

## 遺伝的アルゴリズムにおける最適解が はじめて出現する世代数の実験的解析

張 玉 安<sup>†1</sup> 馬 青 蓮<sup>†2</sup>  
坂 本 眞 人<sup>†2</sup> 古 谷 博 史<sup>†2</sup>

最適化手法として遺伝的アルゴリズム (GA) の有効性が数多く報告されている。しかし GA は多大な計算量を必要とする。そのため、GA の計算性能を高めるためには、計算時間の研究が重要である。本研究では、最適解が集団中にはじめて出現する世代数の平均  $T$  と平均収束時間  $T_{\text{conv}}$ 、成功確率  $S$ 、および最適解の平均生存時間  $a$  の関係について実験的に調べた。ここで、 $S$  は GA を  $M$  回繰り返し計算し、そのうち集団中に最適解が存在する割合、 $a$  は集団が最適解を保持する時間数 (世代数) の平均と定義する。適応度として積型適応度関数を用いた数値実験を行い、 $T$  と  $T_{\text{conv}}$ 、 $S$ 、 $a$  の間の関係について解析した結果について報告する。

### Experimental Analysis of the First Appearing Time of Optimum Solution in Genetic Algorithm

YU-AN ZHANG,<sup>†1</sup> QINGLIAN MA,<sup>†2</sup> MAKOTO SAKAMOTO<sup>†2</sup>  
and HIROSHI FURUTANI<sup>†2</sup>

There are many reports which support the effectiveness of genetic algorithm (GA) as an optimization method. However, a major drawback of GA is its heavy computational load. Therefore, it is important to study the computing time for improving calculation performance of GA. In this study, we examine experimentally the relationship of the average hitting time  $T$  of optimum solution, the average convergence time  $T_{\text{conv}}$ , success probability  $S$  and the mean survival time of optimum solution  $a$ . We define  $S$  as the probability which a population contains optimal solution in  $M$  repeated runs,  $a$  as the average generations containing the optimum solution in a population. We report results of the analysis for the relations between  $T$  and  $T_{\text{conv}}$ ,  $S$ ,  $a$  through numerical experiments by using the multiplicative fitness function.

### 1. はじめに

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA) は生物の進化を模倣した最適化手法であり、その適応範囲は広い<sup>1),2)</sup>。しかし GA の解探索性能は遺伝的演算法だけでなく、個体数  $N$ 、突然変異率  $p_m$ 、交叉率  $p_c$  などのパラメータに大きく依存する。GA の実行において注意することの 1 つは、最終的に最適解もしくは準最適解を得ることができるか否か、という点である。したがって、集団中に最適解がはじめて出現する世代数の平均  $T$  について調べることは重要である。

GA の収束性は証明されているが<sup>3)</sup>、GA の時間計算量に関する研究はまだ少ない。Asoh らは平らな適応度関数において、集団が連鎖平衡にあると仮定したうえで、Holland のスキーマ理論<sup>2)</sup>を適用し、GA の進化を 1 次スキーマを用いて確率的に記述した<sup>4)</sup>。彼らはこのように、多ビット問題である GA を 1 次スキーマの問題に分割し、確率的解析を可能にした。Suzuki らは、有利な遺伝子によって集団が占拠されるまでの時間 (domination time) を利用し、スキーマの固定と出現時間を取り扱った<sup>5)</sup>。彼らは GA の進化速度について確率的に検討した。交叉の動きを数学的に解析し、交叉が GA の進化を大きく加速することを報告した。Goldberg らは、takeover time を集団内の最良個体が 1 個から  $N-1$  個に増加するまでの時間、集団内により優れた個体が新たに生成されるまでの時間を innovation time と定義し、その理論的解析を行った<sup>6),7)</sup>。Ambati らは traveling salesman problem (TSP) 問題に対し進化計算の時間計算量を実験的に解析したが、理論的な結果は与えられていない<sup>8)</sup>。He らは進化計算の時間計算量について研究した<sup>9),10)</sup>。彼らは有限集団における突然変異、交叉、選択を考慮して、マルコフ連鎖を用い、takeover time を利用して、 $(1+1)$ EA と  $(N+N)$ EA に適用し、最適解出現時間の計算法を提案した。

