

共和分を利用した株式テクニカル投資戦略

佐々木 豊史¹ 宮崎 浩一^{1,a)}

受付日 2011年11月4日, 再受付日 2011年12月3日,
採録日 2011年12月16日

概要: 本研究では, 株式市場がランダムウォークに従うときにでもテクニカル戦略を有効にするアプローチとして, 共和分を利用して定常な株式ポートフォリオを構築する手法を提案し, 収益の生成メカニズムに関して検証する. 実証分析において, 33 業種ある東証業種別株価指数を用いて提案手法による定常なポートフォリオを構築しテクニカル戦略を適用したところ期待値でみると収益が有意に正となっていることを確認した. さらに, ポートフォリオの収益性が負となる場合の要因分析も行った.

キーワード: 共和分分析, テクニカル投資, 株式市場

A Simple Technical Equity Investment Strategy Using Cointegration

TOYOFUMI SASAKI¹ KOICHI MIYAZAKI^{1,a)}

Received: November 4, 2011, Revised: December 3, 2011,
Accepted: December 16, 2011

Abstract: We provide a simple cointegration-based equity portfolio construction method to make the portfolio to be stationary and the technical strategy for the portfolio to be effective even in the market condition such that individual equity follows random walk and the technical strategy for the equity is unprofitable. In addition, we attempt to examine the profit generating mechanism related to the stationary or non-stationary nature of the equity process. In the empirical analyses using 33 kinds of Tokyo Stock Exchange industry-by-industry stock index, we found that the expected profit by applying the technical strategy to the index portfolio constructed by our method is positive. In addition, we discuss the background reason why some of the portfolios generate losses.

Keywords: cointegration analysis, technical investment, equity market

1. はじめに

株式市場を対象とした投資戦略には, 大きく分けてファンダメンタル戦略とテクニカル戦略 (詳しくは合竇ら [6] を参照) とがある. 前者は, 財務分析などに基づいて企業価値を分析し現在の時価対比で割高割安を判断のうえ投資を行う戦略である. 後者は, 過去の株価チャート (株価を時系列的プロットしたもの) の特徴に基づいて将来を予測するような手法である. よって, テクニカル戦略の方が, ファンダメンタル戦略よりも統計的手法に関連が深い投資戦略といえる.

本研究は, テクニカル戦略に共和分分析という統計的手法を応用する研究である. 統計的観点から, 将来の株価がランダムウォークに従うなら, テクニカル戦略から収益を長期的・安定的にあげるのは難しい. 一方, 将来の株価がランダムウォークではなく, 何らかの確率過程に従っているならその確率過程の特徴を的確にとらえたテクニカル戦略を採用することで収益をあげることが可能である. 著名なテクニカル戦略の1つに, ボリンジャーバンド戦略 (以下 BOL 戦略と呼ぶ) がある. この BOL 戦略におけるボリンジャーバンドのオリジナルな活用法は, 順張り指標としてのものである*1逆張りの (株価が低下したら売られず

¹ 電気通信大学
The University of Electro-Communications, Chofu, Tokyo
182-8585, Japan

a) miyazaki@se.uec.ac.jp

*1 発案者ジョン・ボリンジャー氏によると, ボリンジャーバンドは中心線を短期線 (20 日ないし 25 日線) でとった場合, 「順張り指標」として推奨している (例, $+2\sigma$ を終値で上方ブレイクしたらロング). 要するにトレンドフォローで用いることで, 利益を最大限に拡大させることがポイントとしている.

ぎと判断してロング、上昇したら買われすぎと判断してショート)に利用する仕方は、(1)各時点において、その時点から過去の一定期間における平均と標準偏差を求め、(2)この平均値に標準偏差の定数倍を足した値と引いた値をバンドとして割高・割安の判断基準に利用し、(3)下のバンドを下回れば売られすぎとしてロングし、将来時点においてその時点から過去の一定期間における平均を上回れば売られすぎが修正されたと思なして買い戻す手法である。

株価の従う確率過程が平均回帰的であれば、たとえば、株価が十分に低下した場合には売られすぎと判断することができるので、その時点で株式を購入すれば平均回帰性による株価の上昇が期待できるから、逆張りのBOL戦略を採用することで収益をあげることが可能である。しかし、株価の従う確率過程がランダムウォークであれば、株価が十分に低下してもどの水準であれば売られすぎといえるかについての判断基準が得られないため、BOL戦略を逆張りの採用しても収益を生み出す統計的なメカニズムがない。このような議論は、株価の従う確率過程として自己回帰過程を想定した場合に、それが定常であるか非定常であるかに基づいて整理することができる。自己回帰過程が定常であれば、株価の平均回帰性からBOL戦略が効果的となるが、非定常の場合には株価はランダムウォークに従うと見なされるため^{*2}、BOL戦略から収益を生み出すのは難しい。これまでの実証研究から、株価自体は、長期間にわたってみると非定常であり、おおむねランダムウォークに従う^{*3}ことが広く知られている。よって、株価の過去の推移に基づくテクニカル戦略から長期間にわたって安定的な収益を生み出すことは難しい。通常、テクニカル戦略は過去のチャートに基づいて短期的なトレンドの発生を見抜くなど株価がランダムウォークから乖離するような株式相場を見抜くうえで有効な分析ツールを提供している。本研究では個別の株価が長期的に非定常過程に従う場合でも、いくつかの株式をあるウェイトでロング・ショートして構築したポートフォリオであれば定常過程に従う可能性に着目する。つまり、BOL戦略を長期間にわたって逆張りの採用した場合においても収益を生み出すことができるような統計的メカニズムを持つポートフォリオを構築しようと試みる。このポートフォリオを構築する際に、各銘柄を組み込むウェイトを決定するために必要な統計的ツールが共和分なのである。本研究では、株式市場がランダムウォー

