

連続系のシミュレーション——アナログ・ハイブリッド演算によるシミュレーション——*

秋 山 修 二**

1. はじめに

アナログ・ハイブリッド演算は、長い間連続系のシミュレーションと同意義であった。アナログ演算が、元来並列演算による常微分方程式の解、つまり連続系のシミュレーションの演算そのものであり、アナログ・ハイブリッド演算技術は、シミュレーションの多様化・大規模化とともに、ディジタル情報処理を組みこんで発展してきたからである。

60年代後半からの大型計算機を中心とするCSMPの如き連続系シミュレーション言語の充実と、70年以後のミニコンを中心とする実時間特性を目的とするシミュレーションシステムの開発により、純ディジタル方式の連続系のシミュレーションも有力な手段になっている。実際的な問題として、アナログ・ハイブリッドシミュレーションは、運営、データ処理能力の不備や、汎用性に欠ける所が多かったりして、純ディジタルシミュレーションと比較して、かなり低迷している感がある。

もちろん、シミュレーションモデルの要求が、純ディジタル方式でカバーできないときは、アナログ・ハイブリッド演算になるが、アナログ演算の手軽さと信頼性の高さ（故障によるシステムダウンは、ディジコンより少ない）、人間の介入の容易さ等アナログ・ハイブリッド演算の利点は多い。表-1にアナログ・ディジタル両演算方式の基本的得失を示しておくが、アナログ・ハイブリッド演算技術は、常に工学上の各種の応用分野と密接に関連しており、情報処理技術としての独立した体系でないこともその特長である。表-2（次頁参照）はその一面を示すためのアナログ・ハイブリッド演算の利点・応用分野の最近のインデックス例である。連続系のシミュレーションは、モデルの物理

表-1 アナログ・ディジタルシミュレーション方式の得失比較表

方式 比較項目	ア ナ ロ グ	デ ジ タ ル
モ デ ル 变 数	・連続・スケール変換必要	・浮動小数点方式ならば、スケール変換不要
積 分	・コンデンサ損失による誤差	・積分公式の近似誤差
時 間 依 存 性	・時間軸積分に帰する	・任意の積分変数にアクセス可
演 算 動 作 速 度	・並列 ・演算素子の帯域幅（~1 MHz）	・直列 ・アルゴリズム及びモードに依存
精 度	・演算素子による限界 (.01%)	・計算語長による
非線形・特殊演算・多変数関数発生	・解析関数（時間軸）が可能なときもあるが一般には、困難	・可
論 理 動 作	・プログラムの条件・判断修正 ・データの記憶が困難	・可
プロ グ ラ ム	・モデルと直接対応 ・オペレータの介入容易 ・実時間機器の導入容易 ・オートパッチによるストアドプログラム ・ハード依存性が高い	・シミュレーション言語の使用 ・ソフトライブラリの利用 ・実時間用I/O、ソフトが必要 ・総合データ処理が優れている ・ハードの知識をあまり必要としない

的特性・経験に立脚しているものであり現実との対応が相互に満足されなければならない。アナログ・ハイブリッド演算による連続系のシミュレーションは、このような実モデルとの相似に適している（純ディジタル方式も使用面では、アナログ方式をシミュレートしているのは当然である）。

しかし、従来のアナログ・ハイブリッド演算手法への興味が高度な演算手法や特殊計算装置に集中し、汎用性・適用性の諸点で、シミュレーションの総合的要請とかけ離れていたようである。これは、利用者層の薄さと比例している現象である。

本解説では、シミュレーション技術として実用可能な（現在市販されているアナログ・ハイブリッド計算

* Analog & Hybrid Simulation of Continuous Systems by Shuji AKIYAMA (Dep. of Computer, Electrotechnical Laboratory).

