

## 感性評価の表象システムによるモデル化

平塚史人<sup>†1</sup> 井出陽子<sup>†1</sup> 向井国昭<sup>†1</sup>

本論文では表象システムに基づく感性評価のモデルを提案する。近年、感性に関する表形式データに関して、ラフ集合理論を利用した知識獲得手法が提案されている。また一方、ラフ集合理論はチャネル理論の表象システムの特別な場合として表現できることが示されている。本論文ではこれらの事実をもとに、感性データ分析の枠組みを表象システムへと拡張する。成果として、ラフ集合理論では区別されなかった「2種類の因果関係」を理論的に区別できるようになった。また新たなモデルの応用例を示す。

### Kansei Evaluation Model on the Basis of Representation System

FUMITO HIRATSUKA,<sup>†1</sup> YOKO IDE<sup>†1</sup> and KUNIYUKI MUKAI<sup>†1</sup>

This report proposes the “kansei evaluation model” on the basis of the representation system. Recently, in the “kansei engineering” field, the rough set theory modelizes the diagram type of Kansei data. Moreover, the rough set theory embed into the “representation system” which is the notion above the channel theory, on special cases. This report aims to examine the Kansei data analysis model over the representation system. As a result, We theoretically managed to clarify the difference between “the two varieties of Rules” which the rough set theory could not accomplish. We also show some applied examples.

#### 1. はじめに

本論文では表象システムを用いた感性評価のモデルを提案する。表象システムとは、情報の流れを定式化するチャネル理論の概念である。現在、人の「特徴認識」や「感性評価」の

モデルにはラフ集合理論によるものが知られている<sup>1)</sup>。また一方、ラフ集合理論は表象システムの枠組みに埋め込まれることが示されている<sup>2)</sup>。本論文ではこれらをもとに、表象システムに基づいた感性評価モデルを、ラフ集合理論に基づく同モデルの拡張として提案する。

##### 1.1 目 標

本論文の目標と概要を説明する。

まず表1に示した表形式データ<sup>\*1</sup>を見よう。この表には左側に各対象の「形態・認知的な情報」が、右側に各対象に対する「感性評価の情報」が示されている<sup>\*2</sup>（以降この形式の情報表を単に表形式データと呼び、左半分を認知データ、右半分を感性データと呼ぶ。また認知データ、感性データにおける属性をそれぞれ認知属性、感性属性と呼ぶ）。

感性工学では表形式データに対して、認知データと感性データの間の知識を抽出する。この表形式データの知識獲得にラフ集合理論が利用されており、特に認知属性を条件、感性属性を結論とした決定ルールを求めることに応用されている。

認知データは一般的には「人の感性に依存しない」客観的な情報である。一方感性データは「人の感性に依存する」主観的な情報である。このように「認知」と「感性」に関するデータは、それぞれ性質の異なる属性であるといえる。今、認知属性、感性属性それぞれに関する対象の情報を、仮に「世界」と表現することにする。すると、決定ルールは「認知に関する情報の世界」から「感性に関する情報の世界」への「世界をまたぐ」因果関係と見なせる。

また一方で、認知属性や感性属性はそれぞれの世界の中でも因果関係を持ち得るものと考えられる。すなわち「認知属性 → 認知属性」「感性属性 → 感性属性」といった「同世界間の」性質を結ぶ因果関係を考えられる。つまり表1のデータ形式に関しては、次の2種類の因果関係を考えることができる。

(I) 認知属性から感性属性への「世界をまたぐ」因果関係

$$\Gamma \implies \delta \quad (\Gamma: \text{認知属性値} \delta: \text{感性属性値})$$

(II) 認知属性間、感性属性間の「同世界内の」因果関係

$$\Gamma \implies \delta \quad (\Gamma: \text{感性属性値} \delta: \text{感性属性値})$$

$$\text{or} (\Gamma: \text{認知属性値} \delta: \text{認知属性値})$$

これに対し、ラフ集合理論の枠組みでは (I), (II) に論理的な区別を与えることはできない。

<sup>†1</sup> 慶應義塾大学  
Keio University

\*1 文献3)は、感性工学において評価に必要なデータ形式を一般的にこのように示している。

\*2 表の属性値は一般的には連続的な数値ではなく離散的なものであるとする。

表 1 情報表  $I$   
Table 1 Information table  $I$ .

対象	形態・認知的属性			感性評価		
	$a_1$	$a_2$	$a_3 \dots$	$b_1$	$b_2$	$b_3 \dots$
$s_1$	...	...	.....	...	...	.....
$s_2$	...	...	.....	...	...	.....
$s_3$	...	...	.....	...	...	.....
$s_4$	...	...	.....	...	...	.....
$s_5$	...	...	.....	...	...	.....
$s_6$	...	...	.....	...	...	.....

そこで本論文では、表形式データに対して表象システムによるモデル  $\mathcal{R}_*$  を提案する。すると、 $\mathcal{R}_*$  はラフ集合によるモデルの拡張となっており、さらに (I), (II) の因果関係を異なる概念として区別できるようなものになる。

本論文では、まず 2 章でラフ集合の概念による既存の表現について述べる。そして 3 章で新たなモデル  $\mathcal{R}_*$  を提案する。4 章では  $\mathcal{R}_*$  の応用例を述べ、5 章で  $\mathcal{R}_*$  の提案による成果を考察する。最後に、6 章で上近似ルールとチャネル理論の関係について考察する。

## 2. 既存のモデル：ラフ集合理論による表現

本章では、既存のモデルとして用いられるラフ集合理論の考え方を述べる。2.1 節ではラフ集合理論の基本概念を解説する。その後、2.2 節でラフ集合による特徴認識や感性評価のモデルの特徴を述べる。2.3 節では、本論文で扱うラフ集合理論の枠組について注意を与える。なおラフ集合理論の諸概念の数学的定義は付録 A.1 で記述する。

### 2.1 ラフ集合からの準備

ラフ集合理論は近年、感性工学における知識獲得の手法として注目されている。ラフ集合理論では対象間の識別不能関係を基礎に、縮約や近似、決定ルールなどの概念を考える。例として、表 2 で示された自動車に関する情報表  $I_1$  を見てみよう。 $I_1$  は認知属性に [カラー], [造形], [ドア数] を、感性属性に [好き] を持つ表形式データである。

2 つの対象  $s_1$  と  $s_3$  は、認知属性 [カラー], [造形], [ドア数] に着目するとすべての属性で同じ属性値を持っていることが分かる。よって対象  $s_1$  と  $s_3$  は  $I_1$  の認知データからは識別不能であるといえる。また  $s_2$  と  $s_4$  は、認知属性 [造形], [ドア数] のみに着目した場合識別不能であることが分かる。さらに表 2 をよく観察すると、属性 [カラー], [造形], [ドア数] において識別可能な任意の対象は、実は [カラー], [造形] にも着目するだけで十分である

表 2 情報表  $I_1$   
Table 2 Information table  $I_1$ .

対象	カラー	造形	ドア数	好き
$s_1$	色彩系	有機的	2 ドア	yes
$s_2$	色彩系	曲線的	4 ドア	-
$s_3$	色彩系	有機的	2 ドア	yes
$s_4$	白黒系	曲線的	2 ドア	yes
$s_5$	白黒系	曲線的	2 ドア	-
$s_6$	白黒系	有機的	4 ドア	-

ことが分かる。この {[カラー],[造形]} のように、識別するために必要な「最小限の属性の集合」は縮約と呼ばれる。縮約は一般的には複数存在する。

今、ある属性値  $x$  を持つ対象の集合を  $S_x$  と書くことにする。[好き = yes] を満たすようなクラス (対象の集合)  $S_{\text{yes}}$  に対し、対象  $s_1$  や  $s_3$  は、自分と同じ属性値を持つ対象はすべて  $S_{\text{yes}}$  に含まれていることが分かる。このような、自分と識別不可能な対象がすべて [好き = yes] となる対象をすべて集めた集合を  $S_{\text{yes}}$  の下近似という。下近似は、条件属性から「確実に好きである」と判断された対象の集合ととらえられる。

また対象  $s_5$  は、 $S_{\text{yes}}$  の元ではないが、自分と同じ属性値を持つ (識別不能な) 対象で  $S_{\text{yes}}$  の元となるものが存在する。このような対象をすべて集めた集合を  $S_{\text{yes}}$  の上近似という。上近似は、条件属性から「好きである可能性がある」と判断された対象の集合ととらえられる。

このように [好き = yes] であるもの全体を形態属性で近似することで [好き = yes] に帰結する if-then ルールを自然に定義できる。たとえば、

$$[\text{造形} = \text{有機的}] \wedge [\text{ドア数} = 2 \text{ ドア}] \implies [\text{好き} = \text{yes}]$$

は [好き] の下近似による決定ルールであり、

$$[\text{カラー} = \text{白黒系}] \wedge [\text{造形} = \text{曲線的}] \implies [\text{好き} = \text{yes}]$$

は [好き] の上近似による決定ルールである。

本論文では以降、下近似による決定ルールを下近似ルール、上近似による決定ルールを上近似ルールと呼ぶ。また近似ルールにおいて、前件部の属性値条件が極小なものを極小決定ルールと呼ぶ。極小決定ルールも一般的には複数存在する。