クに近い確率過程に従う場合には既存のBOL戦略を長期間にわたって単純に適用するのでは収益が得られにくいいため、共和分を利用した株式ポートフォリオに対してテクニカル投資戦略を適用し、共和分を利用せずにBOL戦略を適用した場合とパフォーマンスの比較を行い、その収益メカニズムとの因果関係を考察する。

共和分分析の適用は、これまで、非定常なマクロ経済指標間における長期的な関係を探ることを目的にマクロ経済の計量分析の分野で多くなされてきたが(副島[8]、高橋[9]、加藤[5]、井口[2]、早川ら[13]、原田[12]など)、金融市場への適用はそれほど多くない。金融市場へ共和分分析を適用したのものとしては、現実株価と理論株価に関して共和分を検討した浅子ら[1]、利子率の期間構造と市場の効率性を検証した釜江[7]や伊藤[3]、日本の商品先物市場に関する価格連動性を調べた伊藤[4]、共和分を用いてグローバル市場の長期的価格形成効果を考察した花田[11]がある。しかしながら、株式テクニカル戦略への応用に関する研究は見あたらず、本研究は、共和分分析のBOL戦略への適用手法を与え、その収益メカニズムを検証した点において新規性があるといえる。

本論文の構成は以下のとおり。次章では、BOL戦略とその統計的側面について述べる。3章では、共和分を利用したテクニカル戦略を提案する。4章では、実証分析を行う。最終章では、まとめと今後の課題について述べる。

2. ボリンジャーバンド戦略とその統計的側面

2.1 ボリンジャーバンド戦略の収益生成メカニズム

BOL戦略の概要に関して前章で述べたが、ここでは図1を用いてより具体的にBOL戦略のメカニズムを確認する。図1は、株価の推移とBOL戦略で利用する各時点における株価の平均値、上下のバンドの推移を合わせて示したものである。図1の時点①では、株価は上側バンドを超えているため買われすぎと判断しショートする。その後、株価が下落し平均値を下回る時点②で買い戻すことで収益が発生することが分かる。また、時点③～時点④、時点⑤～時点⑥でも同様にして収益が発生することが分かる。時点⑦では、株価は下側バンドを超えているため売られ

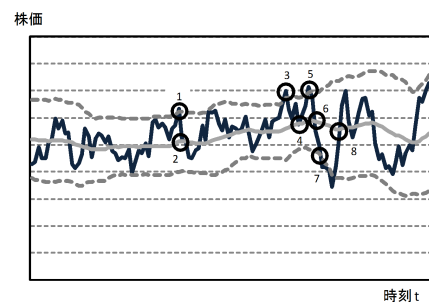


図1 ボリンジャー戦略(株価が定常な場合)
Fig. 1 Bollinger Band Strategy (Case of $\varphi < 1$).

*2 ここでは、株価過程を自己回帰過程でモデル化(式(4))する場合に、自己回帰係数が1であるとする帰無仮説が棄却されなければ株価過程がランダムウォークに従うと見なされることを意味しており、株価プロセスのモデル化としてランダムウォークが適切であることを主張するものではない。以下の本文中の記述も同様である。

*3 厳密には、株価プロセスはランダムウォークの連続型であるブラウン運動にジャンプを加えたジャンプ拡散過程や確率ボラティリティモデルに近いこと(宮崎[15]、田中ら[10]などを参照されたい)、また、株価変動の分布はファットテイルな分布に従う(増川ら[14]を参照されたい)ことなどが知られている。

すぎと判断しロングする。その後、株価が上昇し平均値を上回る時点⑧で売却することで収益が発生することが分かる。以下、同様にして株価の従う確率過程が図1に示すようなものであれば、BOL戦略を逆張りの採用すれば収益を生み出すことが確認できる。

2.2 収益生成メカニズムの統計的側面

BOL戦略で用いる将来時点における株価の平均値や上下のバンドが、(A)トレンドを持たない、(B)極端に大きく変動しない、場合には2.1節で確認したようにBOL戦略を逆張りの採用すれば収益を生み出すことができる。このような株価時系列データに関する(A)、(B)の条件は、式(1)~式(3)にある定常性の条件と密接に関連付けられる。

$$E(y_t) = \mu < \infty \tag{1}$$

$$var(y_t) = \gamma(0) < \infty \tag{2}$$

$$cov(y_t, y_{t-s}) = \gamma(s) \quad (s = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots) \tag{3}$$

