'(t-s) \quad (18)$$

となり、 $y'(s)$ のフーリエ変換は、

$$\frac{j\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j[\omega - \bar{\omega}]) e^{-j\bar{\omega}t} W_1(-j\bar{\omega}) d\bar{\omega} \quad (19)$$

となる。式 (19) の絶対値の自乗は式 (17) より $\omega^2 S(\omega, t)$ となることから、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S(\omega, t) d\omega &= \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left| \int_{-\infty}^{\infty} y'(s) e^{-j\omega s} ds \right|^2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [y'(s)]^2 ds \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [x'(s)w_1(t-s)]^2 ds \\ &\quad - 2 \int_{-\infty}^{\infty} [x(s)x'(s)]w_1(t-s)w_1'(t-s) ds \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} [x(s)w_1'(t-s)]^2 ds \end{aligned} \quad (20)$$

となることがわかる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} h_1(t) &= w_1(t)w_1'(t) \\ h_2(t) &= [w_1'(t)]^2 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

とおくと、式 (20) は、

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} [x'(s)]^2 w_2(t-s) ds \\ &\quad - 2 \int_{-\infty}^{\infty} [x(s)x'(s)] h_1(t-s) ds \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} [x(s)]^2 h_2(t-s) ds \end{aligned} \quad (22)$$

となる。全く同様に $\int \omega^4 S(\omega, t) d\omega$ に関しても、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 S(\omega, t) d\omega &= \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left| \int_{-\infty}^{\infty} y''(s) e^{-j\omega s} ds \right|^2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [x''(s)]^2 w_2(t-s) ds \\ &\quad - 4 \int_{-\infty}^{\infty} [x''(s)x'(s)] h_1(t-s) ds \\ &\quad + 4 \int_{-\infty}^{\infty} [x'(s)]^2 h_2(t-s) ds \end{aligned}$$

* 付録参照

$$\begin{aligned}
 & -2 \int_{-\infty}^{\infty} [x''(s)x(s)]h_3(t-s)ds \\
 & -4 \int_{-\infty}^{\infty} [x'(s)x(s)]h_4(t-s)ds \\
 & + \int_{-\infty}^{\infty} [x(s)]^2 h_5(t-s)ds
 \end{aligned} \tag{23}$$

なる関係で計算することができる。ここで、

$$\left. \begin{aligned}
 h_3(t) &= w_1(t)w_1''(t) \\
 h_4(t) &= w_1'(t)w_1''(t) \\
 h_5(t) &= [w_1''(t)]^2
 \end{aligned} \right\} \tag{24}$$

である。ただし、 $w_1(t)$ は 2 階微分可能で、かつ $w_1(t)$, $w_1''(t)$ はフーリエ積分可能でなければならない。

5. デジタル処理法

本章ではデジタルフィルタによって式(11), (22), (23) を計算して $v(t)$ や $\gamma(t)$ の $t=nT$ での値 $v(n)$, $\gamma(n)$ を計算するための手法を述べる。ただし、 T はデジタル計算のためのサンプリングタイムである。

上の式を導くにあたって、 $w_1(t)$ が 2 階微分可能という条件があるため、ここでは窓関数 $w_1(t)$ として、

$$w_1(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ t^2 e^{-\omega_1 t} & (t \geq 0) \end{cases} \quad \omega_1 > 0 \tag{25}$$

を採用する。この窓関数は $t=0$ で連続なためフィルタ出力の包絡線がなめらかになる利点をもつ。また $w_1''(t)$ までフーリエ変換可能である。一方、式(12)より $w_2(t)$ は、

$$w_2(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ t^4 e^{-2\omega_1 t} & (t \geq 0) \end{cases} \tag{26}$$

となる。また式(21), (24)より、 $h_1(t)$ から $h_5(t)$ までは以下ようになる。

$$\left\{ \begin{aligned}
 h_1(t) &= (2 - \omega_1 t)t^3 e^{-2\omega_1 t} \\
 h_2(t) &= (4 - 4\omega_1 t + \omega_1^2 t^2)t^2 e^{-2\omega_1 t} \\
 h_3(t) &= (2 - 4\omega_1 t + \omega_1^2 t^2)t^2 e^{-2\omega_1 t} \\
 h_4(t) &= (4 - 10\omega_1 t + 6\omega_1^2 t^2 - \omega_1^3 t^3)t e^{-2\omega_1 t} \\
 h_5(t) &= (4 - 16\omega_1 t + 20\omega_1^2 t^2 - 8\omega_1^3 t^3 + \omega_1^4 t^4)e^{-2\omega_1 t}
 \end{aligned} \right. \tag{27}$$