** 電子技術総合研究所電子計算機部アナログ情報研究室

表-2 アナログハイブリッド応用分野利点項目

応用分野	利用手法
BIOMEDICAL ENGINEERING	ALGEBRAIC EQUATIONS
BUSINESS(MANAGEMENT)	DATA ANALYSIS/REDUCTION
CHEMICAL	DIRECT DIGITAL CONTROL
CIVIL	DYNAMIC SIMULATION
COMPUTER SCIENCE	FUNCTION GENERATION
CONTROL/AUTOMATION	GRAPHTICS
ELECTRICAL/ELECTRONIC	INTEGRAL EQUATION
GENERAL SCIENCE-ENGINEERING	MULTIPLEXING
INDUSTRIAL ENGINEERING	ODE, DIFFERENTIAL EQUATION
MATHEMATICS	OPTIMIZATION
MECHANICAL	PATTERN RECOGNITION
NUCLEAR	PARTIAL DIFFERENTIAL Eqs
PHYSICS	REAL-TIME/HARDWARE TIE-IN
SOCIO-ECONOMIC	MULTIPLE
TECHNIQUE	OTHER
MULTIPLE	UNKNOWN
OTHER	
UNKNOWN	

目的と利点

DESIGN ANALYSIS	ACCURACY
EDUCATION OR TRAINING	CONVENIENCE/EASE OF USE
DESIGN EVALUATION	ECONOMIC
HUMAN FACTORS	GRAPHICS
MODEL DEVELOPMENT	INTERACTION/CONVERSATIONAL
OPTIMIZATION	REAL-TIME/HARDWARE TIE-IN
UNDERSTANDING	TECHNICAL
MULTIPLE	TIME
OTHER	MULTIPLE
UNKNOWN	OTHER
	UNKNOWN

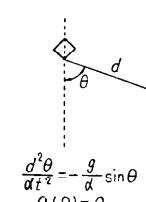
機程度で実現可能という意味で) アナログ・ハイブリッド演算手法をとりあげる。

アナログ・ハイブリッド演算手法は、直観的に一般化することは容易である故、具体例に沿って幾分基礎的事項を含めて総合的に述べる。

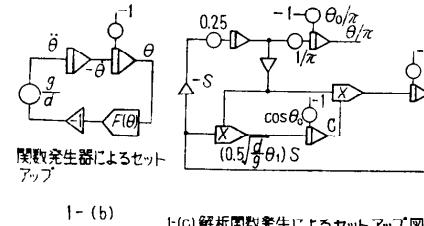
2. アナログ計算機によるシミュレーション

アナログ計算機の主要演算要素は、積分器、加算器ポテンショメータ、標準的非線形演算器、特殊演算器の5種類位に大別される。標準的非線形演算器とは、掛算器、コレパレータ等、アナログ技術で比較的簡単に実現できるものを指すこととする。つまり、アナログ計算機(以後アナコンと呼ぶ)で、シミュレーションを行うときは、前4者の演算要素で実現するのが望ましい。表-3に、現在のアナコンの演算器の代表的特性を示す。

アナログ演算器は、すべて並列にかつ一方向性の演



1-(a)



1-(c) 解析関数発生によるセットアップ図

表-3 代表的アナログ計算機の性能例

特 性	誤 差 特 性 DC 1 kHz	帯 域 幅	備 考
演算器 加算器	0.005%	0.15%	800 kHz
積分器(実時間)	0.01%	3 mV/min (ホールド)	積分係数 0.1~10 ³ unit/sec
掛 算 器	0.025%	0.8%	
sin/cos 関数発生	0.035%	0.5% (振幅) 0.7% (位相)	
デジタル関数発生	0.05%	2%	セットアップ タイム 100 μs
デジタルポテンショメータ	0.02%	0.25%	セットアップ タイム 300 kHz

算を行うため、アナコン上のシミュレーションは、そのままアナログ演算要素の結合図(セットアップ図)によって表現される。実モデルは、時間軸、空間軸の適当な変換によりアナログ演算器の計算領域に移行したシミュレーションモデルに変更されることは、周知のとおりである。なお時間軸変換は、必ずしも線形変換である必要はなく、無限大の発散項を封じこめるため適当な関数変換を行えば意外と便利なことが多いものである。

アナコンの演算手法は、工学分野の基礎数学で容易に理解できるものが多く、モデルの物理的特性の知識経験を参考にシミュレーションモデルを組むことが多い。古典的になった手法ではあるが、連続系シミュレーションの目的には、最も簡便、かつ強力な道具になりうる。このような基礎的演算例として簡単ではあるが有益なものとして図-1に示す振子を考える。

