

指紋情報の Renyi エントロピー推定に関する一考察

披田野 清良^{†1} 市野 将嗣^{†2}
高橋 健太^{†3} 小松 尚久^{†1}

近年、生体認証の識別性能や安全性を生体情報の情報量に基づき評価する試みが注目されており、筆者らは、2 次の Renyi エントロピー（以下、Renyi エントロピー）を用いた生体情報の情報量評価手法を提案している。Renyi エントロピーは 2 つの生体情報が一致する可能性を情報量で表現した尺度であり、他人間照合実験を通して得られる生体情報間のスコア分布より導出できる。本稿では、Renyi エントロピー評価の一例として本評価手法を指紋認証に適用し、指紋情報間の類似度分布を異なる複数の推定方法を用いて実験的に推定した場合の指紋情報の Renyi エントロピーの相違について考察する。

A Study on Estimation of Renyi Entropy of Fingerprint Information

SEIRA HIDANO,^{†1} MASATSUGU ICHINO,^{†2}
KENTA TAKAHASHI^{†3} and NAOHISA KOMATSU^{†1}

Authors have proposed an evaluation method of biometric information using the Renyi entropy of order 2 because evaluating the identification performance and the security on the basis of information content attracted attention in biometric authentication. The Renyi entropy quantifies the possibility that two biometric samples coincide and can be derived from the scores distribution obtained through the experiment for interpersonal matching. In this paper, we show how to apply the evaluation method to fingerprint authentication and results of evaluating the Renyi entropy of fingerprint information using some estimation methods for the distribution of similarity scores between fingerprint samples.

1. はじめに

生体認証は、記憶、所持の煩わしさから解放されるという利便性があり、入退室管理やネットワークアクセスなどのアクセスコントロール、ネットワークバンキングなどのフローコントロール、サーバランスシステムなどのトラッキングへの展開が期待されている。しかし、生体情報は、環境条件の違いやセンサの取得誤差、経時変化などにより、同一の生体から取得される場合でもわずかに異なる情報となる。また、異なる生体から取得される場合でも、生体情報間の相関性により、類似の情報となる可能性が高い。したがって、生体情報を個人認証に適用する際は、生体認証の識別性能を定量的に評価することが必要不可欠となる。

生体認証の識別性能に関する評価尺度としては、従来より、同一の生体の情報を不一致と判定する誤り確率（以下、FRR）と異なる生体の情報を一致と判定する誤り確率（以下、FAR）がある。しかし、これらの尺度は、システムの性能を評価するものであり、一般的に識別性能や安全性を情報量で評価するパスワードや暗証番号などの他の認証手段との比較に用いることができない。このため、近年、生体認証の識別性能を生体情報の情報量で評価する試みが注目されている¹⁾⁻³⁾。情報量で評価することにより、生体認証の識別性能を直観的に理解でき、異なるモダリティ間の比較のみならず、パスワードや暗証番号などの他の認証手段との比較が容易になると考えられる。しかし、これまでに提案されている生体情報の情報量評価手法は、ある特定のモダリティを対象としているものや、実際に評価することが困難なものであり、任意の生体情報に対して適用可能で標準的な評価手法は存在しない。

また、近年、生体情報を暗号技術などにより解読不可能な状態に変換し、生体情報の秘匿性を保ちつつ認証を可能とするテンプレート保護型生体認証が注目されている^{4),5)}。これらの安全性に関する議論でもまた、情報量の概念に基づきテンプレート保護技術の安全性を証明する試みがある⁶⁾。しかし、それらの議論では、生体情報の情報量が十分に大きいことを前提としており、生体情報間の相関性により当該情報量が減少する可能性については言及されていない。このような安全性評価では、テンプレート保護型生体認証が実用化した際に、

^{†1} 早稲田大学理工学術院
Faculty of Science and Engineering, Waseda University

^{†2} 電気通信大学大学院情報理工学系研究科
Graduate School of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications

^{†3} 東京大学大学院情報理工学系研究科
Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo

要求される安全性のレベルを十分に達成できず、漏洩したテンプレートから生体情報が復元され、システムへのなりすましなどの危険性が生じる。したがって、生体情報の情報量を正確に評価することは、テンプレート保護技術の安全性を評価するうえでも重要な課題となる。

そこで、筆者らは、生体情報の情報量の評価尺度として、生体情報間の距離に着目した2次の Renyi エントロピーを採用し、Renyi エントロピーを用いた生体情報の情報量評価手法を提案している⁷⁾。Renyi エントロピーは、2つの生体情報が一致する可能性を情報量で表現した尺度であり、生体情報のサンプルを用いた他人間照合実験を通して得られる生体情報間のスコア分布より導出できる。当該文献⁷⁾では、Daugman の虹彩認証モデル¹⁾を例に、本評価手法の適用方法について詳述し、虹彩情報の Renyi エントロピーを定量的に評価した結果について述べている。本稿では、異なるモダリティへの適用例として、本評価手法を代表的な認証モデルの1つであるマニューシャ情報を用いた指紋認証に適用し、指紋情報の Renyi エントロピーを定量的に評価した結果について述べる。まず、指紋情報間の類似度分布を Pankanti らの報告⁸⁾に基づき超幾何分布と二項分布を用いて推定した場合の Renyi エントロピーの評価方法を明らかにし、パラメトリックに Renyi エントロピーを評価した結果を示す。しかしながら、Pankanti らの報告に基づくパラメトリックな手法では、指紋情報間の類似度分布を適切に推定できず、Renyi エントロピーを正確に評価できない可能性がうかがえた。このため、次いで、指紋情報間の類似度分布をカーネル密度推定法⁹⁾を用いて推定した場合の Renyi エントロピーの評価方法を明らかにし、ノンパラメトリックに Renyi エントロピーを評価した結果を示すとともに、パラメトリックに評価した結果との相違について考察する。

2. 生体情報の情報量評価手法

本章では、筆者らが提案する Renyi エントロピーを用いた生体情報の情報量評価手法について述べる⁷⁾。まず、生体情報の Renyi エントロピーの定義と Shannon エントロピーとの関係を示し、次いで、他人間照合実験を通じた Renyi エントロピーの評価手順を示す。

2.1 生体情報の Renyi エントロピー

生体情報 B の2次の Renyi エントロピー $H_2(B)$ は、 B の取り得る値の集合を \mathcal{B} 、確率関数を $b \in \mathcal{B}$ とすると、次式で表せる¹⁰⁾。

$$H_2(B) = -\log_2 \sum_{b \in \mathcal{B}} p_B(b)^2 \quad (1)$$

ただし、 B は離散確率変数とする。 $H_2(B)$ は、同一の確率分布に従う2つの生体情報が一致

する可能性を情報量で表現した尺度であり、次式に示す α 次の Renyi エントロピーの $\alpha = 2$ のときの特異形として与えられる。

$$H_\alpha(B) = \frac{1}{1-\alpha} \log_2 \sum_{b \in \mathcal{B}} p_B(b)^\alpha \quad (2)$$

ただし、 $\alpha \geq 0$ 、 $\alpha \neq 1$ とする。また、式(1)の $\sum_{b \in \mathcal{B}} p_B(b)^2$ は、2つの生体情報 B 、 B' が同一の値 $b \in \mathcal{B}$ を取る確率を示しており、 B 、 B' が同一の値を取るとき、 B と B' の間の距離は0となるため、 $H_2(B)$ は、生体情報間の距離 D の確率関数 $p_D(d)$ 、 $d \in \mathbb{R}$ を用いて、次式で表せる。

$$H_2(B) = -\log_2 p_D(0) \quad (3)$$

$p_D(0)$ は、 $p_D(d)$ が既知であれば容易に導出できる。 $p_D(d)$ は、生体情報のサンプルを用いた他人間照合実験を通して得られる距離のサンプルを学習データとして推定でき、標準的な生体認証の精度評価方法¹¹⁾に従いサンプルの収集および照合を行うことで、分布推定の信頼性が高められる。したがって、 $H_2(B)$ は式(3)より現実的に評価でき、生体情報の情報量評価尺度として実用的な尺度といえる。