さて非定常過程を $x(t)$ とし、 T_{sec} ごとのサンプル値を $x(n)$ と表示する。式(22), (23)の計算に必要なデジタルオペレーションとして微分と平滑化がある。

5.1 微分フィルタ

微分フィルタに関しては数値計算における差分公式を利用したり、あるいはデジタルフィルタの理論を適用した設計例がある⁶⁾。ここではできるだけ次数が低く、かつ微分機能として働く周波数範囲が広いデ

ジタル微分フィルタを設計した⁷⁾。方法としては Newton-Cotes の数値微分公式を補正し、できるだけ広帯域にわたってその利得特性が直線になるようにした。すなわち、微分フィルタの伝達関数 $H_D(j\omega)$ を次式で近似する。

$$\begin{aligned}
 H_D(j\omega) &= jq \left(\sin \omega T - \frac{1}{8} \sin 2\omega T + p \tan \frac{\omega T}{2} \right) \\
 &\quad \times \frac{1 + e^{-j\omega T}}{1 + e^{-\alpha T - j\omega T}}
 \end{aligned} \tag{28}$$

ここで q, p, α は適当な正数であり、 $|H_A(j\omega)| \doteq \omega$ に近くなるように値を設定する。 $H_D(j\omega)$ を z 表示すると、

$$\bar{H}_D(z^{-1}) = \frac{\sum_{n=0}^5 a_n z^{-n}}{1 + b_1 z^{-1}} z^2 \tag{29}$$

となる。ただし、

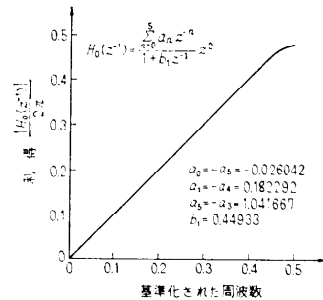


図 1 微分フィルタの利得特性
Fig. 1 Amplitude Characteristic of Digital Differential Filter.

$$\begin{cases} a_0 = -a_5 = -q/16, & a_1 = -a_4 = 7q/16 \\ a_2 = -a_3 = (p+1)/2, & b_1 = e^{-\alpha T} \end{cases}$$

である。 $q=1/2.4$, $p=4.0$, $\alpha T=0.8$ にとったときの $|\bar{H}_D(z^{-1})|$ の特性は図 1 のようになる。折り曲げ周波数 $1/2T$ の 9 割まではほぼ直線とみなすことができる。したがって入力系列 $x(l)$ とその微分系列 $x'(l)$ とは、次式の差分方程式 (デジタルフィルタ) で関連づけることができる。

$$x'(l) = \sum_{n=0}^5 a_n x(l-n) - b_1 x(l-1) \tag{30}$$

5.2 平滑化フィルタ

式(11), (22), (23)における重畳積分は、一種の低域フィルタによる平滑化とみなされ、デジタルフィルタによって計算することができる。それらのデジタルフィルタの伝達関数は、おのおののインパルス応答から標準 z 変換法によって得ることができる。インパルス応答 $w_2(t)$, $h_i(t)$ ($i=1, \dots, 5$) はすべて

表1 デジタルフィルタ $\bar{W}_2(z^{-1})$, $\bar{H}_i(z^{-1})$, ($i=1, \dots, 5$) の係数
Table 1 Coefficient Value of Digital Filter $\bar{W}_2(z^{-1})$, $\bar{H}_i(z^{-1})$, ($i=1, \dots, 5$)

