

進化型多目的最適化に基づく 少数方向投影からのCT画像再構成

大江将悟^{†1} 渡邊真也^{†2} 塩谷浩之^{†2}

投影方向の限定されたコンピュータトモグラフィ(Computed Tomography, CT)である少数投影CTは逆問題の1種であり, 欠損情報を推定することにより内部画像の再構成を行う。本研究では, この問題に対してGSアルゴリズム(Gerchberg-Saxton algorithm)と進化型多目的最適化手法(Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO)を組み合わせた新たな手法を提案する。これは解の一意性が保証されず, 実空間・逆空間の双方の空間において拘束条件が存在する少数投影CTに対して, 多点に基づく多目的の枠組みで最適化を行うEMOが親和的に機能すると考えられるからである。本研究では, 上記の提案手法を用いて性質と解像度の異なる3種類の画像に対して数値実験を行ない, その有効性を検証した。

CT image reconstruction from limited projections based on evolutionary multi-criterion optimization

SHOGO OHE,^{†1} SHINYA WATANABE^{†2}
and HIROYUKI SHIOYA^{†2}

Sparse angular Computed Tomography (CT) reconstruction is a kind of inverse problem. The missing information resulting from limited projections should be estimated to reconstruct a cross-section image of an object. This paper proposes a new hybrid type approach for this problem based on the Gerchberg - Saxton algorithm (GS algorithm) and Evolutionary Multicriterion Optimisation (EMO). Restraint conditions of this problem lie on two different domain (the object domain and the Fourier domain) and this problem has the feature of non-uniqueness of solutions, therefore the approach based on EMO seems to be suitable for applying this problem. In this paper, the characteristics and effectiveness of the proposed approaches are presented through simple examples, which have different resolution.

1. はじめに

一般的なコンピュータ断層撮影(Computed Tomography, CT)では, 対象の全方位からのX線透過分布を再構成することで断面画像を構成している¹⁾。一方, 障害物等により投影方向に制限があり, 全方位からの投影が行えない状況も存在する。そのような投影方向の限定されているCTは少数投影CTと呼ばれ, 再構成に必要な情報が大幅に欠損しているため, 鮮明な断面画像を獲得するためには欠損情報を適切な形で補完する必要がある。

少数投影CTは不完全問題の一種であり, 少数方向からの観測情報, 物体の存在位置といった一部の情報を手がかりに断面画像の推定を行う問題である。正確な断面画像を獲得するためには欠損情報の正確な推定が不可欠であるが, 欠損情報の割合がごく限られている場合を除き, 与えられている観測情報, 拘束条件から解を一意に求めることは事実上不可能である。

この少数投影CTに対しては, フィルター逆投影法(Filter Back Projection, FBP)¹⁾やニューラルネットワークを用いた手法²⁾等, 複数の手法が提案されている³⁾。しかし, これらの手法では欠損情報に対する補完機能がついていない, 欠損割合がごく限られている場合にしか正確な推定が行えない等の問題点があり, 欠損情報の割合が多い場合には対応することができない。

そこで, 本研究ではこの少数投影CTに対して, 進化型多目的最適化手法(Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO)⁴⁾の枠組みに基づく新たな画像再構成手法の提案を行い, 欠損割合の多い場合での良質な推定画像導出を試みた。また, 提案手法では局所探索手法としてGSアルゴリズム⁵⁾を組み込むことで, 膨大な未知パラメータに対する効果的な最適化を実現している。

2. CTの原理と少数投影CT

CTでは図1(a)に示すように, ある方向での投影から透過量を計測, 全ての方向からの透過量を獲得することで, 断面画像の再構成を可能にしている¹⁾。全ての方向からの透過量を計測することで, 物体の断面における吸収値を算出することができ, 物体の吸収分布を投

^{†1} 室蘭工業大学大学院 情報電子工学系専攻

Graduate School of Information and Electronic Engineering, Muroran Institute of Technology.

^{†2} 室蘭工業大学 しくみ情報系領域

Department of Information and Electronic Engineering, Muroran Institute of Technology.