ここで、 $H_2(B)$ と B の Shannon エントロピー $H(B)$ の関係を示す。 $H(B)$ は α を1に近づけたときの $H_\alpha(B)$ の極限值であり、 $H_\alpha(B)$ は α に関する広義の単調減少関数である。このため、 $H_2(B)$ と $H(B)$ の関係は次式で表せる。

$$H_2(B) \leq H(B) \quad (4)$$

等号は $p_B(b)$ が一様分布の場合に成立する。さらに、近年、Renyi エントロピーを用いて式(4)より厳密に $H(B)$ の上界と下界を推定する方法が報告されている^{12),13)}。したがって、Renyi エントロピーを生体情報の情報量評価尺度として採用することにより、異なるモダリティ間の比較のみならず、一般的に識別性能や安全性を Shannon エントロピーの観点から評価するパスワードや暗証番号などの他の認証手段との比較が容易になると考えられる^{14),15)}。

2.2 Renyi エントロピー評価手順

生体情報 B の Renyi エントロピー $H_2(B)$ の評価手順について述べる。

まず、 B のサンプルを用いて他人間照合実験を行い、生体情報間の距離 D もしくは類似度 S のサンプルを取得する。ただし、この手順は、2.1節で述べたように、Renyi エントロピー評価の信頼性を高めるため、生体認証の標準的な精度評価方法に従う。

次に、取得した D のサンプルより D の確率関数 $p_D(d)$ を推定する。Daugman の虹彩認証モデル¹⁾のように $p_D(d)$ の形状が従来の研究において十分に検討されたモダリティであ

れば、 $p_D(d)$ は計算の容易性から D のサンプルを用いてパラメトリックに推定する⁹⁾。一方、 $p_D(d)$ の形状が未知でモデル化できない場合は、分布の形状を仮定せずにデータに依存して推定するノンパラメトリックな手法を用いる。 S の場合も同様に、そのサンプルより S の確率関数 $p_S(s)$, $s \in \mathbb{R}$ を推定し、 S が最も大きい値を取る確率を導出する。

最後に、 $p_D(0)$ もしくは S が最も大きい値を取る確率の推定値を用いて、式 (3) より $H_2(B)$ を算出する。

3. パラメトリックな手法を用いた指紋情報の Renyi エントロピー評価

本章では、2章で示した生体情報の情報量評価手法を指紋認証に適用し、パラメトリックな手法を用いて指紋情報の Renyi エントロピーを定量的に評価した結果について述べる。まず、対象とする指紋認証モデルを示し、超幾何分布と二項分布を用いた Renyi エントロピーの評価方法を明らかにする。次いで、指紋画像のデータベース（以下、指紋 DB）を用いて他人間照合実験を行い、Renyi エントロピーをパラメトリックに評価した結果を示す。

3.1 指紋認証モデル

本稿では、マニユーシャマッチングモデルを採用する¹⁶⁾。指紋情報 $F \in \mathcal{F}$ は、指紋画像から取得可能な T 個のマニユーシャ情報 $M \in \mathcal{M}$ で記述される。また、 M は以下の 2 つの情報の組とする。

- 指紋画像におけるマニユーシャの水平軸方向の位置を表す情報 $L_x \in \mathcal{L}_x = \{0, \dots, w-1\}$ と垂直軸方向の位置を表す情報 $L_y \in \mathcal{L}_y = \{0, \dots, h-1\}$ の組（以下、座標情報 $L = (L_x, L_y) \in \mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y$ ）。ただし、 w および h は、それぞれ指紋画像の幅と高さを示す。
- マニユーシャの隆線ベクトルの方向を表す情報。 2π を q 個のレベルに分割し、0 から $q-1$ までのレベルで表現（以下、角度情報 $R \in \mathcal{R} = \{0, \dots, q-1\}$ ）。