シミュレーションモデルは、周知の如く図-1(a)に示す単振子の運動方程式によって示される。

対応する最も直接的なセットアップ図は、図-1(b)である。ここで $F(\theta) = \sin\theta$ は、非線形可変空間関数発生器により、普通は区分線形近似で実現される(θ が充分小なるときは、いわゆるサークルテストのセ

$$\begin{aligned} \sqrt{g/d} t &= 0.5 \\ \left(\frac{\theta}{\pi}\right) &= \frac{1}{\pi} (0.5 \sqrt{\frac{d}{g}} \theta_1) \\ 0.5 \sqrt{\frac{d}{g}} \theta_1 &= 0.25S \\ \dot{\theta} &= (0.5 \sqrt{\frac{d}{g}} \theta_1) C \\ \ddot{\theta} &= -(0.5 \sqrt{\frac{d}{g}} \theta_1) S \end{aligned}$$

演算解例

図-1 アナログ演算による振子のシミュレーション

トアップ図になる)。 $F(\theta)$ が、精度良く実現されれば、図-1(b)のセットアップは、完全であり非線形問題も線形問題も差異はない。しかし実際上の難点として、

- (i) 一般に非線形の空間関数発生は、設定が煩わしくかつダイナミックレンジの変動により誤差が増大しやすい。
- (ii) 演算時間を長くすると、演算要素の位相誤差、直流誤差によりシミュレーションモデルの特性によっては発散もしくは減衰する(この性質は、逆にサークルテストとして演算器の総合テストにも利用されている)。

(i), (ii)のような難点を避ける手段として、解析関数発生手法、最急降下法による誤差修正法を示す。

(i)の関数発生は一般にディジタル計算機に依存するハイブリッド的手法もあるが、幸い本例では解析関数であり、かつ、 $\dot{\theta}, \ddot{\theta} (= \dot{\theta}_1)$ が、セットアップ図内で、アクセスできる故、アナログ的に発生することが可能である。すなわち、

図-1(c)に示す如く、 $S = \sin \theta, C = \cos \theta$ とすれば、

$$\begin{aligned}\dot{S} &= C\dot{\theta} \\ \dot{C} &= -S\dot{\theta}\end{aligned}\quad (2)$$

を利用して、 $\sin \theta, \cos \theta$ を発生する。

図-1(c)は、掛算器を余分に必要とするが、一応標準的なアナログ演算器のみで実現できるわけである。図-1(d)は、このセットアップの演算解例である。

(ii)の難点は、シミュレーションモデルの次の物理的諸特性を利用して、誤差修正を計ることによりある程度さきがけができる。

(イ) エネルギー保存則

$$E_1 \equiv E - E_0 = \frac{1}{2} I \theta^2 - mgd \sin \theta - E_0$$

(ロ) 恒等式

$$\varepsilon_2 \equiv C^2 + S^2 - 1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 1$$

により(1)式の修正項(最急降下法による)をつけ加え、 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ を維持させると、次のようになる。

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{mgd}{I} S - g_1(I\dot{\theta}_1)\varepsilon_1 \quad \theta_1 = \dot{\theta}$$

$$\dot{S} = C\dot{\theta}_1 - g_2(2S)\varepsilon_2 \quad g_1, g_2 \text{ は定数}$$

$$\dot{C} = -S\dot{\theta}_1 - g_1(mgd S)\varepsilon_1 - g_2(2C)\varepsilon_1$$

この修正項もまた標準的なアナログ演算器で実現可能である。

上述の如く、アナコンの演算能力は限定されているかにみえるが、モデルの工学上の知識・経験により、

かなりの所までシミュレーション能力の向上が可能である(このような現象は、ディジタル計算では、それ程有意でないかも知れないが)。なおこの単純な振子のシミュレーションも、大振幅動作に及ぶと、全く別の分野の Josephson 素子の基礎特性のシミュレーションに適用できるもので、最近注目されている。

3. ハイブリッド計算の必要性

1960 年代後の連続系シミュレーション手法の特色はアポロ計画をはじめとする大規模シミュレーションの要求から実現されたハイブリッド計算の実現である。

ハイブリッドシミュレーションの要求は、その後整理されて次のようなものになっている。

- ① 広範囲な計算周波数領域を有するモデルの計算
- ⑥ アナコンのダイナミックレンジの拡大
- ⑦ 多変数モデル・分布系モデルの計算
- ④ シミュレーションに必要なデータ処理を、対話的に行える情報処理システム