本研究では、積型適応度関数における最適解が集団中にはじめて出現する世代数の平均  $T$  について実験的に調べた。そのため集団の平均収束時間  $T_{\text{conv}}$  を計算し、最適解の平均生存時間  $a$  と成功確率  $S$  を実験的に求めた。ここで、平均生存時間  $a$  は  $T_{\text{conv}}$  以後において集団が最適解を保持する時間数 (世代数) の平均と定義する。成功確率  $S$  は、乱数を変えながら同じ計算を  $M$  回繰り返し、 $T_{\text{conv}}$  以後において集団が最適解を含む割合と定義する。

<sup>†1</sup> 宮崎大学大学院農工学学総合研究科

Interdisciplinary Graduate School of Agriculture and Engineering, University of Miyazaki

<sup>†2</sup> 宮崎大学工学部

Faculty of Engineering, University of Miyazaki

実験では,  $T$  と  $T_{\text{conv}}$ ,  $S$ ,  $a$  の間の関係について解析した.

## 2. 定義

### 2.1 積型適応度関数

本論文では, 積型適応度関数を用いた. 積型適応度関数を用いた GA の性質についてはいくつかの研究がある<sup>(11),(12)</sup>. 集団を構成する個体は世代ごとにすべて入れ替わるものとし, 集団の個体数  $N$  は世代によらずつねに一定とする. 個体の遺伝子型を固定長  $L$  の 2 進ビット列によって表す. 遺伝子型の番号  $i$  を 2 進ビット列と  $i = \langle i(L), i(L-1), \dots, i(2), i(1) \rangle$  のように対応させる. ここで  $i(k) \in \{0, 1\}$  である.

積型適応度関数を

$$f_i = \prod_{k=1}^L \{1 + i(k)s\}, \quad (s > 0) \quad (1)$$

と定義する. パラメータ  $s$  は選択の有利性を表し, 以下では選択有利度と呼ぶ. 適応度を最大にする最大化問題を考え, すべてのビットが 1 となる  $\langle 1, 1, \dots, 1 \rangle$  が最適解となり, 最大値は  $(1+s)^L$  である. ビット列  $\langle 0, 0, \dots, 0 \rangle$  のとき適応度は最小値 1 をとる.

### 2.2 平均収束時間 $T_{\text{conv}}$

平均収束時間  $T_{\text{conv}}$  を求めるため, 平均適応度の収束時間を用いた. 集団の平均適応度を  $\bar{f}(t)$  と表す. ここで  $t$  は世代数である. 実験では, 乱数の系列をそのまま継続して  $M$  回繰り返し計算し, 集団の平均適応度  $\bar{f}(t)$  をさらに平均した. この平均した平均適応度を  $F(t)$  とする.

$$F(t) = E\{\bar{f}(t)\} \quad (2)$$

ここでさらに  $F(t)$  を  $K$  世代ごとに時間平均し,  $\bar{F}(n)$  を求める

$$\bar{F}(n) = \frac{1}{K} \sum_{t=n \times K}^{(n+1) \times K - 1} F(t), \quad (n = 0, 1, 2, 3 \dots) \quad (3)$$

平均適応度が収束したことを判定するため,  $D_n$  を次式で定義する.

$$D_n = \frac{|\bar{F}(n) - \bar{F}(n+1)|}{\frac{1}{2}(\bar{F}(n) + \bar{F}(n+1))} \quad (4)$$

この  $D_n$  を用い

$$D_n < 0.01 \quad (5)$$

となるとき, 平均適応度は収束したと判定する. 式 (5) をはじめて満たす  $n$  に対し,  $F(t)$  がはじめて  $\bar{F}(n)$  の 95% 以上になる時間を  $T_{\text{conv}}$  と定義する.

### 2.3 成功確率 $S$

GA の数値実験では  $M$  回計算しその平均値を求めた. 世代  $t$  において集団中に最適解が存在する確率を  $S(t)$  と定義する. 成功確率  $S$  は  $S(t)$  をさらに時間平均し

$$S = \frac{1}{u} \sum_{t=T_{\text{conv}}}^{T_{\text{conv}}+u-1} S(t), \quad (6)$$

と定義する. ここで,  $u$  は時間平均を行う世代数である.

### 2.4 平均生存時間 $a$ と死亡率 $\lambda$

平均生存時間  $a$  を  $T_{\text{conv}}$  以後において集団が最適解を保持する時間数 (世代数) の平均と定義する. 死亡率  $\lambda$  を, 世代  $t$  において最適解を含む集団から世代  $t+1$  において最適解が消滅する確率と定義する.