### 2.2 ラフ集合と感性評価

ラフ集合理論は、認知と感性の間の知識を抽出する手法として注目されている。「識別不能関係」や「近似」の考え方が、人の認識や感性評価と関わっているからである。

認知データにおける縮約は、対象に対する「特徴認識」のモデルとなっている<sup>1),4)</sup>。人は

ある対象を認識するとき、対象の属性全体を認識することはない。その対象の持つ「特徴」をとらえて認識することで、効率的な認識を行うことが知られている<sup>5)</sup>。対象の特徴とは、他のすべての対象に対して「その属性値が異なる = 識別が可能である」となる属性（の集合）と考えることができる。すると縮約は「対象の認識を行うために必要な最小の属性」であり、認識が理想的にかつ厳密に行われたときの特徴のモデルとなっている<sup>1),4)</sup>。

また近似による決定ルールは、人の「感性評価」のモデルになっている。認知と感性との間の評価構造については、文献 6) によるモデルがある。このモデルでは、人の感性評価は、認知された情報と経験を通じて構築された因果関係によって行われると想定している。極小決定ルールは「人が対象の特徴を認識し、その特徴から感性評価を与える」ことのモデルになっている。また極小決定ルールには、感性評価の持つ「組合せによる効果」や「観点の多様性」といった特徴も反映されている<sup>7),8)</sup>。

ラフ集合理論は元々情報表からルールや知識を求めるための手法として知られていた。しかし感性工学への応用が提案されて以来、感性評価のモデルとして感性自体の構造に言及する研究もされている<sup>3)</sup>。

### 2.3 ラフ集合理論からの注意

本節ではラフ集合理論の概念を感性工学の例をもとに概観した。このようにラフ集合理論の応用は、通常「縮約」や「近似による決定ルール」を情報表や決定表に適用することで行われる。本論文でも以降「ラフ集合理論の概念」として、情報表における上述の概念らを指すこととする。しかしこの枠組みは「ラフ集合理論」全体から見ると非常に限定されたものである。

ラフ集合理論の厳密な数学的基礎は文献 9), 10) などで与えられている。本論文ではラフ集合理論の概念を適用する対象は「情報表」に限られているが<sup>\*1</sup>、一般的なラフ集合理論ではより抽象的な構造である知識ベースを議論の対象としており、「近似」や「縮約」の概念はその上で定義される<sup>9),10)</sup>。また一般的なラフ集合理論では、決定表や決定ルールは、情報表に対して条件属性と決定属性を任意の属性の集合に定めることで定義される<sup>9)</sup>。しかし本節の例からも見られるように、通常感性工学などで用いられる決定表は、あらかじめ任意の属性を「条件属性」と「決定属性」に分割したものである<sup>\*2</sup>。本論文でも以降「ラフ集合を用いたルール生成」の対象を、このタイプの決定表・決定ルールに限定して扱う。しかしこれはラフ集合理論全体の枠組みにおいては、ごく限定されたものであることを強調しておく。

\*1 情報表の数学的定義は、付録 A.1 で与えられる。

### 3. 提案モデル：表象システム $\mathcal{R}_*$

本章では感性評価モデルとして表象システム  $\mathcal{R}_*$  を提案する。 $\mathcal{R}_*$  はラフ集合によるモデルの拡張的な数学的土台となる。3.1 節では表象システム  $\mathcal{R}_*$  の定義を与え、またラフ集合の諸概念が  $\mathcal{R}_*$  に埋め込まれることを説明する。3.2 節では、表象システム  $\mathcal{R}_*$  の具体例を示し、ラフ集合による表現との比較を行う。

なお以降の節で用いられる記号や概念は付録に記載するので参照されたい。情報表やラフ集合に関するものは付録 A.1 に記載する。またチャネル理論の基本的概念は付録 A.2 に、表象システムの定義は付録 A.3 にそれぞれ記載する。

#### 3.1 $\mathcal{R}_*$ の定義

与えられた表形式データ  $I$  に対して、表象システム  $\mathcal{R}_*$  を構築する。

表 1 で示された表形式データは、数学的には情報表  $I = (S, A \cup B, V, \rho)$  として表される（付録 A.1 参照）。ここで  $A$  は認知属性の集合、 $B$  は感性属性の集合を表している。まず表形式データ  $I$  を、次に示す分類  $C_A, C_B$  とそれらをつなぐ二項チャネル  $C_I$  で表現する。

定義 3.1 表形式データ  $I = (S, A \cup B, V, \rho)$  に対して、分類  $C_A, C_B, C$ 、二項チャネル  $C_I$  を次のように定める。

$$C_A = (S, V_A, \models_A) \quad C_B = (S, V_B, \models_B)$$

$$\begin{cases} \text{tok}(C_A) = S \\ \text{typ}(C_A) = V_A = \bigsqcup_{a \in A} V_a \\ \models_{C_A} = \{(x, \rho(x, a)) \mid x \in S, a \in V_A\} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{tok}(C_B) = S \\ \text{typ}(C_B) = V_B = \bigsqcup_{b \in B} V_b \\ \models_{C_B} = \{(x, \rho(x, b)) \mid x \in S, b \in V_B\} \end{cases}$$

$$C = (S, V_A \sqcup V_B, \models_C)$$

$$\begin{cases} \text{tok}(C) = S \\ \text{typ}(C) = V_A \sqcup V_B \\ s \models_C w \iff s \models_A w \vee s \models_B w \end{cases}$$

$$C_I = \{f_i : C_i \rightleftharpoons C\}_{i \in \{A, B\}}$$

$$\begin{cases} f_A^\vee = \text{id}_S : S \rightarrow S & f_A^\wedge = \iota_{V_A} : V_A \rightarrow V_A \sqcup V_B \\ f_B^\vee = \text{id}_S : S \rightarrow S & f_B^\wedge = \iota_{V_B} : V_B \rightarrow V_A \sqcup V_B \end{cases}$$

つまり情報表  $I$  における「認知データ」と「感性データ」を、それぞれ分類  $C_A, C_B$  と

\*2 決定表の定義も同様に、付録 A.1 で与えられる。

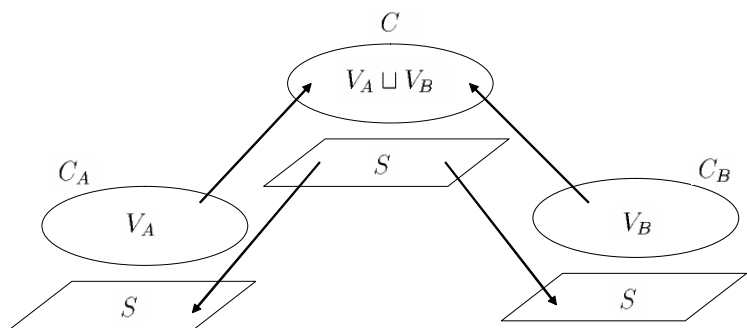


図1 チャネル \$C\_I\$  
Fig.1 Channel \$C\_I\$.

考える。\$C\_A, C\_B\$ のトークンは、情報表 \$I\$ における対象の集合 \$S\$ となっている。また \$C\_A, C\_B\$ のタイプはそれぞれ、認知属性値の集合 \$V\_A\$, 感性属性値の集合 \$V\_B\$ となっている。図1は \$C\_I\$ を表した図である<sup>\*1</sup>。

以降、情報表 \$I = (S, A \cup B, V, \rho)\$ に対して \$C\_A\$ を認知分類、\$C\_B\$ を感性分類と呼ぶことにする。するとチャネル \$C\_I\$ は、認知分類と感性分類それぞれにおける \$s \models \alpha\$ (対象 \$s\$ は属性値 \$\alpha\$ を持つ) という情報を結ぶ構造を定めている。

次にチャネル \$C\_I\$ の核 \$C\$ 上に局所論理を定める。まず準備として \$C\$ 上の正則理論 \$T\_\*\$ を次のように定める。

定義 3.2 チャネル \$C\_I\$ において核 \$C\$ 上の理論 \$T\_1, T\_\*\$ を次のように定める。

$$T_1 = (\text{typ}(C), \vdash_{T_1})$$

$$\Gamma \vdash_{T_1} \Delta \iff \forall x \in \text{tok}(C) ( \forall \gamma \in \Gamma (x \models_C \gamma) \rightarrow \exists \delta \in \Delta (x \models_C \delta) )$$

$$T_* = (\text{typ}(C), \vdash_*) : T_1 \text{ の正則閉包}$$

\$T\_\*\$ は核 \$C\$ 上の正則理論である。よって \$T\_\*\$ の制約 \$\vdash\_\*\$ を用いて核 \$C\$ 上に局所論理 \$\mathcal{L}\_\*\$ を定義できる。またチャネル \$C\_I\$ と \$\mathcal{L}\_\*\$ によって、表象システム \$\mathcal{R}\_\*\$ を次のように定義する。