影データ (Projection Data) と呼ぶ。

一般的な CT では投影データから断面画像を再構成する手法が複数提案されている¹⁾。その代表例がフーリエ変換を利用した解析的手法であるフィルタ逆投影法 (Filtered Back-Projection, FBP 法) であり、一般的な CT だけではなく、少数投影 CT においても最も適用例が多い。FBP 法では図 1 に示すように、ある方向からの投影データを逆空間の対応する角度に挿入することで再構成を可能にしている。ここで、 (x, y) 座標で表現される実空間を S 、 (μ, ν) 座標で表現される逆空間を K とおき、実空間上の物体関数の吸収分布を $f(x, y)$ とすると、 f のコントラストから物体内部の構造が得られるため、 $f(x, y)$ を物体関数として同一視することができる。また、ある角度 θ での投影による射影像の 1 次元フーリエ変換は、実像の 2 次元フーリエ変換における角度方向に相当する。全ての角度からの投影像が実像のフーリエ変換に相当するため、逆フーリエ変換によって実像を再構成することが可能となる。

(x, y) 座標系を角度 θ 回転させた座標系を (r, s) とするとき、 $f(x, y)$ の角度 θ の投影データ $h(r, \theta)$ は以下の式 (1) で与えられる。

$$h(r, \theta) = \int_{\mathbf{R}} f(r \cos \theta - s \sin \theta, r \sin \theta + s \cos \theta) ds \quad (1)$$

光源が平行に物体に照射されるものと想定すると、射影像において対称性 ($h(r, \theta) = h(-r, \theta + \pi)$) が成り立つ。図 1(a),(b) に、投影 $h(r, \theta)$ と物体関数 $f(x, y)$ のフーリエ変換との対応関係を示す。

少数投影 CT は鉛などの遮蔽物により観測が不可能、対象物が土砂に埋もれている等で観測装置が設置できないといった理由により、すべての θ の透過量を計測できない事象を対象としている。例えば、投影方向が N 方向に限定されていたとすると、実像のフーリエ変換が逆空間において不完全に与えられており、そのような限定された情報から $f(x, y)$ を求めることに相当する。

少数投影 CT はいわゆる不完全問題の一種であり、解を一意に求めることは困難である。また、投影方向数が同一の場合、画像の解像度に比例して欠損情報量も増加するため正確な推定は更に困難となる。

3. 少数投影 CT に対する先行研究

ここでは、一般的な CT および少数投影 CT に関する主な既存手法について概説する。

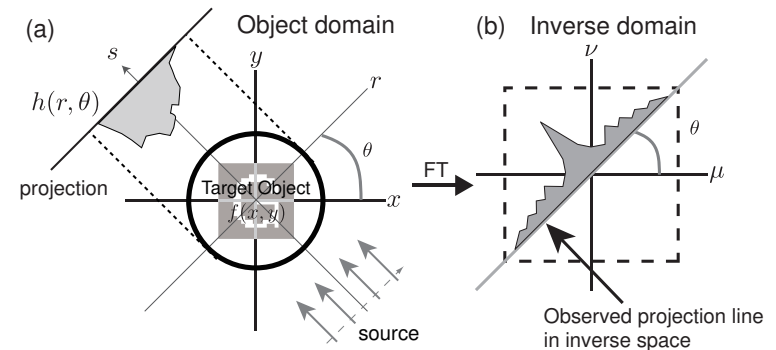


図 1 (a) 物体関数 $f(x, y)$ と投影 $h(r, \theta)$ の関係, (b) 逆空間における角度 θ での投影断面
Fig. 1 (a) The relationship between material $f(x, y)$ and projection $h(r, \theta)$,
(b) θ -angled section in inverse domain.