## 3. 数値実験

実験では, 積型適応度関数における最適解が集団中にはじめて出現する世代数の平均値  $T$  と平均収束時間  $T_{\text{conv}}$ , 成功確率  $S$  および平均生存時間  $a$  の関係について調べた. 選択はルーレット選択, 交叉は一様交叉, 初期集団はビットごとに確率 0.5 で 0 と 1 を生成した. 式 (3) では  $K = 20$ , 式 (6) では  $u = 100$  を用いた.

### 3.1 実験 1

実験 1 では集団サイズ  $N = 50$ , 選択有利度  $s = 0.04$ , ビット長  $L = 20$ , 交叉率  $p_c = 1$  とし, 突然変異率  $p_m$  を 0.02 から 0.04 まで変化させながら  $M = 10000$  回の計算を行い,  $F(t)$  と平均収束時間  $T_{\text{conv}}$  の値を求めた. またこの  $T_{\text{conv}}$  を用いて  $S(t)$  と成功確率  $S$  を求めた.

図 1 は, 平均適応度の平均  $F(t)$  の時間的変化と  $T_{\text{conv}}$  を示した.  $\blacktriangle$  は  $T_{\text{conv}}$  の計算値である. この図から分かるように,  $F(t)$  は  $T_{\text{conv}}$  以後ほぼ一定で, 収束している.

図 2 は,  $S(t)$  の世代依存性を示した. 図に示すように  $S(t)$  は  $T_{\text{conv}}$  以後ほぼ一定になる. 一点鎖線は成功確率  $S$  の計算値である.  $|$  は  $T_{\text{conv}}$  の計算値である. 選択有利度を  $s = 0.04$  とした. 図のように  $p_m$  を大きくすると  $T_{\text{conv}}$  は減少し, 定常分布への収束が早くなる. このことは, 突然変異が集団の分布を変化させるオペレータであることを考えれば理解できる. 一方,  $p_m$  が大きくなると成功確率は小さくなるのが分かる. 成功確率と  $p_m$  の関係については, 文献 13) を参照されたい.

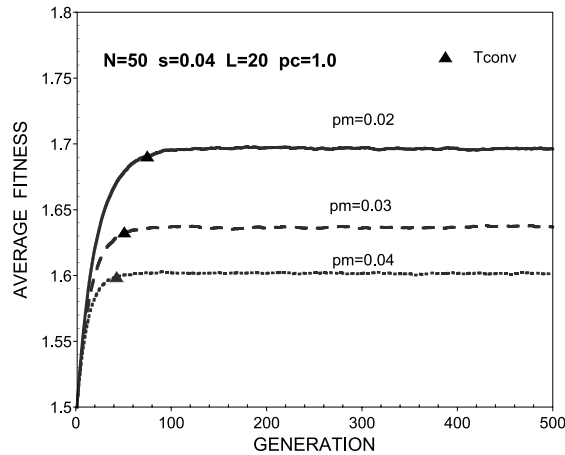


図1 平均適応度の平均  $F(t)$  と平均収束時間  $T_{conv}$ .  $N = 50, s = 0.04, L = 20, p_c = 1.0$ .  $\blacktriangle$  は  $T_{conv}$  の計算値

Fig.1 The average of average fitness  $F(t)$  and average convergence time  $T_{conv}$  with  $N = 50, s = 0.04, L = 20$  and  $p_c = 1.0$ .  $\blacktriangle$  is calculated value of  $T_{conv}$ .

### 3.2 実験 2

次に、最適解を含む集団の平均生存時間  $a$  と死亡率  $\lambda$  に関する数値実験の結果を示す。集団サイズ  $N = 50$ , 選択有利度  $s = 0.04$ , ビット長  $L = 20$  とし、交叉率  $p_c$  と突然変異率  $p_m$  を変化させながら  $M = 1000$  回繰り返し実験を行った。実験ではまず平均収束時間  $T_{conv}$  を求め、 $T_{conv} \leq t \leq 100000$  について計算を行った。