定義 3.3 チャネル \$C\_I\$ において核 \$C\$ 上の局所論理 \$\mathcal{L}\_\*\$ と表象システム \$\mathcal{R}\_\*\$ を次のように定義する。

$$\mathcal{L}_* = (C, \vdash_*, \text{tok}(C)), \quad \mathcal{R}_* = (C_I, \mathcal{L}_*)$$

\*1 チャネル理論では分類を楕円とひし形の組で図示する。楕円はタイプの集合を、ひし形はトークンの集合を表している。

すると \$\mathcal{R}\_\*\$ は認知分類 \$C\_A\$ をターゲット、感性分類 \$C\_B\$ をソースとした表象システムとなる。今、表形式データ \$I = (S, A \cup B, V, \rho)\$ を、\$A\$ を条件属性、\$B\$ を決定属性とした決定表と見る。すると表象システム \$\mathcal{R}\_\*\$ の表示関係は、ラフ集合の下近似ルールと次の対応関係を持っている。

命題 3.1 決定表 \$I = (S, A \cup B, V, \rho)\$ において、\$\Gamma \subset V\_A\$ と \$\delta \in V\_B\$ とする。すると次の (i), (ii) は同値である。

- (i) \$\Gamma \Rightarrow \delta\$ は \$\delta\$ の下近似ルールである。
- (ii) \$\mathcal{R}\_\*\$ において \$\Gamma\$ は \$\delta\$ を表示している。

つまり \$\mathcal{R}\_\*\$ は「認知データ」と「感性データ」とのつながりをラフ集合理論の下近似ルールを用いて表現する表象システムとなっている。

\$\mathcal{R}\_\*\$ では、情報表 \$I\$ の情報はチャネル \$C\_I\$ として表された。また下近似による決定ルールは、\$\mathcal{R}\_\*\$ では表示関係として表された。同様にラフ集合理論の主要な概念は、チャネル理論の上で特徴的に表されることが知られている<sup>2)</sup>。つまりラフ集合理論の「2つの表の情報を下近似を通してつなく」概念は、表象システム \$\mathcal{R}\_\*\$ に埋め込まれることが分かる。

### 3.2 \$\mathcal{R}\_\*\$ の具体例

ここでは例として、表2で表される情報表 \$I\_1\$ に対する表象システム \$\mathcal{R}\_\*\$ を具体的に解説する。

情報表 \$I\_1\$ とチャネル \$C\_{I\_1}\$

情報表 \$I\_1\$ に対して、認知分類 \$C\_A\$ と感性分類 \$C\_B\$ のトークンとタイプは次のようになる<sup>\*2</sup>。

$$C_A : \begin{cases} \text{tok}(C_A) = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\} \\ \text{typ}(C_A) = \{[\text{色彩系}], [\text{白黒系}], [\text{有機的}], [\text{曲線的}], [2 \text{ ドア}], [4 \text{ ドア}]\} \end{cases}$$

$$C_B : \begin{cases} \text{tok}(C_B) = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\} \\ \text{typ}(C_B) = \{[\text{好き} = \text{yes}], [\text{好き} = \text{no}]\} \end{cases}$$

$$C : \begin{cases} \text{tok}(C) = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\} \\ \text{typ}(C) = \left\{ \begin{array}{l} [\text{色彩系}], [\text{白黒系}], [\text{有機的}], [\text{曲線的}], \\ [2 \text{ ドア}], [4 \text{ ドア}], [\text{好き} = \text{yes}], [\text{好き} = \text{no}] \end{array} \right\} \end{cases}$$

認知分類 \$C\_A\$ は「人の感性に依存しない」客観的な分類である。一方、感性分類 \$C\_B\$ は「そ

\*2 \$C\_A\$ のタイプは正確には、[色 = 色彩系], [造形 = 有機的] と属性名を添えて表示する。本論文では以降、認知分類 \$C\_A\$ のタイプを属性値名のみで表示する。

の人の感性に依存する」主観的な分類である。  $s \in \text{tok}(C)$  は、  $s \in \text{tok}(C_A)$  と  $s \in \text{tok}(C_B)$  を核  $C$  上で連結している。

表示関係と決定ルール

$\mathcal{R}_*$  では、認知分類  $C_A$  のタイプの集合  $\{[\text{有機的}], [2 \text{ ドア}]\}$  が、感性分類  $C_B$  のタイプ  $[\text{好き} = \text{yes}]$  を表示している。これは、次の決定ルール

$$[\text{有機的}] \wedge [2 \text{ ドア}] \implies [\text{好き} = \text{yes}] \quad (1)$$

が「 $[\text{好き} = \text{yes}]$  の下近似ルール」であることと同値である。このことは「 $[\text{有機的}][2 \text{ ドア}]$  という認知要素を持つ対象をすべて  $[\text{好き} = \text{yes}]$  と感じる」ことから「 $[\text{有機}][2 \text{ ドア}]$  という認知要素がこの人の  $[\text{好き}]$  という感性評価に作用している」と考えることと同じである。表象関係と感性評価

$\mathcal{R}_*$  では、認知分類  $C_A$  と感性分類  $C_B$  を分けることでこれらを別々の世界と表現した。つまり同じ対象  $s$  でも、客観的に分類される対象  $s \in \text{tok}(C_A)$  と、人の感性によって分類される対象  $s \in \text{tok}(C_B)$  を分けて考えている。 $\mathcal{R}_*$  では、任意の  $s$  について  $s \in \text{tok}(C_A)$  が  $s \in \text{tok}(C_B)$  を表象している。つまり「客観的な世界 ( $C_A$ ) の対象  $s$  が、人の感性の世界 ( $C_B$ ) の対象  $s$  を表象している」という見方ができる。

ラフ集合理論では、決定ルールを用いて感性評価を推論することが考えられている。たとえば今、対象  $x$  が  $\{[\text{有機的}][2 \text{ ドア}]\}$  の認知要素を持っているとする。決定ルール (1) を用いると、対象  $x$  は  $[\text{好き} = \text{yes}]$  と感じるであろうと推測できる。このことは  $\mathcal{R}_*$  では「 $x \in C_A$  は  $x \in C_B$  を  $[\text{好き} = \text{yes}]$  と感じるものとして表象する」という表現と対応している。つまり「下近似ルールを用いた感性評価」は「 $\mathcal{R}_*$  の表象関係」と対応している。

またこのとき、対象  $s_4$  は  $[\text{好き}]$  と感じられているにもかかわらず、 $\mathcal{R}_*$  においては  $[\text{好き} = \text{yes}]$  であるとは表象されない。これは  $\mathcal{R}_*$  が完全性の持たない下近似ルールから作られていることによる。表象システム  $\mathcal{R}_*$  による感性評価は、表示関係のみに依存しないことが分かる。

#### 4. $\mathcal{R}_*$ による応用例

本章では  $\mathcal{R}_*$  の特性を生かし「感性属性値間の因果関係」の表現の例を与える。これは感性評価モデルとして新たに  $\mathcal{R}_*$  を提案した成果の例となる。まず 4.1 節で  $\mathcal{R}_*$  を利用し、新たな感性分類  $(C_B)_*$  を定義する。続いて  $(C_B)_*$  に対し、感性属性値  $\text{typ}(C_B)$  上の制約を与える。4.2 節では具体的な表形式データをもとに  $(C_B)_*$  などの解説を行う。

表 3 情報表  $I_2$ Table 3 Information table  $I_2$ .

対象	カラー	造形	ドア数	欲しい	好き
$s_1$	色彩系	有機的	2 ドア	-	-
$s_2$	色彩系	曲線的	4 ドア	yes	-
$s_3$	白黒系	有機的	2 ドア	yes	yes
$s_4$	色彩系	曲線的	2 ドア	yes	yes
$s_5$	色彩系	曲線的	2 ドア	-	yes
$s_6$	色彩系	曲線的	4 ドア	-	yes
$s_7$	白黒系	曲線的	4 ドア	yes	yes

#### 4.1 感性分類 $(C_B)_*$ と局所論理 $\text{Log}((C_B)_*)$

表象システム  $\mathcal{R}_*$  を情報表  $I = (S, A \cup B, V, \rho)$  から作られる感性評価モデルとする。このとき  $\mathcal{R}_*$  に対して、新たな感性分類  $(C_B)_*$  を次のように定義する。

まず  $C_B$  と同じトークン、タイプを持つ感性分類  $(C_B)_*$  を次で定義する。

定義 4.1 表象システム  $\mathcal{R}_*$  に対して分類  $(C_B)_*$  を次のように定義する。

$$(C_B)_* = (S_B, V_B, \models_{B_*})$$

$$s \models_{B_*} \delta \iff \begin{array}{l} \mathcal{R}_* \text{ において } s \in \text{tok}(C_A) \text{ は } s \in \text{tok}(C_B) \text{ を} \\ \delta \in \text{typ}(C_B) \text{ をタイプに持つものとして表象する。} \end{array}$$

この  $(C_B)_*$  は  $C_B$  に対して、より「確実な」感性分類となっている。

たとえば  $(C_B)_*$  上で  $s \models_{B_*} \delta$  であるとする。すると定義から  $s \in \text{tok}(C_A)$  は  $s \in \text{tok}(C_B)$  を、 $\mathcal{R}_*$  においてタイプ  $\delta$  を持つものとして表象している。このことは  $\mathcal{R}_*$  の定義より、 $s$  と識別不能な任意の  $x \in \text{tok}(C_A)$  が  $C_B$  上で  $x \models_B \delta$  となることと同値である。