F および M はそれぞれ次のように記述される。

$$F = \{M_1, \dots, M_i, \dots, M_T\}, \quad (5)$$

$$M_i = ((L_{x_i}, L_{y_i}), R_i), \quad (6)$$

$$(L_{x_i}, L_{y_i}) \in \mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y, R_i \in \mathcal{R} \quad (7)$$

2 つの指紋情報 F と F' の間の類似度 S_F は、それぞれの指紋情報を構成するマニユーシャ情報数 T, T' ($T \leq T'$) を用いて、次式で表せる。

$$S_F = T - |\{M_i | M_i \in F, M_i \notin F'\}| \quad (8)$$

$|\cdot|$ は集合の要素数を示す。また、 M は、センサへの指の置き方により L や R に誤差が生じる可能性があるため、次の条件を満たすとき、2 つのマニユーシャ情報 $M = ((L_x, L_y), R)$, $M' = ((L'_x, L'_y), R') \in \mathcal{M}$ が同一と判定する。

$$\sqrt{(L_x - L'_x)^2 + (L_y - L'_y)^2} \leq e_L, \quad (9)$$

$$\min\{|R - R'|, q - |R - R'|\} \leq e_R \quad (10)$$

ただし、 $\min\{i, j\}$ は i と j のうち小さい値を返し、 e_L, e_R はそれぞれ L, R の誤差許容値とする。

3.2 超幾何分布と二項分布を用いた Renyi エントロピーの評価方法

指紋情報間の類似度分布を Pankanti らの報告⁸⁾ に基づきモデル化した場合の指紋情報 F の Renyi エントロピー $H_2(F)$ の評価方法について述べる。

それぞれ T, T' ($T \leq T'$) 個のマニユーシャ情報で構成された 2 つの指紋情報間の類似度 S_F の確率関数 $p_{S_F}(s)$ は、座標情報 L と角度情報 R が独立に一樣分布に従うと仮定した場合、超幾何分布と二項分布の混合分布でモデル化される。まず、 R は考慮せずに L のみで照合を行った際の一致マニユーシャ情報数 S_L に着目すると、 S_L の確率関数 $p_{S_L}(t)$, $t \in \{0, \dots, T\}$ は、 L の取り得る値の全パターン数 N_L を用いて、次式に示す超幾何分布でモデル化される。

$$p_{S_L}(t) = \frac{{}^{T'}C_t {}^{N_L-T'}C_{T-t}}{{}^{N_L}C_T} \quad (11)$$

ただし、 ${}_iC_j$ は i 個の情報から j 個の情報を選択する組み合わせ数を示す。 S_L の期待値は次式で表せる。

$$E(S_L) = \frac{TT'}{N_L} \quad (12)$$

次に、 S_L 個のマニユーシャ情報が同一と判定された場合の S_F の条件付き確率関数 $p_{S_F|S_L}(s|t)$, $s \in \{0, \dots, S_L\}$ は、 L が同一のマニユーシャ情報間において R が一致する確率 ρ を用いて、次式に示す二項分布でモデル化される。

$$p_{S_F|S_L}(s|t) = {}_tC_s \rho^s (1-\rho)^{t-s} \quad (13)$$

式 (11) および式 (13) より、 $p_{S_F}(s)$ は次式に示す超幾何分布と二項分布の混合分布でモデル化される。

$$p_{S_F}(s) = \sum_{t=s}^T p_{S_L}(t) p_{S_F|S_L}(s|t) \quad (14)$$

式 (14) より, 2 つの指紋情報が一致する確率は $p_{S_F}(T) = (T' C_T / N_L C_T) \rho^T$ となり, $H_2(F)$ は次式で表せる.