実験 1 から分かるようにこの時間領域では  $S(t)$  はほぼ一定であった。集団が最適解を連続して保持する世代数の平均値を生存時間  $a$  とした。死亡率  $\lambda$  は、以下のようにして求めた。第  $t$  世代において、繰返し回数  $M = 1000$  のうち集団が最適解を含む回数を  $M(t)$  とし、そのうち第  $t + 1$  世代で最適解を保持した集団数を  $M'(t + 1)$  とする。死亡率  $\lambda$  は

$$\lambda(t) = (M(t) - M'(t + 1)) / M(t)$$

を計算し、その時間平均を求めた。

図 3 は、集団サイズ  $N = 50, s = 0.04$  の場合における  $a$  と  $\lambda$  の結果である。実線は交叉あり ( $p_c = 1$ )、点線は交叉なし ( $p_c = 0$ ) の実験結果を表す。図 3 (a) では  $p_m$  を変化させながら、交叉あり ( $p_c = 1$ ) と交叉なし ( $p_c = 0$ ) の場合について、最適解の死亡率を比較した。 $p_c = 1$  の場合、 $p_m$  の小さい領域を除き最適解はほとんど 1 世代で消失している。

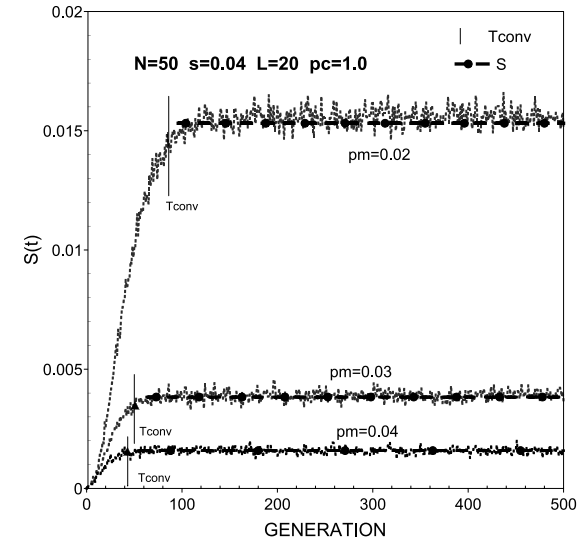


図2  $S(t)$  の世代依存性.  $N = 50, s = 0.04, L = 20, p_c = 1.0$

Fig.2 Generation dependence of  $S(t)$  with  $N = 50, s = 0.04, L = 20$  and  $p_c = 1.0$ .

$p_c = 0$  の場合、 $\lambda$  は突然変異率  $p_m$  とともに増加する。突然変異による  $\lambda$  への寄与  $\lambda_m$  は  $\lambda_m = 1 - (1 - p_m)^L$

となることが予想される。図中の  $\blacktriangle$  は  $\lambda_m$  を表しており、 $p_c = 0$  の実験結果をほぼ再現している。図 3 (b) からは、最適解の平均生存時間  $a$  が  $p_c = 1$  の場合ほぼ 1 となることが分かる。 $p_c = 0$  の場合、平均生存時間  $a$  は突然変異率  $p_m$  とともに減少する。

図 4 は、集団サイズ  $N = 50, s = 0.04, p_m = 0.05$  の場合における、生存時間  $a$  と死亡率  $\lambda$  の関係を示した。図から  $a = 1/\lambda$  の関係があることが分かる。 $p_c$  が小さい場合、死亡率も小さくなり、集団中の最適解の平均生存時間が長くなる。 $p_c = 1$  の場合は平均生存時間  $a$  と死亡率  $\lambda$  はほぼ 1 になる。

### 3.3 実験 3

実験 3 では集団中に最適解がはじめて出現する世代数の平均値  $T$  と平均収束時間  $T_{conv}$ , 平均生存時間  $a$  および成功率  $S$  の関係について調べた。乱数の系列をそのまま継続して同じ計算を  $M = 10000$  回繰り返し、最適解が出現する世代数を記録し、その結果を集計、平均した。