これらの条件は、株価過程の平均(式(1))、分散(式(2))、よって標準偏差も)および自己共分散(式(3)、2時点の差sのみに依存)は、いずれも時刻tに依存しないものである。

株価時系列データ y_t が1次の自己回帰モデル(式(4))に従うことを想定して、どのような場合に、株価時系列データが定常となるかについて整理する。

$$y_t = c + \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{4}$$

ここで、誤差項 ε_t は、 $E(\varepsilon_t) = 0, E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2, E(\varepsilon_t \varepsilon_\tau) = 0, t = 0, 1, 2, \dots, n, t \neq \tau$ とする。このとき、式(4)の自己回帰係数 φ が $|\varphi| < 1$ を満たすならば、1次の自己回帰モデル(式(4))は、

$$\mu = E[y_t] = \frac{c}{1-\varphi} < \infty \tag{5}$$

$$\gamma(0) = E[(y_t - \mu)^2] = \frac{\sigma^2}{1-\varphi^2} < \infty \tag{6}$$

$$\gamma(j) = E[(y_t - \mu)(y_{t-j} - \mu)] = \frac{\varphi^j \sigma^2}{1-\varphi^2} < \infty \tag{7}$$

を満たし、株価時系列は定常であることが確認できる。図1に示した模式図は、式(4)で $c = 2, \varphi = 0.8, \sigma = 1$ とした自己回帰モデルに基づく株価のサンプルパスから作成したものである。

次に、式(4)の自己回帰係数 φ が $\varphi = 1$ を満たす(時系列モデルが単位根を持つ)場合について考える。このとき、式(4)は、

$$y_t = c + y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{8}$$

となり、式(8)に時刻をずらした関係式を逐次代入することで、

$$y_t = ct + y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \tag{9}$$

を得る。さらに、初期値 y_0 を定数項 c_0 とその誤差項 ε_0 を用いて $y_0 = c_0 + \varepsilon_0$ と表現することによって、式(9)は、

$$y_t = c_0 + ct + \sum_{i=0}^{t-1} \varepsilon_i + \varepsilon_t \tag{10}$$

となる。ここで、式(10)の第三項を

$$\eta_{t-1} = \sum_{i=0}^{t-1} \varepsilon_i \tag{11}$$

とおくと、 η_{t-1} は和分過程と呼ばれるランダムウォークを表し、t個の正規乱数の和となっているから、その分散 $V(\eta_{t-1})$ は $V(\eta_{t-1}) = t\sigma^2$ となる。よって、自己回帰係数 φ が $\varphi = 1$ を満たす場合には、式(4)や式(10)から株価時系列 y_t の平均や分散は一定ではなく増加する、つまり、先の(A)、(B)の条件をとともに満たさなくなることが分かる。

式(8)に従うような時系列はその階差をとると、 $\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = c + \varepsilon_t$ となるため定常過程 $I(0)$ に従う。このように1階の差分をとったものが $I(0)$ に従う時系列を階差定常 $I(1)$ という。

ここで、株価時系列が単位根を持つ場合に、2.1節で確認したBOL戦略の収益生成メカニズムがどのようなようになるか確認する。図2の模式図は、式(4)で $c = 0.1, \varphi = 1, \sigma = 2$ とした自己回帰モデルから生成した株価のサンプルパスとBOL戦略の指標を示したものである。株価のサンプルパスは図1とは大きく異なり、BOL戦略の有効性も低下することが分かる。実際、図2の時点①では、株価は下側バンドを超えているため売られすぎと判断しロングする。その後、株価が上昇し平均値を上回る時点②で売却することで収益が得られることが分かる。また、時点③では、株価は上側バンドを超えているため買われすぎと判断しショートする。その後、株価が上昇した後で平均値を下回る時点④で買い戻すことになるので大きな損失が発生する。株価の従う確率過程が図2に示すようなものであれば、BOL戦略を逆張りの採用しても必ずしも収益が得られるわけではないことが確認できる。

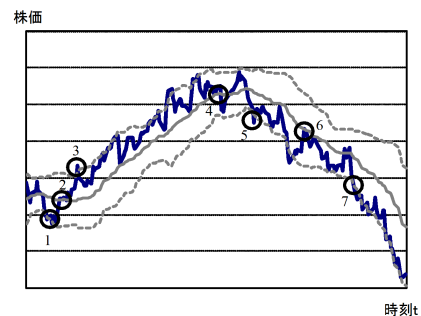


図2 BOL戦略(単位根を持つ場合)
Fig. 2 Bollinger Band Strategy (Case of $\varphi = 1$).