次に  $(C_B)_*$  内の制約を求める。チャネル理論では任意の分類  $C$  に対して、 $C$  上の局所論理  $\text{Log}(C)$  を作る事ができる (付録 A.2 参照)。今、感性分類  $(C_B)_*$  に対して  $\text{Log}((C_B)_*)$  を求める。すると  $\text{Log}((C_B)_*)$  の制約  $\vdash_{\text{Log}((C_B)_*)}$  は健全で完全な  $\text{typ}(C_B)$  上の制約である。その制約  $\Gamma \vdash_{\text{Log}((C_B)_*)} \delta$  は、感性評価間の因果関係を表している。

#### 4.2 $\text{Log}((C_B)_*)$ の具体例

例として、表 3 の情報表  $I_2$  を用いて 4.1 節の手法を追う。 $I_2$  は、認知属性に [カラー], [造形], [ドア数] を持ち、感性属性に [欲しい], [好き] を持つ情報表である。今表象システム  $\mathcal{R}_*$  を  $I_2$  から作られる感性評価モデルとする。

まず  $\mathcal{R}_*$  の感性分類  $C_B$  に対して  $(C_B)_*$  を求める。すると  $(C_B)_*$  は表 4 で表される分類

表 4  $(C_B)_*$  に対応する情報表  
Table 4 Information table about  $(C_B)_*$ .

対象	欲しい	好き
$s_1$	-	-
$s_2$	-	-
$s_3$	yes	yes
$s_4$	-	yes
$s_5$	-	yes
$s_6$	-	-
$s_7$	yes	yes

になることが分かる．今この  $(C_B)_*$  について詳しく見てみる．

$(C_B)_*$  では対象  $s_4$  について「 $s_4 \models_{B_*} [\text{好き} = \text{yes}]$ 」が成り立っている． $s_4 \in C_A$  の持つタイプ  $\{[\text{色彩系}], [\text{曲線的}], [2 \text{ ドア}]\}$  は  $\mathcal{R}_*$  において  $[\text{好き} = \text{yes}]$  を表示しており，よって  $s_4 \in C_B$  は  $[\text{好き} = \text{yes}]$  をタイプに持つものとして表象されているからである．実際，次の決定ルールは情報表  $I_2$  における下近似ルールとなっている．

$$[\text{色彩系}] \wedge [\text{曲線的}] \wedge [2 \text{ ドア}] \implies [\text{好き} = \text{yes}]$$

一方，対象  $s_6$  については「 $s_6 \not\models_{B_*} [\text{好き} = \text{yes}]$ 」となっている． $s_6 \in \text{tok}(C_A)$  の持つタイプ  $\{[\text{色彩系}], [\text{曲線的}], [4 \text{ ドア}]\}$  は  $\mathcal{R}_*$  において  $[\text{好き} = \text{yes}]$  を表示せず，よって  $s_6 \in \text{tok}(C_B)$  は  $[\text{好き} = \text{yes}]$  をタイプに持つものとして表象されないからである．実際，次の決定ルールは情報表  $I_2$  における下近似ルールとはなっていない．

$$[\text{色彩系}] \wedge [\text{曲線的}] \wedge [4 \text{ ドア}] \implies [\text{好き} = \text{yes}]$$

感性分類  $(C_B)_*$  は  $C_B$  に対して，より確実性の強い分類を表している． $(C_B)_*$  において  $a \models_{B_*} \alpha$  となるためには， $C_B$  上で  $a \models_B \alpha$  であることに加え， $C_A$  上で  $a$  と識別不能な任意の対象  $x$  に対して  $x \models_B \alpha$  となる必要があるからである．

次に  $(C_B)_*$  に対して  $\text{Log}((C_B)_*)$  の制約を求める．すると次のルールを求めることができる．

$$[\text{欲しい} = \text{yes}] \vdash_{\text{Log}(C_B)_*} [\text{好き} = \text{yes}]$$

一方，元の  $C_B$  に対する  $\text{Log}(C_B)$  の制約を求めてみると

$$[\text{欲しい} = \text{yes}] \not\vdash_{\text{Log}(C_B)} [\text{好き} = \text{yes}]$$

となっている．このように 2 つの感性分類  $C_B$ ， $(C_B)_*$  では，感性評価間に成り立つルールが異なることがある．

## 5. 考 察

本章では，感性評価のモデルとして  $\mathcal{R}_*$  を提案した成果について考察する．

### 5.1 $\mathcal{R}_*$ の貢献

4 章の例に関して，表象システム  $\mathcal{R}_*$  は  $(C_B)_*$  や  $\text{Log}((C_B)_*)$  を自然に定義することに貢献している．感性分類  $(C_B)_*$  は， $\mathcal{R}_*$  を通じて  $C_A$  の情報の内容が加味されたものとなっており，また  $(C_B)_*$  上の因果関係  $\Gamma \vdash_{\text{Log}((C_B)_*)} \delta$  も同様に  $C_A$  の情報に依存したものとなっている．

これに対し，ラフ集合理論の枠組みでは  $\text{Log}((C_B)_*)$  と同様の情報を表現することは複雑である．対応する概念を考えることは可能であるが<sup>\*1</sup>，「近似を求める」「新たに情報表を作る」「ルールを求める」という動作を組み合わせて行うため自然に定義することは難しい． $(C_B)_*$  や  $\text{Log}((C_B)_*)$  は，表象システムやチャンネル理論の概念を用いることで初めて自然に定義できた．

### 5.2 $\mathcal{R}_*$ の優位性

提案した新たな感性評価モデル，表象システム  $\mathcal{R}_*$  はラフ集合によるモデルと比較して次の優位性を持つ．

#### (i) ルールの自由さ

ラフ集合における因果関係は決定ルールとして，近似の概念を経由して作られていた<sup>\*2</sup>．これに対し  $\mathcal{R}_*$  では因果関係は  $C_A$ ， $C_B$  上の局所論理の「制約」として，より自由に考えられる<sup>\*3</sup>．

#### (ii) ラフ集合理論にはない概念

チャンネル理論にはラフ集合理論にはない概念が存在する<sup>2)</sup>．よってラフ集合で扱う表形式データ (情報表  $I$ ) を  $\mathcal{R}_*$  で表現することで，チャンネル理論の概念を用いることができるようになる．これによって知識抽出の新たな分析手法を提案することが期待できる．

#### (iii) 分類上の理論

表形式データでは，認知データと感性データはそれぞれ「情報表」として与えられていた．これに対し  $\mathcal{R}_*$  では，認知データと感性データはそれぞれ「分類」で表現された．チャンネル理論における分類は，タイプ上に制約を定めることで局所論理となる (付録 A.2 参照)．

\*1  $(C_B)_*$  において  $\text{tok}(\delta)$  は  $\delta$  の下近似と一致する．また  $\text{Log}$  の制約は下近似ルールとして求めることができる．

\*2 チャンネル理論でも近似に対応する概念を定義できる．これについては 6 章で解説する．

\*3 局所論理の制約は，Identity，Weakening，Global Cut という 3 つの規則を満たす必要がある．

つまり  $\mathcal{R}_*$  では、認知データ  $C_A$  と感性データ  $C_B$  の上にそれぞれ独立した理論を持つ局所論理を考えられる。

### 5.3 因果関係の区別

1.1 節で示した 2 種類の因果関係 (I), (II) について、ラフ集合理論では理論的な区別を与えられなかった。ラフ集合理論では、因果関係は「if-then ルール」としてしか表せないからである。一方表象システムによるモデル  $\mathcal{R}_*$  では、(I), (II) を異なる概念として区別することができる。

(I) の因果関係は  $\mathcal{R}_*$  では「 $\Gamma$  が  $\delta$  を表示している」という表現と対応している。実際、 $\mathcal{R}_*$  の「表示関係」は、認知属性値 ( $\text{typ}(C_A)$ ) から感性属性値 ( $\text{typ}(C_B)$ ) への「世界をまたぐ因果関係」である。これに対し、(II) の因果関係は  $\mathcal{R}_*$  では「 $C_B$  (または  $C_A$ ) 上の局所論理の制約  $\Gamma \vdash \delta$ 」と表現できる。5.2 節 (iii) で見たように、 $C_A$  と  $C_B$  はタイプ上にルール(制約)を与え局所論理と見なすことができる。たとえば  $C_B$  上に局所論理  $\mathcal{L}_B = (C_B, \vdash_B, N_B)$  が与えられているとする。このとき  $\mathcal{L}_B$  の制約  $\vdash_B$  は、感性属性値 ( $\text{typ}(C_B)$ ) から感性属性値 ( $\text{typ}(C_B)$ ) への「同世界内の因果関係」である。

「表示関係」と「 $C_B$  (または  $C_A$ ) 上の局所論理の制約」は、 $\mathcal{R}_*$  上では異なる性質を持つ概念である。このように  $\mathcal{R}_*$  の枠組みでは、因果関係 (I), (II) を理論的に異なる概念として表現できる。