3.1 フィルター逆投影法

フーリエ変換を用いた解析的手法の代表例としてフィルタ逆投影法 (Filtered Back Projection, FBP) を採り上げ、手順を以下に示す。

- Step1 光源から照射し投影データを取得
- Step2 得られた投影データを 1 次元フーリエ変換し、2 次元逆空間の対応する投影角度方向に挿入
- Step3 逆空間でのフィルタリングを実行
- Step4 投影角度ごとに 1 次元フーリエ逆変換
- Step5 逆変換された情報を元に物体の分布関数を再構成

ここで、光源の透過による角度方向の射影像の 1 次元フーリエ変換は、実像の 2 次元フーリエ変換における角度方向分に相当する。全ての角度の投影像を元に実像のフーリエ変換が得られ、その逆フーリエ変換によって実像が再構成される。

3.2 ニューラルネットワークによる少数投影 CT 再構成

ニューラルネットワークを用いた応用は幾つか試みられており²⁾、データの欠損割合が限られている場合において高品質な画像再構成に成功している^{*1}。これらの手法では、少数方向からの投影データ (観測データ) を教師信号としてニューラルネットワーク学習を行ってお

*1 寺西らの手法²⁾では 128 方向での投影から再構成を行うことに成功している。

り、欠損情報を推定・補完することで、少数投影 CT での再構成を可能としている。

4. 進化型多目的最適化手法に基づく少数投影 CT 再構成

本研究では少数投影 CT に対し、進化型多目的最適化手法 (Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO) と GS アルゴリズム (Gerchberg-Saxton algorithm)⁵⁾ を組み合わせた新たな再構成手法を提案する。少数投影 CT は実空間と逆空間の 2 つの空間に複数の拘束条件と評価指標が存在し、それらを同時に考慮する必要があることから、多目的最適化問題として捉えるのが自然である。また、このような特徴を持つ少数投影 CT に対して、多点に基づく反復改善手法であり、複数の評価基準を同時に評価可能な EMO が有効であると考へており、局所探索手法として GS アルゴリズム⁵⁾ を組み込むことで両空間の拘束条件適用を通じた効率の良い欠損情報の推定を試みている。

4.1 アルゴリズムの流れ

本提案手法は EMO の枠組みに GS アルゴリズムを組み込んだ物となっており、以下のような手続きで実行される。

Step1 EMO の各種パラメータの初期化と初期個体・母集団の生成

Step2 個体の適合度を評価

Step3 EMO による探索

Step4 各個体に対する GS アルゴリズムの適用

Step5 終了条件判定 (条件を満たしている場合は終了、それ以外は Step2 へ)

まず、Step1 において EMO の初期化が行われる。本研究では設計パラメータとして少数投影 CT の逆空間情報 (逆空間での複素数値) を用いており、逆空間での既知情報は観測情報、欠損情報は乱数により初期化される。Step2 では、4.2 節で詳細を示す評価基準に基づき各個体の適合度求め、Step4 において、各個体に GS アルゴリズムを適用する。GS アルゴリズムの詳細については 4.3 節で述べるが、実空間と逆空間の拘束条件を交互に適用する事により、パラメータ更新を実現している。終了条件を満たすまで Step2-5 を繰り返し、推定解の質の向上を試みている。

4.2 評価基準

本研究では EMO アルゴリズムにおける評価基準を実空間・逆空間拘束条件に対する違反量に基づき算出しており、後述の 4 種類の評価基準を各空間ごとに合成することで 2 目的最適化問題として定式化している。

本提案手法における設計パラメータとして、逆空間における各座標の複素値を設定してい

るが、実際には数値の固定される既知領域も含まれているため、求めるべき設計パラメータ数 (欠損情報領域) は全領域から既知領域を除いた部分となる。

少数投影 CT では実空間、逆空間の両空間を行き来することで断面画像を得ており、本研究における拘束条件も以下のように両空間に存在する。

(i) 実空間上で物体が無い領域 (Outer Region) が既知である。

すなわち、 $D_{out} = \{(x, y) | f(x, y) = 0, (x, y) \in S\}$ が与えられている。ただし、 D_{out} ($\subset S$) は連結領域とする (連結とは、空でない 2 つの部分集合の和集合で表すことのできない位相空間)。

(ii) 実像のフーリエ変換の角度方向の直線上の複素数値が既知である。

すなわち、逆空間の既知領域を J_{obs} ($\subset K$)、真の実像 $f(x, y)$ のフーリエ変換 $F_f(\mu, \nu)$ とすると、

$$F_{obs}(\mu, \nu) = \begin{cases} F_f(\mu, \nu), & \text{if } (\mu, \nu) \in J_{obs}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2)$$