3. 共和分を利用した株式テクニカル戦略

3.1 共和分とは

株価時系列 x_t と y_t がともに和分過程つまり $I(1)$ に従い、さらに、 y_t の x_t による回帰式 $y_t = \beta x_t + u_t$ において誤差項 u_t が定常である場合、和分変数間に定常な線形関係が見出されることになり、これを共和分という。

株価時系列 x_t と y_t が1次のベクトル自己回帰モデルに従っているものとして、2変数の共和分を考える。 $\mathbf{z}_t = \begin{pmatrix} x_t & y_t \end{pmatrix}^t$ とおくと、1次のベクトル自己回帰モデルは、

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{A}\mathbf{z}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (12)$$

と表せる。この両辺から \mathbf{z}_{t-1} を引いて、

$$\Delta\mathbf{z}_t = (\mathbf{A} - \mathbf{I})\mathbf{z}_{t-1} + \varepsilon_t = \mathbf{\Pi}\mathbf{z}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (13)$$

を得る。 $x_t, y_t \sim I(1)$ であることから、 $\Delta\mathbf{z}_t \sim I(0)$ となり、式(13)の左辺が $I(0)$ に従うことが分かる。また、式(13)の誤差項 ε_t も $I(0)$ に従うので、式(13)の両辺のバランスをとるためには、 $\mathbf{\Pi}\mathbf{z}_{t-1}$ が $I(0)$ でなければならない。これは、共和分回帰 $y_t = \beta x_t + u_t$ において誤差項 u_t が定常であれば、 $\mathbf{\Pi}$ 行列に共和分回帰の情報が含まれ式(13)が、

$$\Delta\mathbf{z}_t = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\beta & 1 \end{bmatrix} \mathbf{z}_{t-1} + \varepsilon_t = \alpha\beta'\mathbf{z}_{t-1} + \varepsilon_t \quad (14)$$

と表され $\mathbf{\Pi}\mathbf{z}_{t-1}$ や $\alpha\beta'\mathbf{z}_{t-1}$ が定常となる。式(13)から式(14)の導出の詳細に関しては、森棟 [13] を参照されたい。

Remark:

上記では、共和分回帰 $y_t = \beta x_t + u_t$ において誤差項 u_t が定常である場合において $\mathbf{\Pi}\mathbf{z}_{t-1}$ が $I(0)$ となることを示したが、必ずしも共和分回帰が存在し、 $\mathbf{\Pi}\mathbf{z}_{t-1}$ が $I(0)$ となるわけではない。この点に関して、 $\mathbf{\Pi}$ 行列の固有値に着目したヨハンセンによる検定手法がある。本節のケースでは、 $\mathbf{\Pi}$ 行列は2行2列の行列であるから、固有値の数は2, 1, 0のいずれかである。固有値の数が2, つまり $\mathbf{\Pi}$ 行列がフルランクの場合には、式(8)は水準 \mathbf{z}_t に関する通常のVARモデルであり、このときは \mathbf{z}_t が $I(0)$ でなければならない。逆に、固有値の数が0と $\mathbf{\Pi}$ 行列のランクが0の場合には、式(13)は差分 $\Delta\mathbf{z}_t$ に関するVARモデルであり、株価の水準をベースとした取引戦略を見つけることが困難となる。共和分分析がテクニカル投資戦略において有用となるのは、 $\mathbf{\Pi}$ 行列の固有値の数が1となる場合、つまり、式(13)が式(14)のように分解可能な場合である。

3.2 共和分を用いた株式テクニカル戦略

共和分の考え方を利用すれば、株価時系列 x_t と y_t がと

もに非定常過程、特に、和分過程 $I(1)$ に従う場合であっても、つまり、図2に示したようにBOL戦略から収益をあげるのが困難な場合であっても、株式 y_t を1単位ロングして株式 x_t を β 単位ショートするような共和分を用いたポートフォリオ（以下共和分ポートフォリオと呼ぶ）を構築すれば、そのポートフォリオは定常過程 $I(0)$ に従うため、図1に示したようにBOL戦略から収益を得ることが可能となる。

ここまで、株価時系列として2銘柄の場合を例として、共和分の考え方やその株式テクニカル戦略への適用について述べてきたが、3銘柄以上への拡張も可能である。4章では、ポートフォリオに組み込む銘柄として3銘柄を対象とし、株価時系列モデルとして2次のベクトル自己回帰モデルを想定した実証分析を試みるため、この場合に関して3.1節で示した2銘柄のケースと対応させて示す。

x_t, y_t に加えて z_t も和分過程 $I(1)$ に従い、誤差項 u_t, w_t が定常となる共和分回帰 $y_t = \beta x_t + \gamma z_t + u_t, x_t = \delta z_t + w_t$ が存在するものとする。 $\mathbf{z}_t = \begin{pmatrix} x_t & y_t & z_t \end{pmatrix}^t$ とおくと2次のベクトル自己回帰モデルは、

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{A}_1\mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{A}_2\mathbf{z}_{t-2} + \varepsilon_t \quad (15)$$

となる。3.1節と同様の手順を経ると、式(15)は、

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{z}_t &= \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\beta & 1 & -\gamma \\ 1 & 0 & -\delta \end{bmatrix} \mathbf{z}_{t-1} \\ &\quad - \mathbf{A}_2\Delta\mathbf{z}_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= \alpha\beta'\mathbf{z}_{t-1} - \mathbf{A}_2\Delta\mathbf{z}_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (16)$$

となる。よって、3銘柄からなるポートフォリオを構築する際には、株式 y_t を1単位保有して株式 x_t を β 単位売却し、株式 z_t を γ 単位売却するようなポートフォリオを構築すればよい。

