

分散型電源を持つ電力ネットワークにおける資源配分問題

Resource Allocation Problems on Power Networks with Distributed Sources

森本 尚之† 宮崎 修一‡ 岡部 寿男‡
Naoyuki Morimoto† Shuichi Miyazaki‡ Yasuo Okabe‡

1 まえがき

近年、石油資源の枯渇問題や CO₂ 排出量削減の必要性を背景として、太陽光発電や風力発電といった自然エネルギーの有効活用が盛んに研究されている。特に太陽光発電パネルによる家庭発電の普及が進みつつある。こうした比較的小規模な電源は、一般に分散型電源と呼ばれている。将来の電力ネットワークは、火力発電や原子力発電といったいわゆる商用電源に加え、多様な分散型電源が多数存在するものと考えられ、それらを有効に活用することが望ましい。

電源には、コスト、安定性、CO₂ 排出量などといったさまざまな特性がある。たとえば電力会社の火力発電所由来の電力は、比較的高コストだが安定性は高いと考えられる。家庭用の太陽光発電パネル由来の電力は天候に依存するゆえ不安定だが、低コストである。また、電力を消費する機器の側にもさまざまな特性がある。たとえばデスクトップパソコンは安定した電源を必要とするため、供給を受けることができるのは商用電源のみと考えられる。一方でバッテリーを搭載するノートパソコンの場合はいくぶん不安定な電源でも動作可能なため、商用電源だけでなく太陽光発電からの供給も受けることができる。そこで、電源側の特性と機器側の特性をマッチさせた適材適所な電力配分が望ましい。また、ひとつの機器に対して複数の機器が分担供給できれば、電力の有効活用が見込める。

しかし、最適な電力割当の決定を数学的な問題として捉えようと、NP 困難なナップザック問題 [2] を部分問題として含むため、現実的な時間で動作する最適アルゴリズムを得ることは難しい。そのため、効率のよい近似アルゴリズムを追究することになる。機器の消費量と電源の容量が任意の値をとりうる場合は $n^{1-o(1)}$ 近似困難 [4] であることが示されているが、現実には電源の容量は機器の消費量よりも大きな値を持つのが一般的である。よって、問題に対して容量に関する何らかの現実的な制限を加えることが考えられる。

本稿では、電力配分問題において、「電源は、自身のもつ容量よりも大きな電力消費量を持つ機器には供給できない」という

現実的な制限を加えた場合には、割当制限付き複数ナップザック問題に対する既知の近似アルゴリズム [3] を用いた 2-近似が可能であることを示す。

2 電力配分問題の定式化

資源配分問題とは一般に、「資源」の集合と、資源を要求する「活動」の集合とが与えられたときに、所望の目的関数を最大化（または最小化）するための各活動への資源割当を決定する、最適化問題である。電力配分問題においては「資源」は電源であり、「活動」は機器である。

次のように、機器の集合と電源の集合とが成す 2 部グラフ上での資源配分問題として電力配分問題を定義する。

電力配分問題

インスタンス： 機器を表す点集合 I と電源を表す点集合 J 、ならびに I と J 間の枝集合 E からなる 2 部グラフ $G = (I + J, E)$ 。機器 $i \in I$ ($i = 1, \dots, n$) には電力消費量 l_i ならびに価値 p_i が、電源 $j \in J$ ($j = 1, \dots, m$) には容量 c_j が付与されている。

問題： 各枝 $e_{ij} = (i, j) \in E$ に非負の重みを付与する。ここで、電源 j に隣接する枝の重みの総和は高々 c_j でなければならない。また、機器 i に隣接する枝の重みの総和が l_i に等しいとき「機器 i は満たされた」という。満たされる機器の価値の総和が最大となるような e_{ij} への重み付けを求めよ。

枝集合 E は各機器 i が供給を受けることのできる電源を表しており、解となる各枝 $e = (i, j)$ の重みは、機器 i に対する電源 j の電力供給量を示している。

6 種類の資源配分問題に対する近似アルゴリズム、ならびに計算複雑性に関する結果について表 1 にまとめておく。

以下、本稿における電力配分問題では分担供給が可能なものとする。

機器の消費量と電源の供給量が任意の値をとりうる場合、電力配分問題は $n^{1-o(1)}$ 近似困難 [4] となる。したがって最適解のみならず良い近似解を得ることすら難しい。

しかし、機器 i に供給可能な電源の容量は常に i の消費量よりも大きい、という現実的な条件を加えた場合、電力配分問題は 2-近似アルゴリズムを持つことを次節で述べる。

† 株式会社エネゲート
Enegate Co., Ltd.