$$H_2(F) = -\log_2 \frac{T' C_T}{N_L C_T} \rho^T \quad (15)$$

Pankanti らは, $p_{S_F(s)}$ の形状に関する各パラメータを指紋の構造から理論的に決定している. しかしながら, マニューシャは, 指紋の中心ほど多く存在し, 外縁に近づくにつれて少なくなる傾向にあり, また隆線の連続性から, あるマニューシャの近傍のマニューシャの隆線ベクトルはほぼ同じ方向を示す. このため, 理論的に各パラメータを決定した場合, それらの複雑な相関性が十分に考慮されない可能性がある. そこで, 本稿では, 2.2 節の手順に従い, 他人間照合実験を通して得られる統計量を利用して実験的に各パラメータを決定する. N_L は, L のみに着目した他人間照合実験を通して得られる S_L の平均と式 (12) より算出する¹⁷⁾. ただし, T, T' は, Pankanti らの報告と同様に, 他人間照合実験で使用する指紋 DB を利用して, 1 つの指紋情報に含まれるマニューシャ情報数の平均を調査し, その結果を近似値とする. また, ρ は, 他人間照合実験を通して L が一致するマニューシャ情報数と L, R の両方が一致するマニューシャ情報数の割合を調査することにより推定する. そして, それらの推定値と式 (15) より, $H_2(F)$ を算出する.

3.3 情報量評価実験

3.2 節の評価方法に従って, 指紋 DB を用いて他人間照合実験を行い, 指紋情報 F の Renyi エントロピー $H_2(F)$ を定量的に評価した結果について述べる.

他人間照合実験を行った際に使用した指紋 DB と指紋照合に関する諸パラメータ値を表 1 に示す. 本実験では, 指紋 DB として, FVC2002 DB1 の A セットに収録されている

表 1 実験諸元
Table 1 Experimental Specification

指紋 DB	FVC2002 DB1
マニューシャ抽出アルゴリズム	NFIS2
角度情報のレベル数 q	360
座標情報の誤差許容値 e_L	15
角度情報の誤差許容値 e_R	22.5

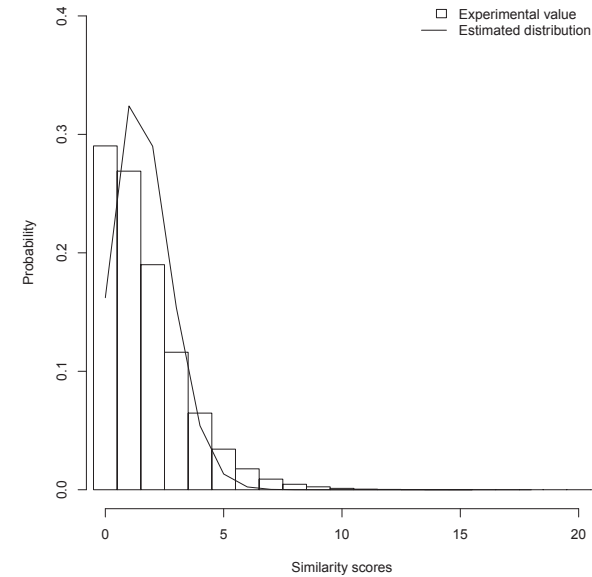


図 1 他人間照合実験結果と推定分布 (パラメトリックな手法)
Fig. 1 Distribution of similarity scores

異なる 100 指から 8 枚ずつ取得した計 800 枚の指紋画像を使用した. 当該指紋 DB では, F を構成するマニューシャ情報数 T の平均は 18 個であった. ただし, マニューシャ情報の抽出には NIST が公開している NFIS2 を使用しており, 信頼度が 0.5 以下のマニューシャは排除している¹⁸⁾. また, 他人間照合実験では, Pankanti らの報告と同様に座標情報 L の誤差許容値 e_L を 15, 角度情報 R の誤差許容値 e_R を 22.5 とし, 異なる指から 2 つの画像を選択して総組合せ数 319,600 回の照合を行った.