### 5.4 感性の構造研究における意義

感性の研究の立場から、 $\mathcal{R}_*$  の成果の意義を説明する。

前述したとおり、感性評価の構造としては井上によるモデルがある<sup>6),\*1</sup>。このモデルでは、感性評価に用いられる感性語に関して、上下方向に逐次因果関係で結ばれる階層構造を持つことが想定されている。感性語は「大きい」「小さい」など認知的なものから「魅力的」「好き」など態度を表すものまで、上下に階層的な構造をなす。図 2 では評価の個人差が大きい感性語ほど高位に描かれている。人は対象に感性評価を与えるとき「認知した情報」と「階層間の因果関係」によって感性評価を行っていると考えられる。この評価構造は各人固有のもので、経験を通じて構築されるとされる。

本論文で提案した  $\mathcal{R}_*$  は、「認知を表す感性語の階層 ( $C_A$ )」と「イメージや態度を表す感性語の階層 ( $C_B$ )」の間の構造を表現していた。つまり  $\mathcal{R}_*$  では、図 2 における上下階層間の因果関係を、その表示関係と見ることができる。また  $\mathcal{R}_*$  において、それぞれの階層

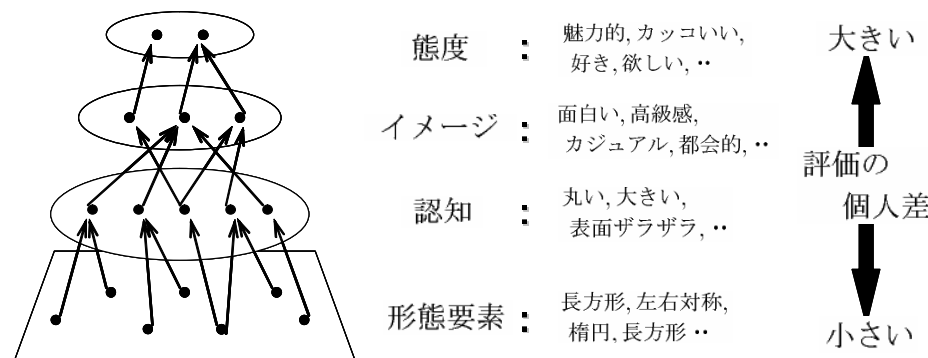


図 2 評価構造のモデル  
Fig. 2 Model of evaluation structure.

( $C_A, C_B$ ) には局所論理を導入することができた。このことから、 $\mathcal{R}_*$  は図 2 において、階層間の関係を包含し、階層内の関係も表現できるモデルになっている。

この階層構造に関する研究について、文献 3) では「同一階層内の横方向の構造についてはほとんど報告がない」と述べられている。これに対して  $\mathcal{R}_*$  では  $C_A, C_B$  それぞれの上に独立した局所論理を考えられる。 $\mathcal{R}_*$  に対して  $C_A, C_B$  上の局所論理を考察することは、「横方向の構造」の研究に有効であると思われる。

### 5.5 因果関係と従属性

本論文では表形式データ  $I = (S, A \cup B, V, \rho)$  における『同世界内の因果関係』を、 $\mathcal{R}_*$  によって  $C_A, C_B$  上の局所論理として表現できることを主張した。これに対し関係データベース理論やラフ集合理論では、属性間の従属性という概念が体系的に議論されている<sup>9)-11)</sup>。この属性間の従属性は、局所論理と同様に表形式データにおける『同世界内の因果関係』を表現していると考えられる。本節では従属性と  $\mathcal{R}_*$  における局所論理との関係を簡単に述べる。はじめに従属性の基本的な定義を与える<sup>\*2</sup>。

定義 5.1 情報表  $I = (S, AT, V, \rho)$  の属性  $a, b \in AT$  について、 $b$  が  $a$  に従属しているとは、  
 $\forall x \in S (\rho(x, a) = v \implies \rho(x, b) = f(v))$   
 となる関数  $f: V_a \longrightarrow V_b$  が存在することである。

\*2 情報表  $I = (S, AT, V, \rho)$  における従属性は、一般的には 2 つの属性の集合  $A, B \subset AT$  間に定められる。ここでは簡単のため  $A, B$  がそれぞれ 1 つの属性からなるものに限定して解説する。従属性についての詳細は文献 9)-11)などを参照されたい。

\*1 このモデルは認知心理学理論の原型であるパーソナルコンストラクト理論がもとになっている。

今、表形式データ  $I = (S, A \cup B, V, \rho)$  において、『同世界間』の2つの属性に従属関係があるとす。たとえば認知属性  $a_1, a_2 \in A$  について  $a_2$  が  $a_1$  に従属しているとする(以降では『同世界の属性』を議論するために、特に認知属性  $A$  の属性を扱っていく)。このとき、この従属関係は  $\mathcal{R}_*$  の認知分類  $C_A$  上の局所論理を用いて次のように表される。

命題 5.1 表形式データ  $I = (S, A \cup B, V, \rho)$ 、表象システム  $\mathcal{R}_* = (C_I, \mathcal{L}_*)$  とする。このとき次が成り立つ。

$$\begin{array}{l} \text{認知属性 } a_1, a_2 \in A \text{ について} \\ a_2 \text{ は } a_1 \text{ に従属している} \end{array} \iff \begin{array}{l} \text{ある関数 } f: V_{a_1} \longrightarrow V_{a_2} \text{ が存在して} \\ \forall v \in V_{a_1} (v \vdash_{\text{Log}(C_A)} f(v)) \end{array}$$

ここで  $\text{Log}(C_A)$  は、健全かつ完全な因果関係のみをその制約とする  $C_A$  上の局所論理である(付録 A.2 参照)。

このように認知属性間の従属性は、健全かつ完全な  $\text{Log}(C_A)$  の制約によって上のように表現される(感性属性の場合も  $\text{Log}(C_B)$  の制約によって同様に表現される)。 $\text{Log}(C_A)$  の制約は、認知データにおいて任意の対象が満たす認知属性値間の因果関係を表している\*1。また  $\text{Log}(C_A)$  上の制約は、次の推移従属性とも関連を持つ。

定義 5.2 情報表  $I = (S, AT, V, \rho)$  の属性  $a, b, c \in AT$  について、次の (i), (ii), (iii) が成り立っているとす。

- (i)  $b$  は  $a$  に従属している。
- (ii)  $a$  は  $b$  に従属していない。
- (iii)  $c$  は  $b$  に従属している。

このとき、 $c$  が  $a$  に従属していることを、 $c$  は  $a$  に ( $b$  によって) 推移従属しているという。

今、表形式データ  $I = (S, A \cup B, V, \rho)$  の3つの認知属性  $a_1, a_2, a_3 \in A$  について  $a_3$  が  $a_1$  に  $a_2$  によって推移従属しているとする。(i), (iii) によって存在する関数を  $f: V_{a_1} \longrightarrow V_{a_2}$ ,  $g: V_{a_2} \longrightarrow V_{a_3}$  とする。このとき、 $a_3$  が  $a_1$  に従属しているということは関数  $g \circ f: V_{a_1} \longrightarrow V_{a_3}$  が存在することで表現される。一方このことは  $\text{Log}(C_A)$  上において、任意の  $v \in V_{a_1}$  に対して、 $v \vdash_{\text{Log}(C_A)} f(v)$  と  $f(v) \vdash_{\text{Log}(C_A)} (g \circ f)(v)$  ということから  $v \vdash_{\text{Log}(C_A)} (g \circ f)(v)$  であることが導けることと対応している。実際この式は制約  $\vdash_{\text{Log}(C_A)}$  に関する Glocal cut を用いることで導くことができる\*2。このように従属性の推

\*1 一般的な従属性(2つの属性の集合  $A, B \subset AT$  に対して与えられる)に関しても同様に、 $\text{Log}(C_A)$  の制約を用いて表現されることが分かる。

\*2 Glocal Cut については付録 A.2 を参照。

移性は、局所論理においては制約に関する Glocal cut によって表現される。

## 6. 上近似と表象システム

本章ではチャンネル理論と上近似の関係について述べる。上近似ルールは局所論理上の制約としては欠陥がある。よって下近似ルールにおける  $\mathcal{R}_*$  のような表象システムを構成することができない。6.1 節ではそのことについて解説する。また 6.2 節では情報表に対し具体的に  $\mathcal{R}_*$  を構成し、 $\mathcal{R}_*$  が意図した表象システムとならないことを解説する。6.3 節では上近似や上近似ルールの概念をチャンネル理論上で再構成する。

### 6.1 上近似ルールの欠陥

$\mathcal{R}_*$  はラフ集合の下近似ルールの性質をもとに提案した。ここでは同様の考え方で上近似ルールの性質をもとにした表象システム  $\mathcal{R}^*$  を構成することを考える。

今、情報表  $I = (S, A \cup B, V, \rho)$  に対して、分類  $C_A, C_B$ 、二項チャンネル  $C_I$  を  $\mathcal{R}_*$  と同様定める。まず準備として  $C_I$  の核  $C$  上の正則理論  $T^*$  を定める。