係数 フィルタ	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
共通	$-5e^{-2\omega_1 T}$	$10e^{-4\omega_1 T}$	$-10e^{-6\omega_1 T}$	$5e^{-8\omega_1 T}$	$-e^{-10\omega_1 T}$
B _i はすべてのフィルタについて共通					
係数 フィルタ	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
\bar{W}_2	0	$T^4 e^{-2\omega_1 T}$	$11T^4 e^{-4\omega_1 T}$	$11T^4 e^{-6\omega_1 T}$	$T^4 e^{-8\omega_1 T}$
H_1	0	$T^3(2-\omega_1 T)e^{-2\omega_1 T}$	$T^3(6-11\omega_1 T)e^{-4\omega_1 T}$	$-T^3(6+11\omega_1 T)e^{-6\omega_1 T}$	$-T^3(2+\omega_1 T)e^{-8\omega_1 T}$
H_2	0	$T^2(4-4\omega_1 T+\omega_1^2 T^2)e^{-2\omega_1 T}$	$-T^2(2+12\omega_1 T-11\omega_1^2 T^2)e^{-4\omega_1 T}$	$-T^2(2-12\omega_1 T-11\omega_1^2 T^2)e^{-6\omega_1 T}$	$T^2(2+4\omega_1 T+\omega_1^2 T^2)e^{-8\omega_1 T}$
H_3	0	$T(4-10\omega_1 T+6\omega_1^2 T^2-\omega_1^3 T^3)e^{-2\omega_1 T}$	$-T(12-10\omega_1 T-18\omega_1^2 T^2+11\omega_1^3 T^3)e^{-4\omega_1 T}$	$T(12+10\omega_1 T-18\omega_1^2 T^2-11\omega_1^3 T^3)e^{-6\omega_1 T}$	$-T(4+10\omega_1 T+6\omega_1^2 T^2+\omega_1^3 T^3)e^{-8\omega_1 T}$
H_4	4	$-(16+16\omega_1 T-20\omega_1^2 T^2+8\omega_1^3 T^3-\omega_1^4 T^4)e^{-2\omega_1 T}$	$(24+48\omega_1 T-20\omega_1^2 T^2-24\omega_1^3 T^3+11\omega_1^4 T^4)e^{-4\omega_1 T}$	$-(16+48\omega_1 T+20\omega_1^2 T^2-24\omega_1^3 T^3-11\omega_1^4 T^4)e^{-6\omega_1 T}$	$(4+16\omega_1 T+20\omega_1^2 T^2+8\omega_1^3 T^3+\omega_1^4 T^4)e^{-8\omega_1 T}$

$t^m e^{-2\omega_1 t}$ なる項の線形結合で表わされるので、 $w_2(t)$, $h_i(t)$ の z 変換 $\bar{W}_2(z^{-1})$, $\bar{H}_i(z^{-1})$ はすべて、

$$1 + \sum_{i=1}^5 B_i z^{-i} \quad (31)$$

なる形で表現できる。ここで B_i はおのおののフィルタについて共通である。これらの係数の値を表1に示す。したがって、たとえば式(11)の計算において、 $t=lT$ における $P(t)$ の値 $P(l)$ は、

$$P(l) = \sum_{i=0}^4 A_i [x(l-i)]^2 - \sum_{i=0}^5 B_i P(l-i) \quad (32)$$

なる差分方程式で求めることができる。以上のことから $t=lT$ における短時間平均周波数 $\nu(l)$, 短時間分散周波数 $\gamma(l)$ を計算できる。計算の過程をまとめると、図2のようになる。

6. 処理例

本章ではモデル的な非定常波形から前述のパラメータ $\nu(l)$, $\gamma(l)$ を計算した処理例について示す。そのような過程として、白雑音を帯域フィルタに通し、その帯域フィルタの中心周波数や帯域幅を時間とともに変動させて得られる波形を用いた。サンプリングタイム T として 2.5 msec でその波形を A-D 変換して得られる系列を $x(l)$ とする。ここではそのような系列

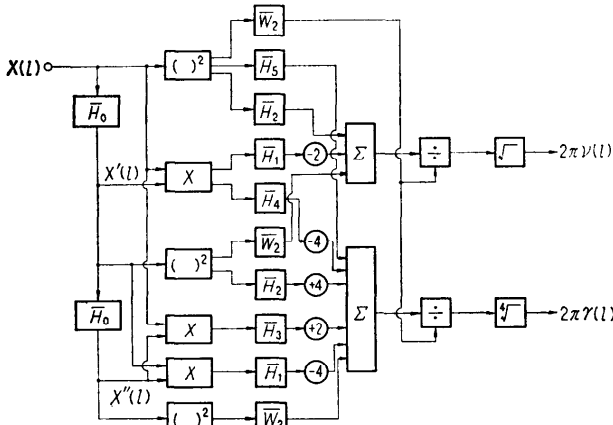


図2 $\nu(l)$, $\gamma(l)$ 計算のためのブロック図
Fig. 2 Block-diagram for calculation of $\nu(l)$, $\gamma(l)$.

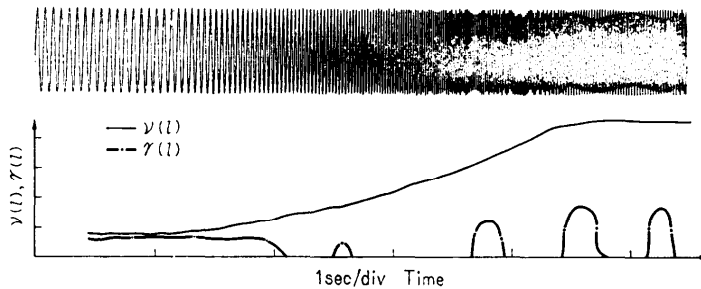


図3 例 i) の波形とその短時間平均周波数 $\nu(l)$ 短時間分散周波数 $\gamma(l)$ の計算例
Fig. 3 Example i) Short-Time Average Frequency $\nu(l)$, Short-Time Variance Frequency $\gamma(l)$.