まず, L のみに着目して他人間照合実験を行った結果, マニューシャ情報の一致数 S_L の平均は 4 であった. このとき, 式 (12) より, L の取り得る値の全パターン数 N_L の推定値は 81 となった. 次に, R は考慮せずに L が一致するマニューシャ情報数と L, R の両方が一致するマニューシャ情報数の割合を調査した結果, L が同一のマニューシャ情報間において R が一致する確率 ρ の推定値は 0.416 であった. したがって, 各パラメータの推定値と式 (15) より, $H_2(F)$ は 81 bits と算出できた.

ここで, 図 1 に L, R の両方を考慮して他人間照合実験を行った際の実験結果と式 (14)

より推定した指紋情報間の類似度 S_F の確率分布を示す。水平軸は S_F の取り得る値、垂直軸は S_F の各値の出現確率を表す。図 1 より、推定分布の概形は実験値と比べて大きく異なることが分かる。このため、Pankanti らの報告に基づくモデル化では、必ずしも十分に指紋情報間の相関性を考慮できず、 $H_2(F)$ を正確に評価できない可能性がうかがえる。そこで、4 章では、 S_F の分布はその形状を仮定せずにノンパラメトリックな手法を用いて推定し、 $H_2(F)$ を再評価することにより、本章の Renyi エントロピー評価の妥当性を検証する。

4. ノンパラメトリックな手法を用いた指紋情報の Renyi エントロピー評価

本章では、ノンパラメトリックな手法を用いて指紋情報の Renyi エントロピーを定量的に評価した結果について述べる。まず、カーネル密度推定法を用いた Renyi エントロピーの評価方法を明らかにし、次いで、Renyi エントロピーをノンパラメトリックに評価した結果と 3.3 節でパラメトリックに評価した結果との相違について考察する。

4.1 カーネル密度推定法を用いた Renyi エントロピーの評価方法

指紋情報間の類似度分布をカーネル密度推定法⁹⁾を用いて推定した場合の指紋情報 F の Renyi エントロピー $H_2(F)$ の評価方法について述べる。ただし、3.1 節と同様にマニユーシャマッチングモデルを採用する。

まず、指紋情報間の類似度 S_F の確率関数 $p_{S_F}(s)$ を連続確率変数 X の確率密度関数 $f_X(x)$, $x \in \mathbb{R}$ で近似する。カーネル密度推定法においてカーネル関数に標準偏差 h の正規分布を採用した場合、 $f_X(x)$ は、 S_F の N 個のサンプル $\{S_F^i\}_{i=1}^N$ を用いて、次式で表せる。

$$f_X(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(2\pi h^2)^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{(S_F^i - x)^2}{2h^2} \right\} \tag{16}$$

次に、それぞれ T, T' ($T \leq T'$) 個のマニユーシャ情報で構成された 2 つの指紋情報間において T 個のマニユーシャが一致する確率、すなわち、 S_F が T を取る確率は、 S_F が整数値のみを取ることから、 $p_{S_F}(T) = \int_{T-0.5}^{T+0.5} f_X(x) dx$ となる。したがって、 $p_{S_F}(s)$ をカーネル密度推定法を用いて推定した場合、 $H_2(F)$ は次式で表せる。

$$H_2(F) = -\log_2 \int_{T-0.5}^{T+0.5} f_X(x) dx \tag{17}$$

ただし、 T, T' は、3.2 節と同様に、他人間照合実験で使用される指紋 DB を利用して、1 つの指紋情報に含まれるマニユーシャ情報数の平均を調査し、その結果を近似値とする。