①は、すでにアポロ計画の Lunar Module のシミュレーション以来の問題であるが、現在のハイブリッド計算は高々数 kHz 止まりであり、アナコンの帯域中(1 MHz)を有効に利用しているとはいえない。またディジタル側も、第 4 世代計算機やマイクロプロセッサの出現により演算領域が拡大している。ハイブリッド演算における両方式の分担は、より高速の方向に推移している。⑥は、大規模シミュレーションに常に内在する問題であり、モデルの特性により演算分担を適切に選択しなければ、ハイブリッドの逆効果(精度がアナログ演算で、計算速度はディジタル演算により定まる)になりかねない。並列的な演算分担に加えて、ハイブリッド演算による高速収束特性を有する演算手法も提案されている。⑦は、特に分布系のシミュレーションとして、最近需要が増大しており、実時間レベルの高速性、プログラムの柔軟性、物理的諸特性の直観的把握のしやすさに期待されている。以下の章で、④は、偏微分方程式の解例により、④は、JANAC の提案した Slicing Method により具体的に説明し、④と④は、最近のハイブリッドシステムの傾向に主眼をおいて述べる。

4. 分布系(偏微分方程式)のシミュレーション

アナログ・ハイブリッド演算による偏微分方程式

(PDE) の解法は、大別して、次のようになる。

- (i) CTDS (Continuous Time Discrete Space)
 - (ii) DTCS (Discrete Time Continuous Space)
 - (iii) (i), (ii)の多重使用
 - (iv) 関数近似法
 - (v) 直接相似 (DTDS を含む)

アナログ・ハイブリッド演算による PDE の解法は、本質的に複数個の常微分方程式(ODE)によって近似する。独立変数の 1 個をアナコンの時間に対応させ、他の変数は、差分による演算子近似を採用する(i), (ii), (iii)の方式や、ODE の演算解として実現される関数群による近似方式である(iv)がこれに属する。電解液・抵抗紙による直接相似は、ほぼ完全に連続量でシミュレーションを行う。直接相似は、古くから存在する手法であり、特に Poisson の方程式に有効である。表-4 に、直接相似による手法の特性を示す。本章では、典型的なシミュレーション手法として、以下(i), (ii), (iii)について解説する。

(i) 最も純アナログ的手法であり、差分近似は、単純な一次差分が実際上有効である。高次の差分は、図-2(c) (次頁参照) に示すように、一次差分を分割点と中間分割点の交互のカスケード接続により実現する。この構成は、演算器数の増加を伴うが、誤差伝播、安定性、柔軟性の点で望ましい。

分割数は、差分の近似誤差とシミュレーションモデルの誤差仕様により定まる。具体的には、図-2のはりの振動シミュレーションについて説明する。図-2(a)の記号をそのまま採用する。差分近似は、図-2(a)の諸式にしたがって、

$$\phi_{j+1/2} \simeq \frac{-y_j + y_{j+1}}{h}, \quad M_j \simeq EI(x_j) \frac{-\phi_{j-1/2} + \phi_{j+1/2}}{h}$$

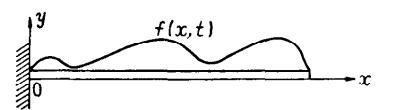
$$D_i \simeq \frac{-V_{j-1/2} + V_{j+1/2}}{h}, \quad \frac{d^2 y_j}{dt^2} = \frac{1}{\rho(x_j)} (f(x_j, t) - D)$$

となる。容易にわかるように、境界条件が、奇数次の微分のみならば、分割点を境界に、偶数次ならば、中間分割点を境界に持ってくれれば、差分近似の中に組みこみやすい。本例では、図-2(b)に示すように、□印占のみあらかじめ近似方式を定めてやる必要がある。

分割数は、誤差を定めるが、シミュレーションモードと密接に関連している。

この方式は、演算器数の制約から、シミュレーション規模（分割数・非線特性）を大きくできない。このため、アナログ演算回路の繰り返し使用によるハイブリッド手法（(ii)および(iii)）が、望ましい。