と表現することができる。

本稿では、以下に示すように実空間で 3 種類、逆空間で 1 種類の評価基準を設定した。以下、遺伝子 $G(\mu, \nu)$ について、 $G(\mu, \nu) = F_{obs}(\mu, \nu)$ for $(\mu, \nu) \in J_{obs}$ が成り立ち、その逆フーリエ変換を $g(x, y)$ と表した場合の評価基準について示す。

本提案手法では、実空間における物体の存在しない領域を Outer Region として設定しており、この Outer Region に関する違反量を式 (3) として定義した。

$$E_{out}(g) = \sum_{(x, y) \in D_{out}} |g(x, y)|. \quad (3)$$

上式は Outer Region 内に存在する振幅の合計を表している。

また、 D_{out} において各画素値は虚数ではないため、実数性に関する違反量として式 (4) を設定した。

$$E_{image}(g) = \sum_{(x, y) \notin D_{out}} |\text{Im}[g(x, y)]|. \quad (4)$$

Outer Region 外 (物体が存在している領域) において非負となることから、非負性に関する違反量を式 (5) と設定した。

$$E_{pos}(g) = \sum_{(x, y) \notin D_{out}, \text{Re}[g(x, y)] < 0} |\text{Re}[g(x, y)]|. \quad (5)$$

後述する GS アルゴリズムによる設計パラメータ (遺伝子) の更新による, 逆空間値の差分に対する違反量として式 (6) と設定した.

$$E_{\text{diff}}(G) = \sum_{(\mu, \nu) \in K} |G_{\text{befor}}(\mu, \nu) - G_{\text{after}}(\mu, \nu)|. \quad (6)$$

4.3 GS アルゴリズム

本提案手法では EMO による探索課程の中に, GS アルゴリズム (Gerchberg Saxton algorithm)⁵⁾ を組み込んでいる. 少数投影 CT における膨大なパラメータの更新は実質的に GS アルゴリズムにより行われており, EMO は良質な解候補を保持するための枠組みとして利用している.

GS アルゴリズム⁵⁾ は Gerchberg と Sxton によって考案された手法であり, 位相回復問題を始め幅広く利用されている⁶⁾ 手法である. この手法では, 実空間と逆空間を行き来しながら双方の空間で拘束条件や既知情報の更新を行なっている.

EMO アルゴリズム内に組み込んだ GS アルゴリズムによる解の更新手順を図 2 に示す. GS アルゴリズムを適用することで実空間, 逆空間拘束条件が適用され, 解更新も行われるが適用前後の情報にズレが生じる. そのため, 本提案手法では更新による情報のズレを低減するために, 1 回の解更新につき複数回 GS アルゴリズムを適用している.

5. 数値実験

提案手法の有効性を検証するため, 解像度 (16×16px, 256×256px) と複雑度の異なる 3 種類の画像に対して数値実験を行なった. 本稿では紙面の都合で 2 種類の画像での結果を掲載する.

5.1 実験設定

EMO アルゴリズムとして実数値型 NSGA-II(Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II)⁴⁾ を使用し, 交叉手法には Simulated Binary Crossover(SBX)⁴⁾, 突然変異手法として Polynomial Mutation⁴⁾ を用いた. NSGA-II で使用した主要パラメータは交差率 1.00, 突然変異率 1/遺伝子長, 終了世代数は 1000 世代, 試行数は 30 回. SBX における η_c は 20, Polynomial Mutation における η_m は 20 とした.

逆空間における複素数値を設計パラメータとしているため, その数は解像度に比例する. そのため, 対象問題の解像度によって異なる個体数を設定し, 解像度 16×16px の問題では 100 個体, 解像度が 256×256px の問題では 200 個体とした. また, GS アルゴリズムによる実空間・逆空間拘束条件に基づく設計パラメータの更新回数を 10 回とした.