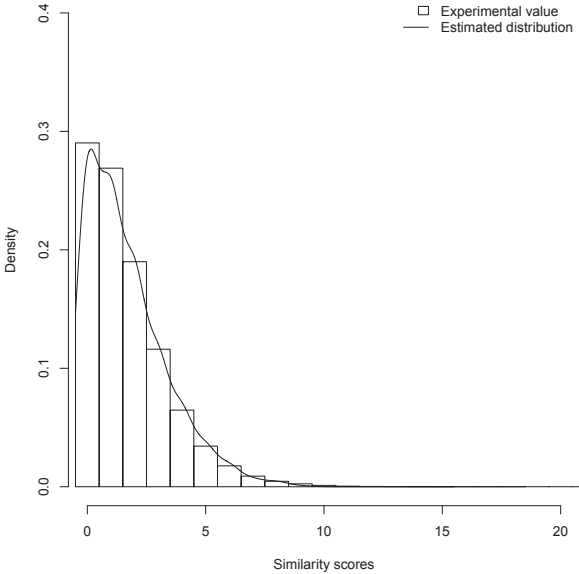


図 2 他人間照合実験結果と推定分布 (ノンパラメトリックな手法)
Fig. 2 Distribution of similarity scores

4.2 情報量評価実験

4.1 節の評価方法に従って、指紋 DB を用いて他人間照合実験を行い、指紋情報 F の Renyi エントロピー $H_2(F)$ を定量的に評価した結果について述べる。

他人間照合実験では、表 1 の諸元の下で 3.3 節と同様の実験を行った。また、式 (16) におけるカーネル関数の正規分布の標準偏差 h は、Least-Squares Cross-Validation 法⁹⁾を用いて決定しており、0.474 であった。したがって、3.3 節で調査した F を構成するマニユーシャ情報数 T の平均 18 個と式 (17) より、 $H_2(F)$ は 61 bits と算出できた。

ここで、図 2 に、他人間照合実験結果と式 (16) より推定した指紋情報間の類似度 S_F に関する連続確率変数 X の確率密度の分布を示す。水平軸は X の取り得る値、垂直軸は X の各値の確率密度を表す。図 2 より、ノンパラメトリックな手法を用いた場合、推定分布は実験値をよく近似していることが分かる。また、 $H_2(F)$ の推定値は、3.3 節の推定値 81 bits と比べて 20 bits も減少している。これは、図 1 より、 S_F の分布を Pankanti らの報告に基づきパラメトリックに推定した場合、 S_F が 4 以上の値を取る確率の推定値が実験値

を大きく下回る傾向にあることに起因すると考えられる。したがって、Pankanti らの報告に基づきパラメトリックな手法を用いた場合、 $H_2(F)$ を過大に評価する可能性がある。

以上より、マニユーシャ情報を用いた指紋認証において指紋情報の情報量を評価する際は、指紋情報間の類似度分布をノンパラメトリックな手法を用いて推定することにより、 $H_2(F)$ を正確に評価できる可能性があるといえる。しかし、ノンパラメトリックな手法を用いた場合、推定分布の形状は使用する学習データに大きく依存するため、本節とは異なる指紋 DB を用いて他人間照合実験を行った際は、図 2 と推定分布の形状が大きく異なる可能性も考えられる。したがって、今後は異なる指紋 DB を用いて $H_2(F)$ を再評価し、本節の評価結果との相違について考察する。

5. おわりに

本稿では、筆者らが提案する Renyi エントロピーを用いた生体情報の情報量評価手法⁷⁾ を指紋認証に適用し、指紋情報の Renyi エントロピーを定量的に評価した結果について述べた。まず、Pankanti らの報告⁸⁾ に基づき超幾何分布と二項分布を用いて Renyi エントロピーをパラメトリックに評価した。次いで、カーネル密度推定法を用いて Renyi エントロピーをノンパラメトリックに評価し、パラメトリックに評価した結果との相違について考察した。その結果、Pankanti らの報告に基づきパラメトリックな手法を用いた場合、指紋情報の Renyi エントロピーを過大に評価し、ノンパラメトリックな手法を用いた場合、指紋情報の Renyi エントロピーを正確に評価できる可能性があるという知見を得ている。