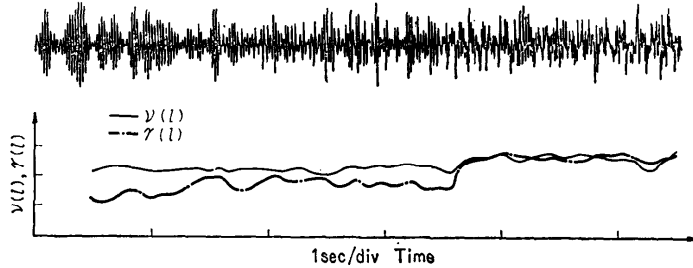


図 4 例 ii) の波形とその短時間平均周波数 $\nu(l)$, 短時間分散周波数 $\gamma(l)$ の計算例
 Fig. 4 Example ii) Short-Time Average Frequency $\nu(l)$ short-time variance Frequency $\gamma(l)$.

$x(l)$ として 4 例について紹介し、それぞれ i), ii), iii), iv) で表わす。以下にそれらの波形と処理結果を示す。なお、 $\omega_1 T/2\pi = 0.005$ としている。

i) の波形は図 3 上段のようであり、正弦波の周波数が時間とともに高い周波数のほうへ推移していく波形である。その特徴は図 3 下段の $\nu(l)$ (実線) の計算結果に表われている。この波形は帯域幅がほとんど無視しうるほど小さい波形であり、そのため $\gamma(l)$ (1 点鎖線) の計算値は後の例にくらべて小さくなっており、また数値計算の誤差から負の値をとることもある。後半の周波数が高い領域で $\gamma(l)$ が不規則な値をと

ているのは別名誤差に由来すると考えられる。

ii) の波形は図 4 に示してあり、この波形は中心周波数を固定し、帯域幅を時間とともに段階的に広くした例である。したがって、 $\nu(l)$ はほぼ一定値をとっており、また $\gamma(l)$ は帯域幅に伴って変化していることがわかる。とくに後半の白雑音に近い領域では帯域幅が広いので $\gamma(l)$ と $\nu(l)$ はほぼ同じ値となっている。

iii) の波形は図 5 のように帯域幅を一定とし(ii)の波形の中央部と同じ帯域幅)、中心周波数を時間とともに高いほうへ推移させ、その後再び低いほうへ推移させた例である。 $\nu(l)$ はその中心周波数の変動を特徴

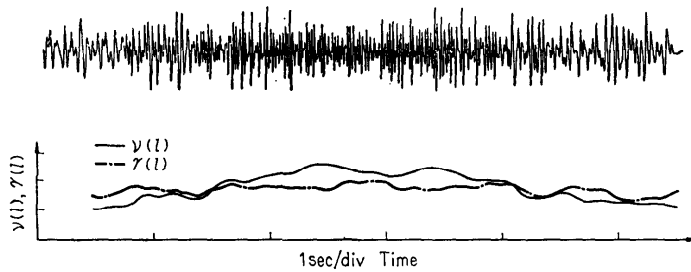


図 5 例 iii) の波形とその短時間平均周波数 $\nu(l)$, 短時間分散周波数 $\gamma(l)$ の計算例
 Fig. 5 Example iii) Short-Time Average Frequency $\nu(l)$, Short-Time Variance Frequency $\gamma(l)$.

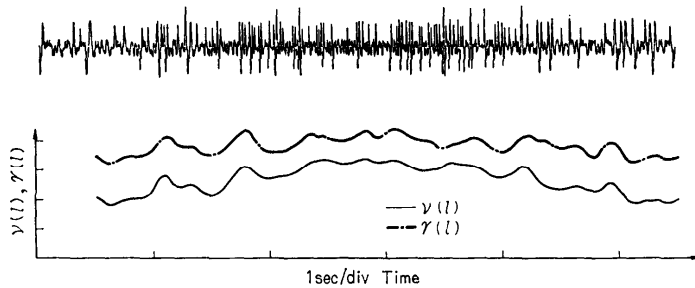


図 6 例 iv) の波形とその短時間平均周波数 $\nu(l)$, 短時間分散周波数 $\gamma(l)$ の計算例
 Fig. 6 Example iv) Short-Time Average Frequency $\nu(l)$, Short-Time Variance Frequency $\gamma(l)$.