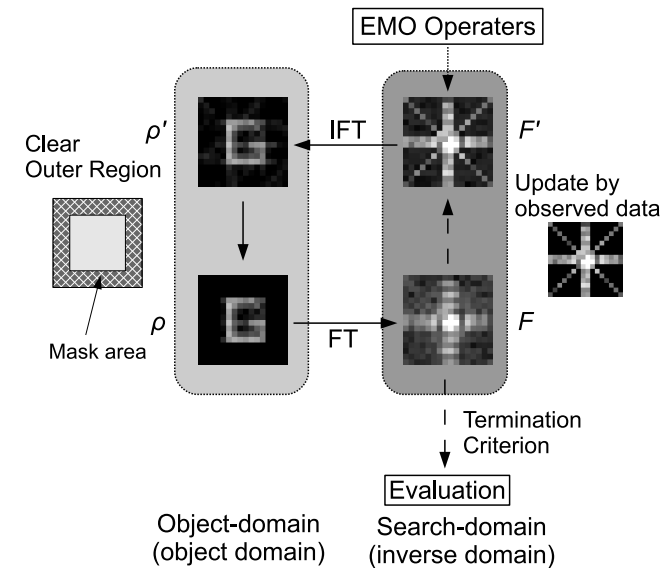


図 2 EMO を導入した GS ダイアグラム
Fig. 2 EMO-based GS diagram.

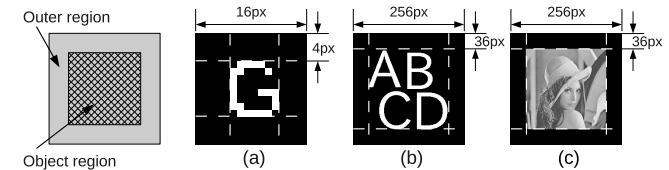


図 3 原画像と Outer Region の設定
Fig. 3 Original objects and image of outer region.

目的関数は 4.2 節で示した 4 つの評価基準を基に, 実空間・逆空間の各空間ごとに目的を設定し, 以下に示す 2 目的最適化問題として設定した.

$$\text{Obj}_1 = E_{\text{out}}(g) + E_{\text{image}}(g) + E_{\text{pos}}(g) \quad (7)$$

$$\text{Obj}_2 = E_{\text{diff}}(G) \quad (8)$$

実験対象として図 3 に示す 3 枚の実験画像を使用した.

また, 既知情報として図 4 に示す様な 4 方向 (0°, 45°, 90°, 135°) からの投影情報を用い

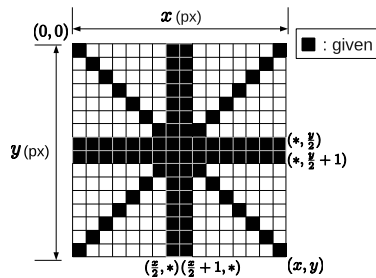


図 4 既知情報のイメージ図
Fig.4 Image of given information.

た．具体的には原画像をフーリエ変換し，投影方向に該当する部位のみを残す事で少数投影 CT における既知の投影データに相当するものとしている．

なお，本研究では解像度 $M \times N$ の原画像 f と推定画像 g の異なり具合を定量的に算出するため，下記に示す差分の絶対値平均による比較も行った．

$$I(f, g) = \frac{1}{|M \times N|} \sum_{(x, y) \in S} |f(x, y) - g(x, y)|. \quad (9)$$

5.2 実験結果

数値実験の結果として，各実験画像に対する目的関数値のプロット，原画像との距離 $I(f, g)$ によるヒストグラムの 2 種類を示す．解像度 16×16 px の図 3(a) に対する目的関数値のプロットを図 5(i)，原画像との距離 $I(f, g)$ を図 5(ii) に示す．同様に，解像度 256×256 px の図 3(b) に対する結果を図 6(i)，図 6(ii) を示す．