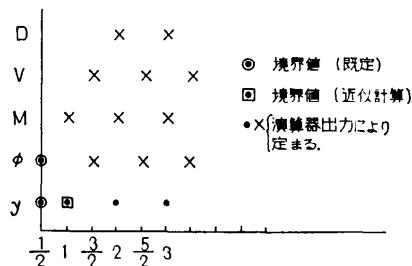
表-4 直接相似による Poisson 方程式の解法特性



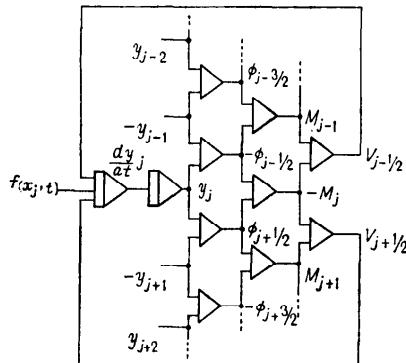
$EI(x)$:はりの剛性, $P(x)$:はりの荷重
 $f(x, f)$:外力 $\mu(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ 曲げモーメント
 $V(x, f) = \frac{\partial M}{\partial x}$ せん断力
 $P(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}] = f(x, f)$

初期条件 $y(x, 0)$, $\phi(x, 0)$ 既定
 境界条件 $y(0, t) = \phi(0, t) = 0$

但し $\phi(\lambda, t) = \frac{\partial}{\partial x} y(x, t)$
 2-(a)



境界値および分割点の関係 2-(b)



一次差分カスケードによるセットアップ 2-(c)

図-2 固定端のはりの振動偏微分方程式

(ii) DTCS は、差分近似という点で(i)とかわらないが、アナログ演算回路を、分割点にしたがって逐次利用しているのが特徴である。

やはり、例として図-3 の拡散方程式にそって説明する。まず、図-3(a)に示すシミュレーション方程式の差分近似式（時間軸）を図-3(c)に示す DTCS の逐次演算式に変形する。

$$\frac{\partial y}{\partial t} = k \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \quad \text{①}$$

$$\begin{aligned} \text{境界条件 } y(0, t) &= X_0(t) \\ y(1, t) &= X_1(t) \end{aligned} \quad \text{②}$$

$$\text{初期条件 } y(x, 0) = Y_0(x)$$

3-(a) 拡散の偏微分方程式例

$$\frac{y^{i+1} - y^i}{\Delta t} = k \left(\theta \frac{d^2 y^{i+1}}{dx^2} + (1-\theta) \frac{d^2 y^i}{dx^2} \right) \quad \text{③}$$

3-(b) DTCS の差分近似式

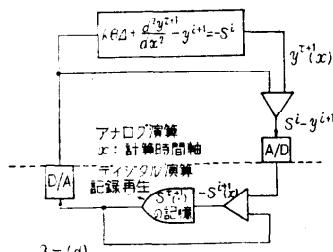
$$k \theta \Delta t \frac{d^2 y^{i+1}}{dx^2} - y^{i+1} = -S^i \quad \text{④}$$

$$S^{i+1} = y^{i+1} + \frac{1-\theta}{\theta} (y^{i+1} - S^i) \quad \text{⑤}$$

境界条件

$$\begin{cases} y^{i+1}(0) = X_0(t^{i+1}) \\ y^{i+1}(1) = X_1(t^{i+1}) \end{cases} \quad \text{⑥}$$

3-(c) DTCS のハイブリッド逐次演算式



3-(d) 偏微分方程式的ハイブリット演算ブロック図

$$\frac{dy_j^{i+1} - \lambda_1 v^{i+1}}{\Delta x} = -S^i \quad \text{アナログ演算}$$

$$\frac{dw_j^{i+1} - \lambda_2 w^{i+1}}{\Delta(-x)} = v^{i+1} \quad \text{アナログ演算}$$

$$\begin{cases} \text{基本解群と } w^{i+1}(\cdot) \text{ を} \\ \text{結合させて境界値を満足させ} \\ \text{る} \end{cases} \quad \text{デジタル演算}$$

3-(e)
境界値問題の安定演算手法

図-3 DTCS によるハイブリッドシミュレーション

この逐次演算式にしたがって、図-3(d)に示す如く、アナログ波形 $S^i(\cdot)$ を、順次にアナログ演算回路に再生・記録することにより図-3(c)の演算を、対応する分割数だけ行う。結局この方式は、図-3(c)の常