づけている。また $\gamma(l)$ はほぼ一定値をとっており、帯域幅を固定させた波形であることを表わしている。

図6はiii)の波形にインパルス状の雑音を散発的に重畳させた例である。そのため $\nu(l)$, $\gamma(l)$ は全体としてレベルは高くなっているが、 $\nu(l)$ はiii)の場合と同様に中心周波数の変動を表わしている。また $\gamma(l)$ は $\nu(l)$ より大きな値をとっており、帯域幅の広い波形であることを表わしている。

このように、 $\nu(l)$ は非定常過程の中心周波数が時間的にどのように推移していくかを表わしており、また $\nu(l)$ と $\gamma(l)$ の比によって、図3~図6にあげたようないろいろな波形について、その特徴を識別することができる。

7. あとがき

本研究では非定常確率過程における周波数分布の時間的変動を表わす特徴パラメータとして、短時間平均周波数、短時間分散周波数を導入し、それらのパラメータをデジタル計算機で抽出するための手法を示した。また実際にその手法をモデル的な非定常過程に適用した結果を示した。非定常波形のパターン認識には、通常、振幅、包絡線とパワーの時間的変動が利用されるが、本論文で定義した短時間平均周波数や短時間分散周波数の計算によってさらに詳細に波形の特徴を抽出できることがわかった。生体信号などから周波数に関する情報を抽出することが目的の処理に対して、この方法は有用となる。

また、本研究では短時間平均周波数や短時間分散周波数を厳密に求めるためのデジタル処理法を与えているが、実際の処理にあたってはもっと簡略化した計算法で、これらのパラメータに相当する量を得ることもできる。これらの処理法ではデジタルフィルタの適用によって、計算機の記憶容量を大幅に節約して計算できる。またアナログ回路に比較して計算精度がよいことや、非線形演算も容易にできることから、特殊用途の計算機としてハードウェア的にこれらのシステムを構成し、処理能力を向上することが期待できる。

おわりに、本研究に関して討論くださった名古屋大学工学部電気工学科第2講座の皆様へ深く感謝します。

参考文献

- 1) R. B. Blackman and J. W. Tukey: The measurement of power spectra, Dover Publications Inc., New York, 1959.

- 2) 磯部孝編: 相関関数およびスペクトル, 東京大学出版会, 1967.
- 3) R. M. Fano: Short-time autocorrelation functions and power spectra, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 22, No. 5, 1950.
- 4) J. L. Flanagan: Speech analysis, synthesis and perception, Springer-Verlag, 1965.
- 5) S. O. Rice: Mathematical analysis of random noise, Bell Syst. Tesh. J., Vol. 24, 1945.
- 6) J. F. Kaiser: Digital Filters, ch 7 in System analysis by digital computer, F. F. Kuo and J. F. Kaiser, Eds., John Wiley, New York, 1966.
- 7) 船田哲男, 池谷和夫: デジタル微分フィルタについて, 電子通信学会論文誌 C, Vol. 54-C, No. 2, 1971.

付録 本文式(12)の導出

式(10), (6)によると,

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, t) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) w_1(t-\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \right|^2 \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \int_{-\infty}^{\infty} d\omega'' X(j\omega') X(j\omega'') \\ &\quad e^{j(\omega'+\omega'')t} \int_{-\infty}^{\infty} W_1(-j[\omega-\omega']) \\ &\quad W_1(j[\omega+\omega'']) d\omega \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

ただし,

$$\begin{aligned} W_1(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} w_1(t) e^{-j\omega t} dt, \\ X(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \end{aligned}$$

である。一方、式(11)によると,

$$\begin{aligned} P(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} [x(s)]^2 w_2(t-s) ds \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \int_{-\infty}^{\infty} d\omega'' X(j\omega') X(j\omega'') \\ &\quad \cdot W_2(j[\omega'+\omega'']) e^{j(\omega'+\omega'')t} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

となる。式(A.1)と(A.2)が等しくなるためには,

$$\begin{aligned} &W_2(j[\omega'+\omega'']) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_1(-j[\omega-\omega']) W_1(j[\omega+\omega'']) d\omega \end{aligned}$$

あるいは,

$$W_2(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_1(j\bar{\omega}) W_1(j[\omega-\bar{\omega}]) d\bar{\omega} \quad (\text{A.3})$$

であればよい。時間関数にもどすと式(A.3)は,

$$w_2(t) = [w_1(t)]^2$$

となって本文式(12)を得る。(昭和46年6月22日受付)