今後は、まず、4.2 節で述べたように、4.1 節に従って、異なる指紋 DB を用いて指紋情報の Renyi エントロピーを再評価し、4.2 節の評価結果との相違について言及する。次いで、Renyi エントロピーを用いた指紋情報の Shannon エントロピー推定の妥当性を検討する。

参 考 文 献

1) Daugman, J.: The importance of being random: statistical principles of iris recognition, *Pattern Recognition*, Vol.36, No.2, pp.279–291 (2003).
 2) Adler, A., Youmaran, R. and Loyka, S.: TOWARDS A MEASURE OF BIOMETRIC INFORMATION, *Proc. 19th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE 2006)*, pp.210–213 (2006).
 3) Takahashi, K. and Murakami, T.: A Metric of Information Gained through Biometric Systems, *Proc. 20th International Conference on Pattern Recognition (ICPR 2010)*, pp.1184–1187 (2010).

4) Ratha, N.K., Connell, J.H. and Bolle, R.M.: Enhancing security and privacy in biometrics-based authentication systems, *IBM Systems Journal*, Vol.40, No.3, pp. 614–634 (2001).
 5) Juels, A. and Sudan, M.: A Fuzzy Vault Schem, *Proc. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT 2002)*, p.408 (2002).
 6) Dodis, Y., Ostrovsky, R., Reyzin, L. and Smith, A.: Fuzzy Extractors: How to Generate Strong Keys from Biometrics and Other Noisy Data, *SIAM J. Comput.*, Vol.38, No.1, pp.97–139 (2008).
 7) 披田野清良, 赤尾直彦, 小松尚久, 高橋健太: Renyi エントロピーを用いた虹彩情報の情報量評価手法, *情報処理学会論文誌*, Vol.52, No.9 (2011).
 8) Pankanti, S., Prabhakar, S. and Jain, A.K.: On the Individuality of Fingerprints, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine*, Vol.24, No.8, pp.1010–1025 (2002).
 9) Bishop, C. M.: *PATTERN RECOGNITION AND MACHINE LEARNING*, Springer (2006).
 10) Renyi, A.: ON MEASURES OF ENTROPY AND INFORMATION, *Proc. 4th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Vol.1, pp.547–561 (1960).
 11) Mansfield, A.J. and Wayman, J.L.: Best Practices in Testing and Reporting Performance of Biometric Devices: Version 2.01, Technical report, Center for Mathematics and Scientific Computing, National Physical Laboratory (2002).
 12) Harremoës, P. and Topsøe, F.: Inequalities Between Entropy and Index of Coincidence Derived From Information Diagrams, *IEEE Trans. Information Theory*, Vol.47, No.7, pp.2944–2960 (2001).
 13) Zyczkowski, K.: Renyi Extrapolation of Shannon Entropy, *Open Systems and Information Dynamics*, Vol.10, No.3, pp.297–310 (2003).
 14) Burr, W.E., Dodson, D.F. and Polk, W.T.: Electronic Authentication Guideline, *NIST Special Publication 800-63 Version 1.0.2* (2006).
 15) Shay, R., Komanduri, S., Kelley, P.G., Leon, P.G., Mazurek, M.L., Bauer, L., Christin, N. and Cranor, L.F.: Encountering Stronger Password Requirements: User Attitudes and Behaviors, *Proc. 6th Symposium on Usable Privacy and Security (ISOUPS2010)* (2010).
 16) Maltoni, D., Maio, D., Jain, A.K. and Prabhakar, S.: *Handbook of Fingerprint Recognition*, Springer (2003).
 17) Zhang, H.: A Note About Maximum Likelihood Estimator in Hypergeometric Distribution, *Revista Comunicaciones en Estadística, UNIVERSIDAD SANTO TOMAS*, Vol.2, No.2 (2010).
 18) National Institute of Standards and Technology: NIST Fingerprint Image Software 2, available from <http://fingerprint.nist.gov/NFIS>.