微分方程式の境界値問題を毎回解くわけであるが、図-3(c)の④式は、発散項を有することが多く、境界値問題としては誤差が大きくなる。Vichnevsky は、この演算子を分解し、不安定な演算子に対しては、積分時間（この場合は、 x に当るが）を逆にして巧妙に避ける手法を提案した。すなわち、 $L(w_3^{t+1}) = -S'(x)/k\theta \Delta t$ なる特殊解 w_3^{t+1} を次式によって得る。

$$\frac{dz^{t+1}}{dx} - \lambda_1 z^{t+1} = -\frac{S'(x)}{k\theta \Delta t} \quad z^{t+1}(0) = 0 \quad \text{ii-①}$$

$$\frac{dw_3^{t+1}}{dx} - \lambda_2 w_3^{t+1} = z^{t+1} \quad w_3^{t+1}(l) = 0 \quad \text{ii-②}$$

但し $L = \frac{d^2}{dx^2} - \frac{1}{k\theta \Delta t}$ 微分演算子

$$= \left(\frac{d}{dx} - \lambda_1 \right) \left(\frac{d}{dx} - \lambda_2 \right),$$

$$\lambda_1 = -\lambda_2 = -\sqrt{\frac{1}{k\theta \Delta t}}$$

ここで ii-②式は、発散根を有するが、実際のアナログ計算は、逆方向の時間軸で行われる故安定に演算の行える初期値問題になる。この後、 $L(y)=0$ の独立基本解と線形結合させて境界条件を満足させることは、容易である。図-3(d)に、ハイブリッド計算フローを示す。この方式で、アナログ演算は、すべて安定な演算回路で行われるのでこの方式は、ハイブリッド演算による偏微分方程式の解法としても有力な手段であり、種々の開発が行われている。

(iii) の多重化法は、(i), (ii)の手法を、デジタル計算における緩和法と類似した手法によりアナログ演算回路と、波形記憶・再生により収束演算を行わせるものである。図-4 に示す波動方程式の解法が典型的な例である。

図-4 の4-(a)は、シミュレーション方程式、4-(b)はその差分近似による CTDS 方程式、4-(c)は4-(b)を緩和法と同様な収束演算に変換したものである。この方式は時間とともに誤差が増加するので、4-(d)に示す如く、時間を区分分けにし、区分ごとに所定誤差まで収束させ、次の区分の初期値を正確に求めるやり方が使われている。

DTCS の多重化は、すこしく複雑であるが、根本的には、同じである。アナログ演算器数は分割数に関係ないが、多重化の増加とともに波形再生に伴う誤差が成長し、分割数とともに精度は必ずしも比例せず最適の分割数が存在する。個々のシミュレーションに応じて、適切な分割数を求める必要があろう。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(0, t) &= 0.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_i}{dt^2} &= 12.25(u_{i-1} - u_i + u_{i+1}) \quad i=1, 2 \\ \frac{d^2 u_3}{dt^2} &= 12.25(u_2 - u_3) \\ u_0 &= 0.4 \\ u_i(0) &= 0.4 \quad i=1, 2, 3 \end{aligned}$$

4-(a) シミュレーションモデル

4-(b) 差分近似

$$\frac{d^2 u_k}{dt^2} = 12.25(u_{k-1} - 2u_k + u_{k+1})$$

$$\frac{d^2 u_3}{dt^2} = 12.25(u_2 - u_3)$$

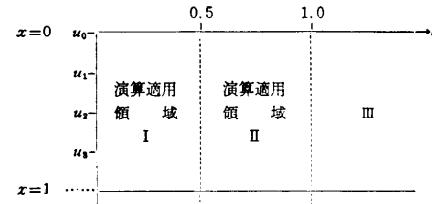
$$u_0 = 0.4$$

$$u_k(0) = 0$$

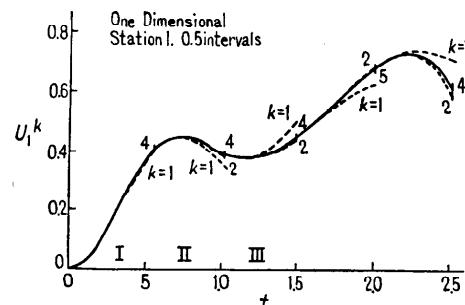
$$D \leq t \leq 0.5$$

4-(c) 多重収束演算

システム方程式
は同じで初期値の
み更新



4-(d)