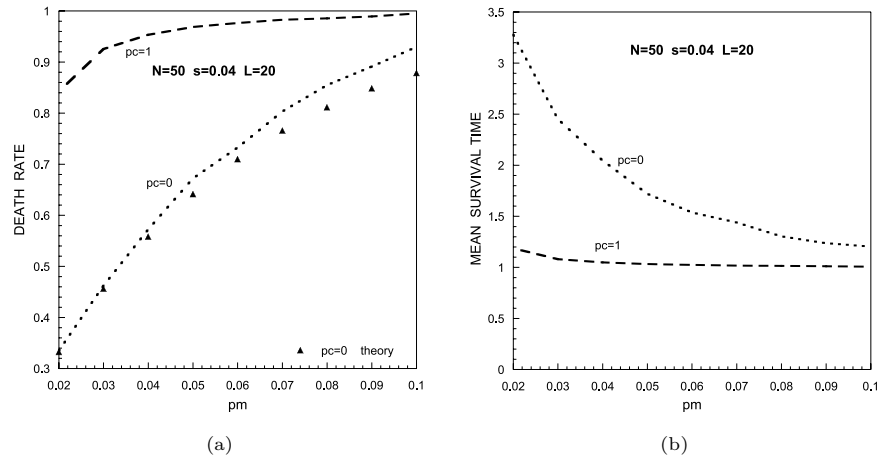


図3 交叉がある場合とない場合の最適解の死亡率と平均生存時間の比較. (a) 死亡率  $\lambda$ , (b) 平均生存時間  $a$   
 Fig.3 The death rates and mean survival times of optimum solution with crossover and without crossover. (a) Death rate  $\lambda$ . (b) Mean survival time  $a$ .

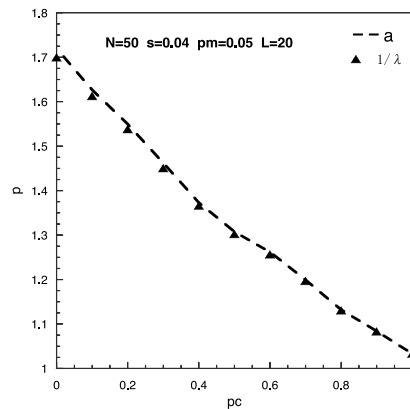


図4 平均生存時間  $a$  と死亡率  $\lambda$  の関係.  $\blacktriangle 1/\lambda$ .  
 Fig.4 The relation between mean survival time  $a$  and death rate  $\lambda$ .  $\blacktriangle 1/\lambda$ .

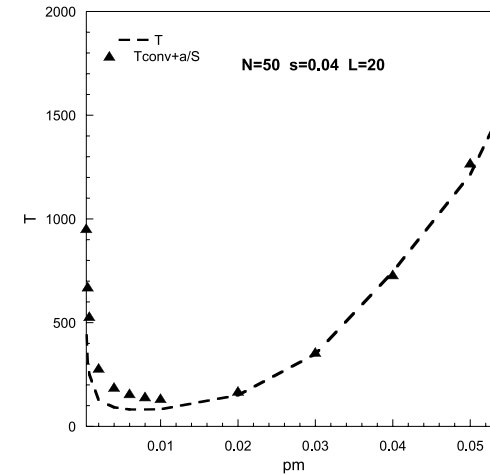


図5  $T$  と  $T_{conv} + a/S$  の関係.  $N = 50, s = 0.04, L = 20, p_c = 1.0$ .  $\blacktriangle T_{conv} + a/S$   
 Fig.5 The relation between  $T$  and  $T_{conv} + a/S$ .  $N = 50, L = 20, s = 0.04$  and  $p_c = 1.0$ .  
 $\blacktriangle T_{conv} + a/S$ .

図5は、集団サイズ  $N = 50, s = 0.04, L = 20$ , 交叉率  $p_c = 1$  の場合における  $T$  と  $T_{conv} + a/S$  の関係を示した.  $\blacktriangle$  は  $T_{conv} + a/S$  の計算値であり,  $T_{conv}$  は実験2において式(4), (5)より得られた値である. 点線は  $T$  の実験値である. 図から  $T_{conv} + a/S$  は  $T$  の良い上限値となっていることが分かる.

図6は、 $p_m = 0.05, s = 0.04, L = 20$ , 交叉率  $p_c = 1$  と  $p_c = 0$  の場合における  $T$  と  $T_{conv} + a/S$  の  $N$  への依存性について調べたものである.  $T_{conv}$  は小さく, また  $S$  も小さいため,  $T_{conv} \ll a/S$  となる. このため  $t \leq T_{conv}$  の領域における最適解出現の寄与はほぼ無視することができ,  $T \cong T_{conv} + a/S$  の関係が成り立つ.