‡ 京大大学術情報メディアセンター
Academic Center for Computing and Media Studies,
Kyoto University

表 1 電力配分問題の定義と結果

	分担供給可能	分担供給不可能
完全 2 部グラフ (容量条件あり)	NP 困難 [2]	強 NP 困難 PTAS [1]
一般の 2 部グラフ (容量条件あり)	NP 困難 [2] 近似率 2 (本稿)	APX 困難 近似率 2 [3]
一般の 2 部グラフ (容量条件なし)	$n^{1-o(1)}$ 近似困難 [4]	NP 困難 [2]

3 2-近似アルゴリズム

本節では以下の定理を示す。

定理 1 電力配分問題は、「電源は、自身のもつ容量よりも大きな電力消費量を持つ機器には供給できない」という条件を満たす場合、2-近似アルゴリズムを持つ。

略証. 電力配分問題は以下のような整数計画問題として表せる。ここで $\pi_e = p_i/l_i$ であり、 $\delta(v)$ は点 v に隣接する枝の集合を表す。

$$\begin{aligned} & \max \sum_{e \in E} \pi_e x_e \\ \text{s.t.} & \sum_{e \in \delta(j)} x_e \leq c_j, \forall j \in J \\ & \sum_{e \in \delta(i)} x_e \in \{0, l_i\}, \forall i \in I \\ & x_e \geq 0, \forall e \in E \end{aligned}$$

ここで、割当制限付き複数ナップサック問題 (A Multiple Knapsack Problem with Assignment Restrictions, 以下 MKAR) と呼ばれる問題について考える。MKAR は次のような整数計画問題として表される。

$$\begin{aligned} & \max \sum_{e \in E} \pi_e x_e \\ \text{s.t.} & \sum_{e \in \delta(j)} x_e \leq c_j, \forall j \in J \\ & \sum_{e \in \delta(i)} x_e \in \{0, l_i\}, \forall i \in I \\ & x_e \in \{0, l_e\}, \forall e \in E \end{aligned}$$

MKAR の制約条件を緩和すると次の LP が得られる。

$$\begin{aligned} & \max \sum_{e \in E} \pi_e x_e \\ \text{s.t.} & \sum_{e \in \delta(j)} x_e \leq c_j, \forall j \in J \\ & \sum_{e \in \delta(i)} x_e \leq l_i, \forall i \in I \\ & x_e \geq 0, \forall e \in E \end{aligned}$$

ここで、MKAR において 3 番目の制約条件のみを緩和したものが電力配分問題であり、さらに、電力配分問題において 2 番目の制約条件を緩和すると MKAR の LP 緩和問題と同一の LP となる。したがって、共通の入力 K を与えた場合の電力配分問題の最適解を $OPT(K)$ 、MKAR の最適解を $OPT_{MKAR}(K)$ 、MKAR の LP 緩和問題の最適解を $OPT_f(K)$ とすると $OPT_f(K) \geq OPT(K) \geq OPT_{MKAR}(K)$ が成り立つ。

MKAR に対し、 $OPT_f(K)/2$ 以上の解を得る多項式時間アルゴリズムが知られている [3]。そのアルゴリズムを ALG_{MKAR} とする。 K を入力とする電力配分問題に対し、その解として $ALG_{MKAR}(K)$ を出力するようなアルゴリズム ALG を考えると、 $ALG(K) = ALG_{MKAR}(K) \geq OPT_f(K)/2 \geq OPT(K)/2$ 。したがって ALG は 2-近似アルゴリズムである。□

4 まとめと今後の課題

本稿では、分散型電源を持つ電力ネットワークにおける電力配分問題について考察し、電源の容量と機器の電力消費量との関係に現実的な条件が成り立つ場合、2-近似アルゴリズムが存在することを述べた。

今後の課題としては、まず近似度 2 を切るアルゴリズムの考察が挙げられる。また、2-近似可能と $n^{1-o(1)}$ 近似困難との大きなギャップを埋めるような、中間的な問題の条件設定についても考えてゆきたい。

さらに、機器や電源が逐次的に発生ないし消失する状況を踏まえたオンライン問題に対する考察も行ってゆきたい。

■謝辞 本研究は、情報通信研究機構 高度情報通信・放送研究開発委託研究「情報通信・エネルギー統合技術の研究開発」の支援を受けている。

参考文献

- [1] C. Chekuri and S. Khanna, “A PTAS for the multiple knapsack problem,” In *Proc. SODA*, pp.213–222, 2000.
- [2] M. R. Garey and D. S. Johnson, *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness*, W.H. Freeman, Oxford, England, 1979.
- [3] Z. Nutov, I. Beniaminy and R. Yuster, “A $(1 - \frac{1}{e})$ -approximation algorithm for the generalized assignment problem”, *Operations Research Letters*, **34**, pp.283–288, 2006.
- [4] 森本尚之, 宮崎修一, 岡部寿男, 2 部グラフ上での分担供給可能な割当て制限付き資源配分問題, 電子情報通信学会 2010 年総合大会 BS-8-11, 2010 年 3 月。