4-(e) 演算解例

図-4 CTDS の多重化による偏微分方程式の解法

5. 高精度・高速ハイブリッド演算

高精度・高速演算はハイブリッド化の主要目的であるが、実際には前述した演算の並列分担による以外あまり効果的手法は存在していなかったようである。原理的には、収束演算において、精度の粗い初期計算はアナログで高速に行い精度が高くなる所は、デジタル演算に移行するのが一般的である。最小限のデジタル演算で、大半の収束演算をアナログ演算に分担させるのが望ましい。

JANAC の提案した Slicing Method は、この条件を満足している好例であり、以下に説明する。

シミュレーション方程式 $X = G(X)$ を考える。 G は、不動点定理を満足する適当な演算子である。 X

は、シミュレーション関数である。この手法による演算フローを図-5に示しておく。まず、 $X^{n+1} = G(X^n)$ を、アナログ演算・波形記憶再生で繰り返し、所定の誤差 ϵ で収束させる。次に誤差変数 $\delta X^M = X^M - X^{M-1}$ に関する方程式 $\delta X^{n+1} = G(\delta X^n)$ (G は線形と仮定する) をやはりアナログ演算で行う。但し、収束演算の初期誤差関数 $\delta X_M = X^M - X_{M-1}$ は、高精度のデジタル演算(但し2回のみ)により算出する。注意すべきことは $\delta X^{n+1} = G(\delta X^n)$ は、アナコン上では、100~1000倍にスケールアップされて演算されるので、全体として高精度になる。もちろん正解 $X = X^M + \sum_{j=M+1}^n \delta X^j$ は、デジタル計算により求める。図-5のフローの示す如く、アナログ演算による収束演算が大半をしめる故、アナログの高速性とデジタルの高精度に近接し得る(通常の0.1%のアナコンで $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 程度の総合精度が可能である)。

6. ハイブリッド・コンピュータシステムの展望

ハイブリッド計算システムは、第一義的には、その演算分担とシステムのオペレーションの性格によってかわってくるが、大別すると次の方向に発展している。

- (a) 大型計算機+アナログ計算機
- (b) 制御用計算機+アナログ計算機+演算用デジタルプロセッサ

(a)は大型計算機の豊富なソフトウェアを積極的に利用するものであるが、通常の大型計算機は他に主要な仕事を有しているのが普通であり、ハイブリッド計算の如く、割込頻度、使用頻度のバラツキが著しくかつ実時間サービスの仕様を満足するためには、デジタル計算機の実時間モニタ(ハイブリッドモニタ)は次の諸特性が必要になる。

- i. 通常の計算サービス(Batch処理等)の機能を低下させない。
- ii. 構造がモジュラータイプで各種のハイブリッド演算システムの結合が可能になるようにしておくこと。
- iii. FortranおよびAssemblerの両レベルから、各種のソフトウェアルーチンがアクセスできること。

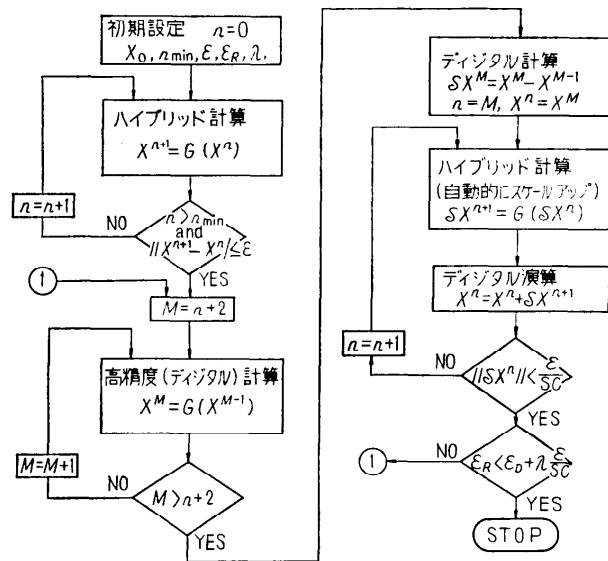


図-5 Slicing Method による演算のフロー

iv. 高度の優先割込機構をソフト・ハード両面でそなえていること。

v. マン・マシン会話能力を有すること。

(a)型のハイブリッド計算機は、既存の大型計算機のシステムソフトウェアの改良であり、大型のシミュレーションセンターで良く採用されてきたが、(b)型の如く、大型計算機とは、むしろ緩い結合を有する計算システムが今後有力であると思われる。