4. 実証分析

4.1 データと分析設定

実証分析において利用するデータは、東証一部上場株式で構成される東証業種別株価指数（33業種）の1999年10月29日から2010年2月1日までの日次データである。前半の5年間のデータをモデルのパラメータ推定期間として利用し、後半の5年間のデータをテクニカル戦略のパフォーマンス測定期間として利用する。実証分析では3章までで用いた「銘柄」を「指数」と読み替えることになる。

東証業種別株価指数を対象としたBOL戦略の分析設定としては、パフォーマンス測定期間の各時点において、過去5年間の指数の平均値と標準偏差を求めたうえで、平均から1.5標準偏差（または、2.0標準偏差）プラス（マイナス）に乖離したところで、指数をショート（ロング）し、平均まで戻れば反対売買を行うような分析設定を採用する。

また、損切りルールとして、ロング（ショート）時の株価から1標準偏差の損失が発生する場合はいったん反対売買を行い、ここまでの取引に関しては損失を確定するが、その後は引き続きBOL戦略を採用する。このように損切りルールを導入する理由は、BOL戦略が想定どおりにうまく機能しないときには損失を計上しBOL戦略の失敗として認識するためである。バンド幅を1.5標準偏差（あるいは2.0標準偏差）にとってBOL戦略を行うときは、指数が定常性を満たすなら、バンド幅を超えればスムーズに平均まで戻れることを想定している。BOL戦略が想定どおりにいかず1標準偏差の損失が発生するまで想定外の動きをした場合には、損切りルールを導入することで戦略の失敗を認識することができる。損切りルールを設定しないなら、BOL戦略が想定どおりにいかない場合（つまり、平均まで戻る過程で許容不可能な水準まで損失が発生している）でも、最終的に指数が平均まで回帰して収益が得られるならBOL戦略が効果的であると見なすことになる。また、損切りルールの設定は、本来、指数が平均まで戻る過程でどの程度の水準まで損失が発生するときに投資家が想定外と判断するかに依存するものであるが、ここでは単純に1標準偏差とした。

33業種ある各業種を対象にBOL戦略のパフォーマンスを測定するのであるが、業種ごとに指数の大きさがまちまちであるため、単純に収益を比較することはできない。そこで、初期の基準額を10,000と定め、ある業種の指数が100であれば100単位分のロング（ショート）を行い、別の業種の指数が200であれば50単位分のロング（ショート）を行う形で、初期の投資可能額10,000から取引可能な単位数を算出し、この単位数に基づいてスケーリングを行い、収益を業種間で比較可能なものにする。

共和分を用いたポートフォリオは、いずれもその構築法から定常となることが期待されているため、パラメータ推定期間における共和分ポートフォリオの平均と標準偏差を固定して、パフォーマンス測定期間において、固定した平均から1.5標準偏差（または、2.0標準偏差）プラス（マイナス）に乖離したところで、共和分ポートフォリオをショート（ロング）し、平均まで戻れば反対売買を行うようなテクニカル戦略を採用する。損切りルールはBOL戦略と同じである。

共和分ポートフォリオは、33業種から3業種選択した5,456通りのポートフォリオから、共和分分析を実行して共和分回帰係数が得られる組合せの数だけ構築することができる。BOL戦略のパフォーマンス測定と同様に、ここでも各共和分ポートフォリオの大きさがまちまちであるため、単純に収益を比較することはできない。共和分ポートフォリオを対象とするテクニカル戦略のパフォーマンスを測定する際は、よりいっそうの注意を要する。ポートフォリオを構築する際のウエイトは共和分回帰係数に依存して

いるため、ロングする指数とショートする指数から構築され、共和分ポートフォリオの大きさ（金額）は相当に小さくなるケースが生じる。たとえば、ポートフォリオの金額が10となる場合には、基準額10,000で計算すると1,000単位分の取引を行うことになる。しかし、各指数を構成する個別銘柄の流動性を勘案すると1,000単位分の取引が困難となるケースが多い。このため、実証分析ではポートフォリオの取引単位数の上限を500単位に制限した設定の下でパフォーマンスの測定を行う。

4.2 分析の目的と手法

分析の目的は、主に、次の4点である。

- (1) 33業種ある東証業種別株価指数が長期間にわたって定常 ($I(0)$) であるか非定常 ($I(1)$) であるかを確認する。
 - (2) 東証業種別株価指数が非定常 $I(1)$ であれば、指数はランダムウォークに従うことになるから2.2節で述べたように長期間にわたって単純にBOL戦略を適用し続けた場合の収益はおおむね0となるか検証する。
 - (3) 東証業種別株価指数が非定常である場合でも、3業種から共和分回帰の係数に基づいて（業種 y_t を1単位ロングして業種 x_t を β 単位ショートし、業種 z_t を γ 単位ショートする）定常なポートフォリオを構築できる業種の組合せはどの程度あるのかを確認する。
 - (4) 上記の(3)において得られた共和分を用いた定常なポートフォリオに対して、テクニカル戦略を適用し、期待値ベースで正の収益が得られることを検証する。
- 分析の目的(1)~(4)に対応する分析手法は、次の(1)~(4)である。