定義 6.1  $C$  をチャンネル  $C_I$  の核とする。理論  $T_2, T^*$  を次のように定める。

$$\begin{aligned} T_2 &= (\text{typ}(C), \vdash_{T_2}) \\ \Gamma \vdash_{T_2} \Delta &\iff \exists x \in \text{tok}(C) (\forall \gamma \in \Gamma (x \models_C \gamma) \wedge \exists \delta \in \Delta (x \models_C \delta)) \\ T^* &= (\text{typ}(C), \vdash^*): T_2 \text{ の正則閉包} \end{aligned}$$

定義 6.2 チャンネル  $C_I$  において核  $C$  上の局所論理  $\mathcal{L}^*$  と表象システム  $\mathcal{R}^*$  を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^* &= (C, \vdash^*, N^*) \quad (N^* \text{ は任意の } \vdash^* \text{ の制約を満たすトークンの集合}) \\ \mathcal{R}^* &= (C_I, \mathcal{L}^*) \end{aligned}$$

すると、 $\mathcal{R}^*$  と上近似ルール間に次の関係が成り立つ。

命題 6.1  $\Gamma \subset V_A, \delta \in V_B$  とする。このとき (i)  $\Rightarrow$  (ii) が成り立つ。

- (i)  $\Gamma \Rightarrow \delta$  は  $\delta$  の上近似ルール
- (ii)  $\mathcal{R}^*$  において  $\Gamma$  は  $\delta$  を表示している。

このように  $\mathcal{R}^*$  を定義すると一見して意図した表象システムを構成できたと思われる。しかし実際には、 $\mathcal{R}^*$  の表示関係  $\vdash^*$  には上近似ルールと一致しない制約が含まれている。このことについて説明する。

局所論理における制約の集合  $(\vdash)$  は一般的に Identity, Weakening, Global Cut の3つの性質を持つ必要がある。しかし上近似ルールは、次の weakening の性質を満たしていないことが分かる。



weakening : 任意の  $\Gamma, \Gamma', \Delta, \Delta' \subset \text{typ}(C)$  について  
 $\Gamma \vdash \Delta$  のとき,  $\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'$

つまり  $\Gamma \Rightarrow \delta$  が上近似ルールであるとき,  $\Gamma \subset \Gamma'$  となる  $\Gamma'$  に対して  $\Gamma' \Rightarrow \delta$  は上近似ルールであるとは限らない. たとえば今, 情報表  $I = (S, A \cup B, V, \rho)$  において  $\Gamma \Rightarrow \delta$  が上近似ルールであるとする. このとき, 定義より  $S_\Gamma \cap S_\delta \neq \emptyset$  が成り立つ<sup>\*1</sup>. ここで  $\gamma' \notin \Gamma$  かつ  $S_{\gamma'} \cap S_\delta = \emptyset$  であるような  $\gamma'$  に対して,  $\Gamma \cup \{\gamma'\} \Rightarrow \delta$  は上近似ルールにはならない.

Weakening を満たさない上近似ルールは, 局所論理上の制約としては表現できない. 理論  $T_2$  から正則閉包  $T^*$  を作る際に, 上近似ルールとならない制約が含まれてしまうからである. よって, このように作られた表象システム  $\mathcal{R}^*$  も意図したものにはならない.

## 6.2 $\mathcal{R}^*$ の例

3.2 節と同様に, 表 2 で表される情報表  $I_1$  に対して表象システム  $\mathcal{R}^* = (C_I, \mathcal{L}^*)$  を具体的に考察する. ここでチャンネル  $C_{I_1}$  は 3.2 節で定義したものと同一のものとなる. 今, 次の決定ルール

$$[\text{有機的}] \Rightarrow [\text{好き} = \text{yes}] \quad (2)$$

は  $[\text{好き} = \text{yes}]$  の上近似ルールである. しかし前提を増やした次の決定ルール,

$$[\text{有機的}] \wedge [\text{白黒系}] \Rightarrow [\text{好き} = \text{yes}] \quad (3)$$

は  $[\text{好き} = \text{yes}]$  の上近似ルールとはならない. 情報表  $I_1$  において, (3) の前提「 $[\text{有機的}] \wedge [\text{白黒系}]$ 」を満たす対象は  $s_6$  のみであり  $[\text{好き} = \text{yes}]$  という属性値を満たさないからである.

今,  $\mathcal{R}^*$  における表示関係を考える. すると (2) が上近似ルールであることから,  $[\text{有機的}]$  は  $\mathcal{R}^*$  において  $[\text{好き} = \text{yes}]$  を表示している. しかし (3) は上近似ルールではないにもかかわらず,  $\{[\text{有機的}], [\text{白黒系}]\}$  は  $\mathcal{R}^*$  において  $[\text{好き} = \text{yes}]$  を表示してしまう.  $C_I$  のコア上の局所論理  $\mathcal{L}^*$  の制約  $\vdash^*$  において, 「 $[\text{有機的}] \vdash^* [\text{好き} = \text{yes}]$ 」から weakening によって「 $\{[\text{有機的}], [\text{白黒系}]\} \vdash^* [\text{好き} = \text{yes}]$ 」が導けてしまうからである.

## 6.3 チャンネル理論上での上近似・決定ルール

上近似ルールは「Weakening を満たさない」という欠陥ゆえ, 局所論理の制約として表現できなかった. しかしチャンネル理論では, ラフ集合の上近似や上近似ルールに対応する概念を次のように構成することができる.

\*1  $S_\delta$  は  $\delta$  を属性値に持つ対象の集合である. また  $S_\Gamma$  は任意の  $\gamma \in \Gamma$  を属性値に持つ対象の集合を表す. 付録 A.1 参照.

チャンネル  $C_I$  を今までと同様に定義する.  $\text{Boole}(C)$  を核  $C$  のブール閉包とする. 今  $\delta \in V_B$  に対して, 次の  $\text{Boole}(C)$  上のタイプを考える.

$$\bigvee \left\{ \bigwedge (\text{typ}(x) \cap V_B) \mid x \in \text{tok}(C), x \models_C \delta \right\}$$

すると, これについて次が成り立つ.

命題 6.2  $\delta \in V_B$  について, 次の (i), (ii) は同値である.

$$(i) x \in A^\sharp(S_\delta) \quad (A^\sharp(S_\delta) \text{ は } S_\delta (= \text{tok}(\delta)) \text{ の上近似})$$

$$(ii) x \models_{\text{Boole}(C)} \bigvee \left\{ \bigwedge (\text{typ}(x) \cap V_A) \mid x \in \text{tok}(C), x \models_C \delta \right\}$$

つまりラフ集合における上近似  $A^\sharp(\delta)$  は, チャンネル理論上では  $\text{Boole}(C)$  上のタイプ  $\bigvee \left\{ \bigwedge (\text{typ}(x) \cap V_A) \mid x \in \text{tok}(C), x \models_C \delta \right\}$  を満たすもの, と表現できる. また上近似ルールについて次のことが成り立つ.

命題 6.3  $\Gamma \subset V_A, \delta \in V_B$  について次の 2 つは同値である.

$$(i) \Gamma \Rightarrow \delta \text{ が上近似ルール}$$

$$(ii) \Gamma \vdash_{\text{Log}(\text{Boole}(C))} \bigvee \left\{ \bigwedge (\text{typ}(x) \cap V_A) \mid x \in \text{tok}(C), x \models_C \delta \right\}$$

このように上近似ルールは, 局所論理の制約としては不完全であったが, 局所論理のブール制約を用いると自然に表現することができる. よってラフ集合理論の上近似・上近似ルールはチャンネル理論において再構成することができる.

## 7. おわりに

本論文では「認知」と「感性」に関する表形式データ  $I$  に対して, 感性評価モデルとして表象システム  $\mathcal{R}_*$  を提案した. また  $\mathcal{R}_*$  はラフ集合による既存のモデルの拡張的な枠組みとなった.

今後は表形式データ  $I$  を表象システム  $\mathcal{R}_*$  で表現することで, 感性の構造に対する研究の道具としての利用可能性を研究する (4 章ではその一例を示した). 5 章で示した  $\mathcal{R}_*$  の優位性を利用することで, さらなる知識獲得手法・分析手法の発展が期待される.

6 章からも見られるとおり, チャンネル理論は強力な論理的土台を持っている. また豊かな表現力も持ち, その説明力に期待が寄せられている<sup>12)</sup>. チャンネル理論の強力な枠組みや概念を, 「認知」と「感性」の間の研究にいかにも用いることができるかを追求していく意義がある.

謝辞 本研究に関し有意義な議論を行ってくださった慶應義塾大学大学院政策・メディア研究科ノーベルコンピューティングプロジェクトのメンバーに感謝します. また, 同研究科の清木康教授と倉林修一専任講師からは特に大きなお力添えをいただきました.