図 5(i) 及び図 6(i) は目的関数値によるグラフであり，X 軸が実空間での目的関数値 Obj_1 ，Y 軸が逆空間での目的関数値 Obj_2 を表している．グラフ下部に推定された解候補と式 (9) に基づく原画像との差分 $I(f, g)$ ，目的関数空間との関係を示しており，参考として FBP 法による結果と得られた解候補から生成した平均値画像を載せている．図 5(ii) 及び図 6(ii) は式 (9) の原画像との差分 $I(f, g)$ に基づいたヒストグラムであり，X 軸が原画像との差分量，Y 軸が同一差分量の個体数を表している．

解像度 16×16 の対象 (図 3(a)) に関する分析

図 5(i),(ii) から，解像度 16×16 px の問題は問題サイズも小さく，真の解に近い解を求められていることが分かる．図 5(i) より，目的関数値が良好な個体は必ずしも原画像に近い

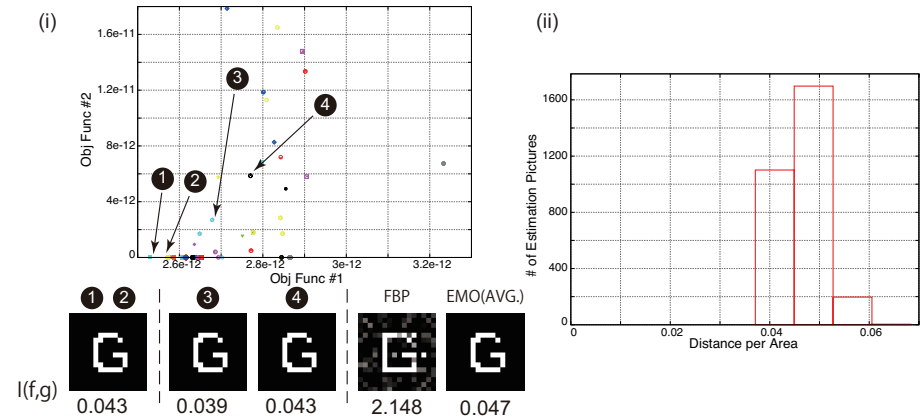


図 5 (i) 解像度 16×16 px の対象 (図 3(a)) での目的関数値プロット，
(ii) 解像度 16×16 px の対象 (図 3(a)) での原画像との距離によるヒストグラム

Fig. 5 (i) Objective space for 16×16 px problem (Fig. 3(a)),
(ii) Histogram of distance from original image on 16×16 px problem (Fig. 3(a)).

画像ではなく，目的関数値としては異なる値を持つ個体が同一の推定画像となっているのが分かる．また，一部の個体は Obj_2 が 0 となっており，逆空間での拘束条件と一致していることが分かる．

解像度 256×256 の対象 (図 3(b)) に関する分析

図 6(i),(ii) より，単純だが解像度の大きい 256×256 px の対象では 16×16 px の対象程鮮明な画像は得られていないが，比較的現画像に近い結果が得られていることが分かる．また，図 6(i) から， 16×16 の問題とは異なり，目的関数値が最も良好な個体群が最も原画像に近いという結果を示しているが，他の集団では目的関数値と原画像との距離の関係は必ずしも連動していない様子も読み取ることができる．図 6(ii) から，図 5(ii) と同様に得られた解 (200 個体 \times 30 試行) は固まって分布しているが，真の解との差分量が大きい方に分布が偏っていることがわかる．

提案手法による最適化の過程

提案手法における探索過程の 1 例を図 7 に示す．図 7 より，初期状態では観測情報と乱数により構成されており不明瞭だった画像が，世代が進むのにしたがって原画像に近い明瞭なものへと最適化されている様子が見られる．また，画像の質と両評価値にも強い相関がみられ，評価値の改善に従い画像の質も向上していることが確認できる．