- (1) 33業種ある東証業種別株価指数の各々に対して単位根検定 (Phillips Perron 検定) を行う。定常でない業種に関しては、一階の階差 Δy_t をとった時系列に対して単位根検定を行う。これが定常となれば、階差をとる前の東証業種別株価指数は、 $I(1)$ 、つまり、ランダムウォークに従うことになる。単位根検定は、 $\varphi = 1$ が棄却されるかどうかの検定であり、棄却されれば定常と判断される。つまり、検定結果のP値が小さいほど $\varphi = 1$ が棄却されやすく定常と判断されやすい。
- (2) 33業種ある東証業種別株価指数の各々に対してBOL戦略の収益を求める。横軸に単位根検定におけるP値、縦軸にBOL戦略の収益をプロットする。単位根検定におけるP値は、前半5年のパラメータ推定期間におけるものと、後半5年のパフォーマンス検証期間のもの、2通りを採用する。33業種のP値が有意水準（通常1%、5%）を大きく上回り単位根の存在が棄却されずランダムウォークに従うなら、33業種の収益も正や負のバイアスを持たず0の周りにばらついて平均すればおおむね0となるか検証する。

- (3) 33 業種から 3 業種選択する組合せは 5,456 通りある。この組合せに対して、共和分分析を実行して、共和分回帰係数が得られる組合せを特定する。
- (4) 上記の (3) で得られた共和分ポートフォリオは、いずれもその構築法から定常と想定されるポートフォリオである。各共和分ポートフォリオにテクニカル戦略を長期的に適用して得られる収益を求める。上記の (2) と同様にして、横軸に単位根検定における P 値、縦軸にテクニカル戦略の収益をプロットする。単位根検定における P 値は、前半 5 年のパラメータ推定期間におけるものと、後半 5 年のパフォーマンス検証期間のもの、2 通りを採用する。ポートフォリオの P 値がいずれも小さく、かつ、テクニカル戦略の収益が正のバイアスを持っていることを確認する。

4.3 分析結果とその考察

実証分析から得られた結果は、主に次の 4 点である。

- (1) 単位根検定の結果、33 業種ある東証業種別株価指数は、いずれも長期的にはランダムウォークに従い ($I(1)$)、1 階の階差をとると定常であることが分かった。単位根検定の有意水準は 1% としたが、検定における P 値は大きく有意水準を上回り、有意水準を 5% と緩和しても単位根は棄却されない結果となった。
- (2) 横軸に単位根検定における P 値、縦軸に BOL 戦略の収益をプロットしたものを図 3、図 4、図 5、図 6 に示した。単位根検定の P 値は、パラメータ推定期間とパフォーマンス測定期間のいずれの期間を対象とした場合でも、ほとんどの業種でおおむね 0.4 程度以上となっており、(1) で述べたとおり指数はランダムウォークに従うという結果である。長期的に単純に BOL 戦略を行った場合の収益は、バンド幅が 1.5 標準偏差、2 標準偏差のいずれの場合であってもおおむね 0 を中心にばらついており、BOL 戦略をランダムウォークに従う指数に適用しても収益が得られる業種もあれば、損失が発生する業種もあり、期待値で評価すると、正の収益をあげることは難しいと思われる（より詳細にみると、1.5 標準偏差を適用した場合には少し負のバイアスを持つことが読み取れるが、これは損切りルールの適用による影響と思われる）。
- (3) 33 業種から 3 業種選択する組合せ 5,456 通りのうちで、共和分回帰係数が得られ定常となるポートフォリオを構築することができるのは 473 通りであることが分かった。つまり、単純に指数自体にテクニカル戦略を適用しても収益をあげるのが難しい状況であっても、指数で構成するポートフォリオで定常なものを構築して収益機会を見出せることが分かった。
- (4) 上記の (3) で得られた 473 通りの定常と想定される共和分ポートフォリオを対象にパラメータ推定期間にお

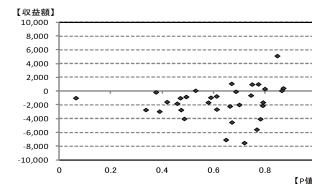


図 3 指数を対象とした単位根検定における P 値 (インサンプル) と BOL 戦略の収益 (1.5 σ)

Fig. 3 P-Value of the Unit root test (in-sample) and the profitability for the index (1.5 σ).

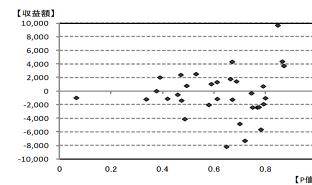


図 4 指数を対象とした単位根検定における P 値 (インサンプル) と BOL 戦略の収益 (2.0 σ)

Fig. 4 P-Value of the Unit root test (in-sample) and the profitability for the index (2.0 σ).