## 参 考 文 献

- 1) 森 典彦：ラフ集合と感性工学，日本ファジィ学会誌，Vol.13, No.6, pp.600–607 (2001).
- 2) 平塚史人，井出陽子，向井国昭：チャンネル理論からみたラフ集合論，電子情報通信学会技術研究報告 PRMU，パターン認識・メディア理解，Vol.110, No.27, pp.91–96 (2010).
- 3) 森 典彦：感性語の因果推定に現れる連鎖的構造，東京工芸大学芸術学部紀要，Vol.5, pp.55–59 (1999).
- 4) 森 典彦：感性を目的とするモノ作りの立場から見たラフ集合：感性工学応用の創造的デザイン支援システムのための基本的枠組みを考える（その2），東京工芸大学芸術学部紀要，Vol.8, pp.79–85 (2002).
- 5) 古谷 繁：乗用車の車体形状における特徴把握の構造，千葉大学大学院自然科学研究科学位申請論文，pp.21–39 (1994).
- 6) 井上勝雄，広川美津雄：認知部位と評価用語の関係分析，感性工学研究論文集，Vol.1, No.2, pp.13–20 (2000).
- 7) 原田利宣，井上勝雄，高橋 靖，森 典彦：感性とラフ集合—ラフ集合の実際的応用に向けて，日本ファジィ学会誌，Vol.16, No.5, pp.416–424 (2004).
- 8) 井上勝雄：ラフ集合の感性工学への応用，海文堂出版 (2009).
- 9) Pawlak, Z.: *Rough Sets*, Kluwer Academic Publishers (1991).
- 10) Polkowski, L.: *Rough Sets*, Physical-Verlag (2002).
- 11) 河村一樹：データベース要論 関係データベースとオブジェクト指向データベース，ダイゴ (1995).
- 12) 下嶋 篤：チャンネル理論でなにができるか，日本ファジィ学会誌，Vol.10, No.5, pp.13–22 (1998).
- 13) Barwise, J. and Seligman, J.: *Information Flow: The Logic of Distributed Systems*, The Press Syndicate Of The University Of Cambridge (1997).

## 付 録

## A.1 ラフ集合理論における数学的定義

本章では，ラフ集合理論の諸概念の数学的な定義を解説する．2.3 節でも強調したように，本論文におけるラフ集合理論の枠組みは通常よりも限定されたものとなっている．より一般的なラフ集合理論の詳細は文献 9)，10) を参照されたい．

定義 A.1.1 情報表  $I = (S, AT, V, \rho)$  は次から構成される．

$$\left\{ \begin{array}{l} S : \text{対象全体の集合} \\ AT : \text{属性の集合} \\ V = \bigsqcup_{a \in AT} V_a \\ V_a : \text{属性に対する属性値} \\ \rho : S \times AT \rightarrow V : \text{属性値を与える関数} \\ \forall a \in AT (\rho(S \times \{a\}) \subset V_a) \end{array} \right.$$

また任意の属性の集合  $A \subset AT$  に対して  $V_A = \bigcap \{V_a \mid a \in A\}$  とする．

定義 A.1.2 決定表  $J = (S, AT, V, \rho, C, D)$  は，情報表  $I = (S, AT, V, \rho)$  において条件属性  $C \subset AT$  と決定属性  $D \subset AT$  が定められたものである．

2.3 節で説明したとおり，本論文で扱う決定表は  $C \cup D$  が属性  $AT$  の分割となるものに限定する（すなわち， $C \cup D = AT$ ， $C \cap D = \phi$  となる）．この形式の決定表を情報表の形で  $I = (S, C \cup D, V, \rho)$  と表す．

定義 A.1.3 情報表  $I = (S, AT, V, \rho)$  とする． $v \in V$ ， $\Gamma \subset V$  に対して  $S_v$ ， $S_\Gamma$  を次のように定義する．

$$S_v = \{x \in S \mid \exists a \in AT (\rho(x, a) = v)\}$$

$$S_\Gamma = \bigcap \{S_\gamma \mid \gamma \in \Gamma\}$$

定義 A.1.4 情報表  $I = (S, AT, V, \rho)$  において，属性の集合  $A \subset AT$  に対する  $S$  上の識別不能関係  $R_A$  を次のように定義する．

$$x R_A y \iff \forall a \in A (\rho(x, a) = \rho(y, a))$$

また， $x \in S$  の  $R_A$  による同値類を  $[x]_{R_A}$  と表す．

定義 A.1.5 決定表  $I = (S, C \cup D, V, \rho)$  において， $\delta$  を決定属性  $d$  の属性値とする．このとき  $S_\delta$  の上近似  $C^\sharp(S_\delta)$ ，下近似  $C_\sharp(S_\delta)$  をそれぞれ次のように定義する<sup>\*1</sup>．

$$C^\sharp(S_\delta) = \{x \in S \mid [x]_C \cap S_\delta = \emptyset\}$$

$$C_\sharp(S_\delta) = \{x \in S \mid [x]_C \subset S_\delta\}$$

定義 A.1.6 決定表  $I = (S, C \cup D, V, \rho)$  における決定ルールとは，次のようなものである．

$$\bigwedge_{c \in C'} [c = v_c] \Rightarrow \bigwedge_{d \in D'} [d = v_d]$$

\*1 ラフ集合理論の伝統では上近似・下近似はそれぞれ  $C^*(S_\delta)$ ， $C_*(S_\delta)$  と \* を用いて表記される． $\sharp$  を用いた理由は，本論文で定義する表象システム  $\mathcal{R}_*$  などとの混乱を防ぐためである．

ここで,  $C' \subset C, D' \subset D$ , 任意の  $i \in C \cup D$  に対して  $v_i \in V_i$  であるとする.

決定ルールは, 条件属性値の集合  $\Gamma \subset V_C$  と, 決定属性値の集合  $\Delta \subset V_D$  を用いて  $\Gamma \Rightarrow \Delta$  と省略して表せる. 本論文では特に, 決定属性値がただ 1 つからなる決定ルール (すなわち  $\Gamma \subset V_C, \delta \in V_D$  を用いて  $\Gamma \Rightarrow \{\delta\}$  と表されるルール) のみを扱う.  $\Gamma \Rightarrow \{\delta\}$  はさらに  $\Gamma \Rightarrow \delta$  と省略して表される.

定義 A.1.7 決定表  $I = (S, C \cup D, V, \rho)$  において,  $\delta$  を決定属性  $d$  の属性値とする.  $\Gamma \Rightarrow \delta$  が  $S_\delta$  の下近似  $C_\#(S_\delta)$  に対する決定ルールであるとは, 次を満たすことである.

任意の  $x \in S$  について ( $x \in S_\Gamma \implies x \in C_\#(S_\delta)$ )  
(上近似の場合は  $x \in C^\#(S_\delta)$ )

本論文では「 $\delta$  の下近似  $C_\#(S_\delta)$  による決定ルール」を省略し,  $\delta$  の下近似ルールと呼ぶ (上近似についても同様). 決定ルールにおいても前件部の属性値条件の個数が極小なものを縮約あるいは極小決定ルールと呼ぶ.

## A.2 チャネル理論における数学的定義

チャネル理論は 1997 年に提唱された理論である<sup>13)</sup>. 今後の応用・実用方面での発展が注目されている<sup>12)</sup>. チャネル理論では局所論理と呼ばれる論理構造を考える. そして局所論理間を情報射やチャネルでつなげることでその論理性的の比較を行う.

定義 A.2.1 分類  $C = (\text{tok}(C), \text{typ}(C), \models_C)$  は次から構成される.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{tok}(C) : \text{分類されるものの集合} \\ \text{typ}(C) : \text{分類するものの集合} \\ \models_C : \text{tok}(C) \text{ と } \text{typ}(C) \text{ の二項関係} \end{array} \right.$

$\text{tok}(C)$  の元を  $C$  のトークン,  $\text{typ}(C)$  の元を  $C$  のタイプと呼ぶ. また  $\text{typ}(C)$  の部分集合の組  $(\Gamma, \Delta)$  を  $C$  のシーケントと呼ぶ.

定義 A.2.2 分類  $C = (\text{tok}(C), \text{typ}(C), \models_C)$  とする. 任意の  $a \in \text{tok}(C)$  に対して  $\text{typ}(a)$  を, 任意の  $\alpha \in \text{typ}(C)$  に対して  $\text{tok}(\alpha)$  をそれぞれ次で定義する.

$\text{typ}(a) = \{x \in \text{tok}(C) \mid a \models_C x\}$   
 $\text{tok}(\alpha) = \{x \in \text{tok}(C) \mid x \models_C \alpha\}$

定義 A.2.3 トークン  $x$  がを次を満たすとき,  $x$  はシーケント  $(\Gamma, \Delta)$  を満足するという.

$\forall \gamma \in \Gamma (x \models_C \gamma) \implies \exists \delta \in \Delta (x \models_C \delta)$

定義 A.2.4 分類  $C$  上の理論  $T$  は次から構成される.

$T = (\text{typ}(C), \vdash) \quad \vdash : C \text{ のシーケントの集合}$

シーケント  $(\Gamma, \Delta)$  が  $\vdash$  の元であることを  $\Gamma \vdash \Delta$  と書く. また  $\vdash$  が identity, weakening, Global cut の 3 つの性質<sup>\*1</sup>を満たすとき理論  $T$  は正則であるという.