図7は、 $N = 50, s = 0.4, p_c = 1, p_m = 0.05$  の場合において、ビット長  $L$  を変化させながら、最適解がはじめて出現する世代数の平均  $T$  と  $T_{conv} + a/S$  の関係を調べたものである.  $L$  を大きくすると  $S$  は小さくなり,  $T_{conv} \ll a/S$  となる. このため  $T \approx a/S$  の関係が成り立つ.

表1は、成功確率  $S$  が小さい場合について、 $t > T_{conv}$  における集団中の最適解の数の平均  $m$ , 平均生存時間  $a$ , 死亡率  $\lambda$  を示した. 交叉のある ( $p_c = 1$ ) 場合, 成功確率  $S$  が小さいため集団中の最適解の数はほとんど1になる. また平均生存時間と死亡率はほぼ1に

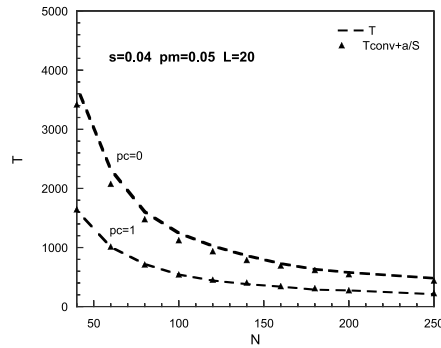


図 6  $T_{\text{conv}} + a/S$  と  $T$  の関係.  $p_m = 0.05, s = 0.04, L = 20$ . ▲  $T_{\text{conv}} + a/S$   
 Fig. 6 The relation between  $T_{\text{conv}} + a/S$  and  $T$ .  $p_m = 0.05, N = 50, L = 20$  and  $s = 0.04$ .  
 ▲  $T_{\text{conv}} + a/S$ .

なる. 交叉がない ( $p_c = 0$ ) 場合は, 死亡率が小さくなり, 平均生存時間は長くなる.

表 2 は, 成功確率が小さい場合について, 交叉の有無と  $T, a/S$  の関係を示した. 交叉がある場合, 最適解の平均生存時間  $a$  がほぼ 1 になり,  $T \approx 1/S$  で近似することができる. 交叉がない場合, 最適解の平均生存時間が長くなり  $T \approx a/S$  の関係がある.

### 3.4 実験 4

ここでは集団サイズ  $N = 50$ , 選択有利度  $s = 0.04$ , ビット長  $L = 20$ , 交叉率  $p_c = 1$ , 突然変異あり ( $p_m = 0.02$ ) とない ( $p_m = 0$ ) 場合について, 集団中にはじめて最適解が出現する時間の分布について調べた.

図 8(a) は, 突然変異のある ( $p_m = 0.02$ ) 場合における, 10000 回計算した結果から得られた最適解出現世代数の頻度分布を示した. 最適解は  $t \leq T_{\text{conv}}$  の領域でもかなり多く出現している.  $t \leq T_{\text{conv}}$  における最適解の出現確率は 16%,  $t > T_{\text{conv}}$  における最適解の出現確率は 84% である. 図 8(b) は突然変異のない場合における, 最適解出現世代数の分布を示した.  $p_m = 0$  の計算は  $p_m = 0.02$  の計算に対し, 非常に短い時間で最適解が出現することが分かる. ただしこの場合,  $p_m = 0$  での成功確率は 0.06 で, 残りの 94% の計算ではいつまで待っても最適解が出現しないことに注意する必要がある.

## 4. まとめ

本論文では, 積型適応度関数について最適解がはじめて出現する世代数の平均値  $T$  と平

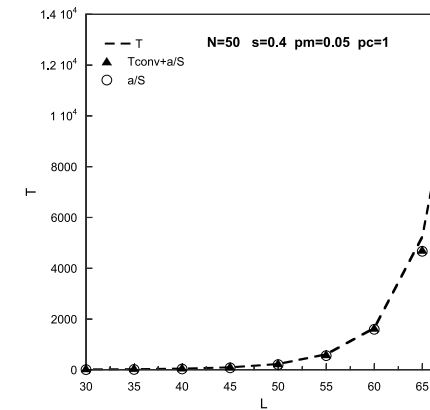


図 7  $T_{\text{conv}} + a/S$  と  $T$  の関係.  $N = 50, p_m = 0.05, s = 0.4, p_c = 1.0$ . ▲  $T_{\text{conv}} + a/S$   
 Fig. 7 The relation between  $T_{\text{conv}} + a/S$  and  $T$ .  $N = 50, p_m = 0.05, s = 0.4$  and  $p_c = 1.0$ .  
 ▲  $T_{\text{conv}} + a/S$ .