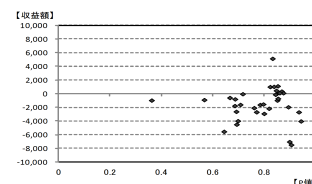


図 5 指数を対象とした単位根検定における P 値 (アウトサンプル) と BOL 戦略の収益 (1.5 σ)

Fig. 5 P-Value of the Unit root test (out-sample) and the profitability for the index (1.5 σ).

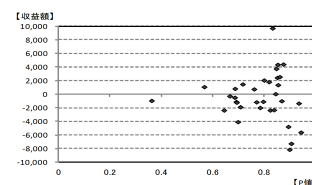


図 6 指数を対象とした単位根検定における P 値 (アウトサンプル) と BOL 戦略の収益 (2.0 σ)

Fig. 6 P-Value of the Unit root test (out-sample) and the profitability for the index (2.0 σ).

いて単位根検定を行った P 値を横軸に、縦軸にテクニカル戦略の収益をプロットしたものを図 7 (1.5 標準偏差を採用)、図 8 (2 標準偏差を採用) に示した。横軸の P 値を表すスケールが図 3~図 6 とは異なることに注意されたい。単位根検定の P 値はパラメータ推定期間におけるものなので 473 の共和分ポートフォリオのほとんどすべてが 0.05 以内に収まっており、定常なポートフォリオであることが分かる。また、縦軸をみると上記の (2) とは大きく異なり、テクニカル戦略の収益は大きな正のバイアスを持つことが分かる。よって、確かに共和分を用いたポートフォリオを構築すれ

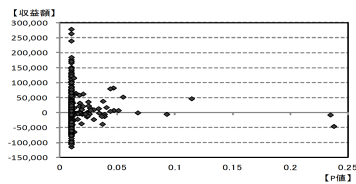


図 7 共和分ポートフォリオを対象とした単位根検定における P 値 (インサンプル) と BOL 戦略の収益 (1.5σ)

Fig. 7 P-Value of the Unit root test (in-sample) and the profitability for the portfolio (1.5σ).

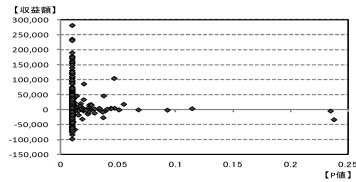


図 8 共和分ポートフォリオを対象とした単位根検定における P 値 (インサンプル) と BOL 戦略の収益 (2.0σ)

Fig. 8 P-Value of the Unit root test (in-sample) and the profitability for the portfolio (2.0σ).

ば、期待値で評価して正の収益をあげることが確認できる。ただし、損失が発生するポートフォリオも少なからず存在する。この要因として、パラメータ推定期間から得られた共和分ウエイトがどの程度の期間にわたってポートフォリオを定常に保つことができるかという問題がある。理論的には定常といえどどれだけ長く時系列をとっても 2.2 節で示した式 (1)~(3) を満たすことになるが、現実的にはポートフォリオに組み込む指数の時系列がパラメータ推定期間とパフォーマンス測定期間で同一のプロセスに従うことは考えにくい。このため、パラメータ推定期間から得られた共和分ウエイトがパフォーマンス推定期間にわたってポートフォリオの定常性を持続させるとは期待しにくい。この点を確認するため、パフォーマンス測定期間において単位根検定を行った P 値を横軸に、縦軸にテクニカル戦略の収益をプロットしたものを図 9 (1.5 標準偏差を採用)、図 10 (2 標準偏差を採用) に示した。やはり、多くのポートフォリオで単位根は棄却されず、当初は定常となるように構築したポートフォリオであってもパフォーマンス測定期間においてはランダムウォークに近いプロセスとなっていることが分かる。しかし、図 3~図 6 で確認した個別業種の指数の場合とは異なり、P 値が 0 に近いものも相応に残っていることが分かる。さらに、P 値が 0 に近くなるに従ってテクニカル戦略の収益が正になるバイアスが確認され、やはり、定常に近いポートフォリオの方が期待値ベースでは正の収益を得やすいことが分かる。

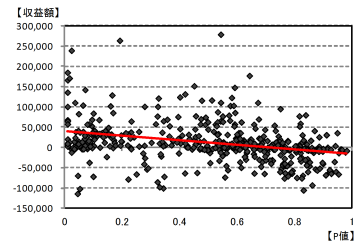


図 9 共和分ポートフォリオを対象とした単位根検定における P 値 (アウトサンプル) と BOL 戦略の収益 (1.5σ)

Fig. 9 P-Value of the Unit root test (out-sample) and the profitability for the portfolio (1.5σ).

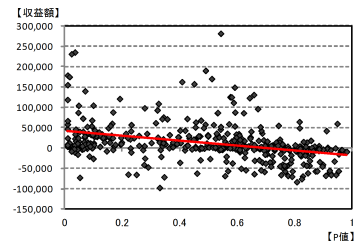


図 10 共和分ポートフォリオを対象とした単位根検定における P 値 (アウトサンプル) と BOL 戦略の収益 (2.0σ)

Fig. 10 P-Value of the Unit root test (out-sample) and the profitability for the portfolio (1.5σ).