命題 A.2.1  $T = (\text{typ}(C), \vdash)$  を分類  $C$  上の理論とする. このとき  $T$  に対して正則理論  $\bar{T} = (\text{typ}(C), \bar{\vdash})$  で,  $\vdash \subset \bar{\vdash}$  を満たす最小のものが存在する. この  $\bar{T}$  を  $T$  の正則閉包と呼ぶ.

定義 A.2.5 分類  $C$  上の局所論理  $\mathcal{L} = (C, \vdash_{\mathcal{L}}, N)$  は次から構成される.

$\left\{ \begin{array}{l} C : \text{分類} \\ \vdash_{\mathcal{L}} : C \text{ のシーケントの集合} \\ (\text{typ}(C), \vdash_{\mathcal{L}}) \text{ は } C \text{ 上の正則理論となる.} \\ N : \text{tok}(C) \text{ の部分集合で次を満たす} \\ \text{任意の } n \in N \text{ は } \vdash_{\mathcal{L}} \text{ に属する任意のシーケントを満足する.} \end{array} \right.$

$\mathcal{L}$  において  $\Gamma \vdash_{\mathcal{L}} \Delta$  であるとき, シーケント  $(\Gamma, \Delta)$  は  $\mathcal{L}$  の制約であるという. また  $N$  の元を正常なトークンという. 定義から正常なトークンは任意の制約を満たす.

定義 A.2.6 局所論理  $\mathcal{L}$  について, 任意のトークンが正常であるとき,  $\mathcal{L}$  は健全であるという. また任意のトークンが満足するシーケント  $(\Gamma, \Delta)$  が  $\mathcal{L}$  の制約であるとき,  $\mathcal{L}$  は完全であるという.

逆にある分類  $C$  が与えられたとき,  $C$  上に健全かつ完全な局所論理を一意的に作るができる. それを  $\text{Log}(C)$  と表す.  $\text{Log}(C)$  は制約  $\vdash_{\text{Log}(C)}$  を任意のトークンが満足するシーケントの集合, 正常なトークンを  $N = \text{tok}(C)$  とした局所論理である.

定義 A.2.7 分類  $C_1$  から分類  $C_2$  への情報射  $f : C_1 \rightrightarrows C_2$  とは 2 つの写像の組  $f = (f^\wedge, f^\vee)$  で次の条件を満たすものである.

$\left\{ \begin{array}{l} f^\wedge : \text{tok}(C_1) \longrightarrow \text{tok}(C_2) \\ f^\vee : \text{tok}(C_2) \longrightarrow \text{tok}(C_1) \end{array} \right. \quad a \models_{C_2} f^\wedge(a) \iff f^\vee(a) \models_{C_1} a$

定義 A.2.8 分類  $C_1, C_2$  の間の二項チャネル  $\mathcal{C}$  は,  $C_1, C_2$  から核と呼ばれる分類  $C$  への情報射の族  $\mathcal{C} = \{f_i \mid f_i : C_i \rightrightarrows C\}_{i \in \{1,2\}}$  である. 核  $C$  のトークン  $c \in \text{tok}(C)$  は連

\*1 任意の  $\alpha, \Gamma, \Gamma', \Delta, \Delta'$  について

identity :  $\alpha \vdash \alpha$

weakening :  $\Gamma \vdash \Delta$  のとき,  $\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'$ .

Global Cut :  $\Sigma$  の任意の分割  $\langle \Sigma_0, \Sigma_1 \rangle$  について  $\Gamma, \Sigma_0 \vdash \Delta, \Sigma_0$  が成り立つとき,  $\Gamma \vdash \Delta$

結と呼ばれる．またこのとき  $c$  は各分類のトークン  $f_1^{\vee}(c)$  と  $f_2^{\vee}(c)$  を連結しているといわれる．

定義 A.2.9 分類  $C$  に対して， $C$  のブール閉包  $\text{Boole}(C)$  は次の分類である．

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Boole}(C) \text{ のトークン} : C \text{ のトークン} \\ \text{Boole}(C) \text{ のタイプ} : \text{typ}(C) \text{ の分割 } (\Gamma, \Delta) \text{ の任意の集合} \\ a \models_{\text{Boole}(C)} \alpha \iff (\text{typ}(a), \text{typ}(C) - \text{typ}(a)) \in \alpha \end{array} \right.$$

定義 A.2.10 分類  $C$  上に次の性質を満たす演算  $\wedge, \vee, \neg$  が存在するとき，分類  $C$  は Boolean であるという．

任意の  $\Gamma \subset \text{typ}(C)$ ， $\delta \in \text{typ}(C)$ ， $x \in \text{tok}(C)$  に対して

$$\begin{array}{ll} \wedge : \mathcal{P}(\text{typ}(C)) \longrightarrow \text{typ}(C) & x \models \wedge(\Gamma) \iff \forall \gamma \in \Gamma (x \models \gamma) \\ \vee : \mathcal{P}(\text{typ}(C)) \longrightarrow \text{typ}(C) & x \models \vee(\Gamma) \iff \exists \gamma \in \Gamma (x \models \gamma) \\ \neg : \text{typ}(C) \longrightarrow \text{typ}(C) & x \models \neg(\gamma) \iff x \not\models \gamma \end{array}$$

また， $\wedge(\Gamma)$ ， $\vee(\Gamma)$ ， $\neg(\Gamma)$  をそれぞれ  $\wedge \Gamma$ ， $\vee \Gamma$ ， $\neg \Gamma$  と書く．

命題 A.2.2 分類  $C$  に対して  $\text{Boole}(C)$  は Boolean である．

### A.3 表象システムの定義

定義 A.3.1 表象システム  $\mathcal{R} = (C, \mathcal{L})$  は次から構成されている．

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{C} : \text{二項チャンネル } \mathcal{C} = \{f : A \rightleftharpoons C, g : B \rightleftharpoons C\} \\ A : \text{ソースと呼ばれる分類} \\ B : \text{ターゲットと呼ばれる分類} \\ \mathcal{L} : \text{核 } C \text{ 上の局所論理} \end{array} \right.$$

表象システム  $\mathcal{R}$  において，ソース  $A$  のトークンを表象と呼ぶ． $B$  のトークン  $b$  と表象  $a$  がチャンネル  $\mathcal{C}$  によって  $c \in \text{tok}(C)$  と連結しているとき， $a$  は  $b$  を表象しているという．特に  $c$  が  $L$  の正常なトークンであるとき，正確に表象しているという． $\Gamma \subset \text{typ}(A)$  と  $\delta \in \text{typ}(B)$  について， $f^{\wedge}(\Gamma) \vdash_L g^{\wedge}(\{\delta\})$  が成り立っているとき， $\Gamma$  は  $\delta$  を表示するという．また  $a \in \text{tok}(A)$  について， $\text{typ}(a)$  が表示する  $B$  のタイプ全体の集合を， $a$  の内容という．ある  $a \in \text{tok}(A)$  が  $b \in \text{tok}(B)$  を表象し， $\beta \in \text{typ}(B)$  が  $a$  の内容の元であるとき， $a$  は  $b$  を  $\beta$  を持つものとして表象しているという．また， $b$  がある  $a$  によって  $\beta$  を持つものとして表象されていて，かつ  $b \models_B \beta$  でないとき， $a$  は  $b$  を誤表象しているという．これらによって，表象システムにおける次の特徴的な命題が成り立つ．

命題 A.3.1  $a$  が  $b$  を正確に表象しているとき，次が成り立つ．

$$a \text{ が } b \text{ を } \beta \text{ を満たすものとして表象している} \implies b \models \beta$$

命題 A.3.1 において「正確に表象している」という仮定がない場合は成り立たない．すなわち  $d$  を  $a$  に表象される  $B$  のトークンとすると  $d$  が正確に表象されていない場合は，命題 A.3.1 は成り立たない．すなわち， $a$  が  $d$  を  $\beta$  を満たすものとして表象していても正しい表象でなければ  $d \models \beta$  であることは導けない．また逆に  $d \models \beta$  であることから， $d$  は正確に表象されているということは導けない．

(平成 22 年 8 月 31 日受付)

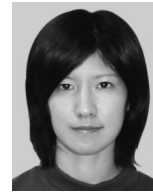
(平成 22 年 10 月 20 日再受付)

(平成 23 年 1 月 5 日採録)



平塚 史人 (正会員)

2009 年早稲田大学理工学部数理科学科卒業．同大学大学院政策・メディア研究科前期博士課程所属．チャンネル理論の研究に従事．ラフ集合理論の拡張や感性へアプローチに興味を持つ．



井出 陽子 (正会員)

2009 年慶應義塾大学環境情報学部卒業．同大学大学院政策・メディア研究科前期博士課程所属．論理型プログラミング言語 Prolog の研究と，チャンネル理論に基づく情報の流れの計算モデルの研究に従事．



向井 国昭 (正会員)

1971 年東京大学理学部数学科卒業，同年 (株)三菱電機入社，1982 年 (財)新世代コンピュータ技術開発機構出向，1991 年工学博士 (東京工業大学)，1992 年慶應義塾大学環境情報学部，1995 年同教授．言語意味論の形式的手法，論理プログラミング，状況意味論，チャンネル理論，情報の流れの枠組みに興味を持つ．