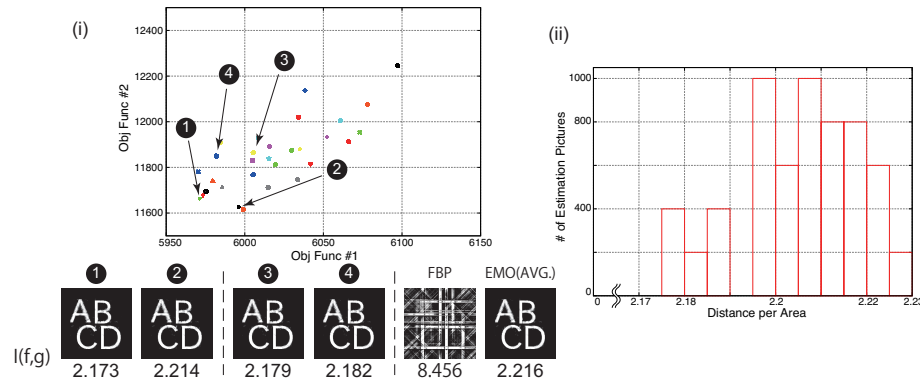


図 6 (i) 解像度 256×256px の対象 (図 3(b)) での目的関数値プロット,
(ii) 解像度 256×256px の対象 (図 3(b)) での原画像との距離によるヒストグラム
Fig. 6 (i)Objective space for 256×256px problem(Fig.3(b)),
(ii)Histogram of distance from original image on 256×256px problem(Fig.3(b)).

6. ま と め

本研究では少数投影 CT に対し、進化型多目的最適化手法 (Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO) と GS アルゴリズム (Gerchberg Saxton algorithm) の組み合わせによる、新たな画像再構成の提案を行った。提案手法では少数投影 CT を多目的化問題として定義し、投影方向が極めて限定されている条件下で効率良く、良質な多数の解候補を求めることを目的としており、FBP 法に代表される従来手法とは全く異なるアプローチを採っている。

3 種類の解像度と複雑度の異なる画像を用いて数値実験を行った結果、以下の事柄を明らかにすることができた。

- 欠損情報が極めて多い、4 方向の投影*1 から画像再構成が可能
- 多点探索により、一度の試行で複数の解候補を導出可能
- 得られた複数の解候補から平均画像を作成することで、異なる特性の画像を導出可能
- 拘束条件に基づく設計パラメータの更新により探索を効率化

今後は、得られる投影方向に強い偏りが存在する場合、拘束条件にノイズを含んだ場合といった、より実問題を意識した問題設定に対する提案手法の適用を行い、最終的には実データに対する有用性の検証まで進めたいと考えている。

参 考 文 献

- 1) 中村 実ほか：CT システム入門コンピュータ断層撮影の理論と実際，マグプロス出版 (1991).
- 2) 寺西大，川島賢太，山岸公基：ニューラルネットワークトモグラフィーを用いた古文化財刀剣象嵌の復元，インテリジェント・システム・シンポジウム講演論文集，pp.323-326 (2008).
- 3) Verhoeven, D.: Limited-data computed tomography algorithms for the physical sciences, *Applied optics*, Vol.32, No.20, pp.3736-3754 (1993).
- 4) Deb, K.: *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*, Wiley (2001).
- 5) Gerchberg, R.W. and Saxton, W.O.: A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures, *Optik*, Vol.35, pp.237-246 (1972).
- 6) Fienup, J.R.: Phase retrieval algorithms: a comparison, *Applied Optics*, Vol.21, No.15, pp.2758-2769 (1982).

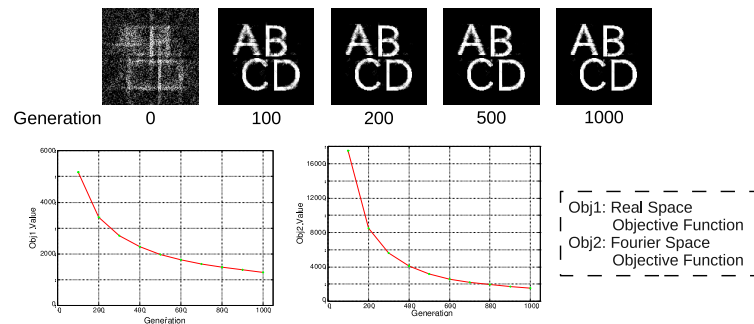


図 7 最適化過程
Fig. 7 Objective space for 16×16px problem.

*1 解像度 16×16 では 66%の情報が欠損，256×256 では 98%の情報が欠損