5. まとめと今後の課題

本論文では、まず、株式テクニカル戦略において有名な BOL 戦略の収益性が株価時系列における自己回帰係数と密接に関連していることを確認した。自己回帰係数が 1 に等しく単位根を持つような非定常時系列では、長期間にわたってみると株価がランダムウォークに従うため、BOL 戦略の収益は期待値でみるとおおむね 0 となる。このような場合であっても、共和分分析の結果、適切な共和分ウエイトを採用することで、ポートフォリオとしては定常となるようなものを構築できる可能性があることを示した。実証分析においては、33 業種ある東証業種別株価指数を用いて提案手法に基づくポートフォリオの収益性を検証し、期待値でみると有意に正となっていることを確認した。さらに、ポートフォリオの収益性が負となる場合には、パフォーマンス測定期間におけるポートフォリオの時系列が単位根を持ち、その理由として株価時系列のパラメータが当初推定された値とは異なるため共和分ウエイトが適切とはいえないことを明らかにした。共和分ウエイトが適切とはならなかった背景としては、パフォーマンス測定期間において、リーマンショックや東証アローヘッドの稼働などによる市場環境の大きな変貌があり、このような変貌からうける影響度がポートフォリオを構築する業種によって異なることが可能性として考えられる。

今後の課題としては、データ期間を変えた場合に提案手法がどの程度有効であるか検証すること、推定に利用する

データ期間と戦略を適用するデータ期間をどの程度の長さに設定すれば有効な適用手法となるかを検討すること、本手法を採用した場合のリスク量を計量したうえでリスクリターンの観点からパフォーマンスを検討すること、などがあげられる。また、本研究では分析対象を東証業種別株価指数としたが、個別株式を対象とした実証分析も今後の課題と考えられる。

謝辞 初校を改訂するために有益なコメントをくださった査読者には心からお礼申し上げます。また、本研究は科学研究費補助金（基盤研究（C）22510143）の助成を受けている。

参考文献

- [1] 浅子和美, 永井敏彦, 河口晶彦, 嶋倉收一: 日本の株価: ノート, フィナンシャル・レビュー, Vol.32 (1994).
- [2] 井口泰秀: 非定常データによる貨幣需要関数推定とその安定性, 経済論叢, Vol.163, No.2, pp.93-111 (1999).
- [3] 伊藤隆康: 長期金利と中央銀行・日本における金利の期間構造分析, 日本評論社 (2005).
- [4] 伊藤隆康: 日本の先物市場における上場商品の価格連動性—東京工業品取引所と東京穀物商品取引所を分析して, 先物取引研究, Vol.10, pp.1-14 (2006).
- [5] 加藤久和: 民間貯蓄, 高齢化及び社会保障—わが国におけるライフサイクル仮説の検証, 電力経済研究, No.40, pp.1-17 (1998).
- [6] 合寶郁太郎, 小沢文雄: 株式相場のテクニカル分析, 日本経済新聞社 (2006).
- [7] 釜江廣志: 利子率の期間構造と市場の効率性: 利付債データを用いての共和分分析, 一橋論叢, Vol.115, No.5, pp.123-138 (1996).
- [8] 副島 豊: 実質 GDP, 通貨残高, 物価の長期的関係—共和分検定の批判的再検討, 金融研究, Vol.14, No.4, pp.1-41 (1995).
- [9] 高橋青天: 米国における社会資本の長期的影響—ヨハンセンの共和分分析による計測, フィナンシャル・レビュー, Vol.41 (1996).
- [10] 田中健太郎, 宮崎浩一, 岡本雅生: オプションモデル価格の市場価格や実現株価との整合性に関する検証, オペレーションズ・リサーチ, Vol.54, No.8, pp.485-494 (2009).
- [11] 花田秀隆: グローバル投資における市場間リンケージモデルの構築と裁定機会の考察, 日本ファイナンス学会第17回大会予稿集, No.51, pp.467-476 (2009).
- [12] 原田 泰: 昭和恐慌期のマネーと銀行貸出は, どちらが重要だったか, ESRI Discussion Paper Series, No.120 (2004).
- [13] 早川英男, 前田栄治: 97年秋以降の金融経済動向についての考察, Working Paper Series (2000).
- [14] 増川純一, 水野貴之, 村井浄信, 尹 熙元: 株価の経済物理学, 培風館 (2011).
- [15] 宮崎浩一: オプション市場分析への招待, 朝倉書店 (2009).
- [16] 森棟公夫: 計量経済学, 東洋経済新報社 (1999).
- [17] 山本 拓: 経済の時系列分析, 創文社 (1988).
- [18] Pfaff, B.: Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series With R (2008).



佐々木 豊史

昭和 55 年生。平成 18 年電気通信大学電気通信学研究科システム工学専攻博士前期課程修了。平成 20 年同大学院博士後期課程入学、現在に至る。



宮崎 浩一

昭和 42 年生。平成 12 年筑波大学大学院経営・政策科学研究科博士課程修了。博士（経営学）。電気通信大学システム工学科専任講師等を経て、平成 23 年から電気通信大学大学院情報理工学研究科教授、現在に至る。日本オペレーションズ・リサーチ学会、JAFEE、日本応用数理学会、応用統計学会等各会員。