特に、この種のハイブリッド計算機は、オートパッチとLSIマイクロプロセッサ群による演算の採用により、ハイブリッド演算の分散化が一層期待でき、かつ、ハイブリッド計算機の端末制御も可能にしている。このような形態で、大型計算機と緩い結合(たとえばModem)を有し、可能な限りシミュレーション演算の分担を分散化させ、ハイブリッドモニタを簡略化させ、新しい演算機能の導入に対する柔軟性をも目的としているハイブリッド計算システムが最近発表されてきている。OHS(電総研), AHCS(AD社), 最近公開されたEAIのハイブリッド計算機システム、国内各社の開発しているハイブリッド計算機の多くがこの系列に入る。

Rubinは、新しい第4世代のハイブリッド計算機の特色として、次の諸項を予想している。

- i. オートパッチの充実
- ii. ハイブリッドオペレーティングシステム
- iii. アナログ回路の高密度化(5~10倍程度)

iv. 安価（現在の 1/4～1/10）
 v. 規模の拡大（積分器 1000 台クラス）
 vi. アナログ回路の高速化（1 μsec の演算時間）
 また LSI マイクロプロセッサの群構成による演算系が、シミュレーションシステムの主要な演算サブシステムになることが予想され、現在各所で開発中である。

特にモジュラー構造のインクリメンタル計算機として有力であり、すでに MSI の論理素子による演算素子として市販されているものもある。

ハイブリッド計算機の進展は、今後 LSI マイクロプロセッサにより大きく影響されるであろう。

7. 結 言

連続系とシミュレーション手法としての、アナログハイブリッド演算方式についての解説を行った。シミュレーション手法が、モデルの特性と演算技術に有機的に関連する総合的な集合体であり、かつユーザオリジナルなものである故、具体的な例題に沿って、古典的な基礎レベルまで含めて紹介した。

一応、計算機によるシミュレーションを考えたため、より固定的な「シミュレータ」や、特殊な計算機方式（アナログランダムマシン）等は、割愛したが、工学上応用分野では、重要なものである。

謝辞 連続系のシミュレーションは、工学の多部門で実用されているが統一的な資料はあまりない。このため資料の収集に当っては、国内外の関係者の協力に依存する所が大きかった（特に、ハイブリッド計算機のメーカの関係者）。ここに感謝致します。

また日頃、高い視野から指導頂く黒川電子技術総合研究所電算機部長、アナログ情報研究室の諸氏、アナログ演算の基本例題と Josephson 素子との相似を教示して頂いた中村量子計測研究室長に感謝します。さらに、アナログ・ハイブリッド演算に興味をよせられ

た情報処理学会に感謝します。

参考文献

- 1) Hausner : Analog & Analog Hybird/Computer Programming, Prentice Hall (1971).
- 2) Bekey & Karplus : Hybrid Computation, John Wiley & Sons, Inc. (1968).
- 3) Paschkis & Ryder : Direct Analog Computers, Intersciences Pub. (1968).
- 4) Korn & Korn : Electronic analog and hybrid computers, McGraw-Hill, (1972).
- 5) 藤田広一：アナログ電子計算機のプログラム，昭晃堂。
- 6) 黒川一夫：アナログ・ハイブリッド計算機，オーム社。
- 7) Vichnevsky : A new stable computing methods for the serial hybrid computer integration of partial differential equations, SJCC (1968).
The method of decomposition for unstable two point boundary value problems, IEEE Trans, on Computers, (Aug. 1971).
- 8) Rubin et al. : The future of hybrid computation, Simulation, (Aug. 1975).
- 9) Brandin : Mathematics of continuous systems simulation, FJCC (1968).
- 10) Howe et al. : Preliminary Investigation of a hybrid method for solving partial differential equations, FJCC (1968).
A new fourth generation of hybrid computer, NCC (1975).
- 11) K. Janac ; Slicing Method, EAI Rep. (No. 74-13).
- 12) AKIYAMA et al. : Operating Hybrid Computer System, (Aug. 1971). SCSC
マイクロプロセッサとシミュレーション、シミュレーション技術研究会資料、Vol. III, No. 5.
- 13) Korn : Recent computer system development and continuous system simulation, AICA (1974).
Tutorial papers on μ computers. Computer, pp. 43～50 (Oct. 1975).

（昭和 51 年 5 月 8 日受付）