均収束時間  $T_{\text{conv}}$ , 成功確率  $S$  および平均生存時間  $a$  の関係について実験的に調べた. また最適解の出現時間の分布についても調べた.

集団が最適解を保持する時間数 (世代数) の平均  $a$  を定義し,  $a$  と最適解の死亡率  $\lambda$  の間に  $a = 1/\lambda$  の関係が存在することを確認した. 数値実験により  $T_{\text{conv}} + a/S$  が  $T$  の上限となっていることが分かった.  $S$  が小さい場合,  $T_{\text{conv}} \ll a/S$  となる. このため

$$T \approx a/S$$

の関係があることを示した.

交叉率  $p_c = 1$  において突然変異率  $p_m$  があまり小さい場合,  $t > T_{\text{conv}}$  では

- (1) 最適解の数がほぼ 1 になる,
- (2) 最適解の平均生存時間がほぼ最小値 1 になる,
- (3) 最適解の死亡率がほぼ 1 になる,

などのことが分かった. 最適解が破壊される確率が高くなるほど  $T$  が小さくなる, という結果が得られた.

突然変異のある場合は, たとえ最適解出現時間が大きくなっても必ず最適解を見つけることができる. また, 突然変異率については最適な  $p_m$  があり, 小さすぎる  $p_m$  や大きすぎる  $p_m$  では最適解の発見が遅れる. 突然変異のない場合は, 短い時間で最適解が出現するが, 必ずしも最適解を含む状態に収束する保証はないので注意する必要がある.

87 遺伝的アルゴリズムにおける最適解がはじめて出現する世代数の実験的解析

表 1 成功確率の小さい場合における最適解数  $m$ , 平均生存時間  $a$  と死亡率  $\lambda$

Table 1 The number of optimum solution  $m$ , mean survival time  $a$  and death rate  $\lambda$  when success probability is small.

$p_m$	$N$	$L$	$s$	$p_c$	$m$	$a$	$\lambda$
0.04					1.0094	1.0493	0.9534
0.06	50	20	0.04	1.0	1.0030	1.0245	0.9765
0.08					1.0018	1.0152	0.9855
0.04					1.2438	2.4415	0.5726
0.06	50	20	0.04	0.0	1.1071	1.5790	0.7327
0.08					1.0336	1.2764	0.8550
	40				1.0060	1.0376	0.9644
0.05	60	20	0.04	1.0	1.0032	1.0279	0.9731
	200				1.0030	1.0202	0.9807
	40				1.1437	1.7197	0.5909
0.05	60	20	0.04	0.0	1.1499	1.7333	0.5832
	200				1.1673	1.7857	0.5756

表 2 成功確率の小さい場合における  $T$  と  $a/S$  の関係

Table 2 The relation between  $T$  and  $a/S$  when success probability is small.

$N$	$s$	$p_m$	$p_c$	$S$	$T$	$a$	$a/S$
140				0.00283	382	1.0243	362
200	0.04	0.05	1.0	0.00421	275	1.0202	224
250				0.00523	212	1.0229	196
140				0.00233	862	1.7603	755
200	0.04	0.05	0.0	0.00348	579	1.7857	513
250				0.00437	481	1.7756	406

積型適応度関数の特徴は、決定論的モデルで集団が連鎖平衡状態になることである<sup>14)</sup>。一方、GA における代表的な適応度関数に OneMax 関数がある。その適応度は  $f_i = \sum i(k)$  と定義され、関数形を見るかぎりエビスタシスを持たない。しかし選択の過程で負の連鎖平衡を生じる<sup>15)</sup>。OneMax 関数については別の機会に報告する予定である。

今後の課題としては、ここで得られた結果がより複雑な他の適応度関数についても成り立つことを確認する必要がある。成功確率  $S$  や  $T_{conv}$  の理論値を計算することは困難で、数値実験から予測する方法についても開発していく必要がある<sup>16)</sup>。

謝辞 本研究は日本学術振興会科学研究費補助金 (No.21500219) の補助を受けている。ここに謝意を表す。

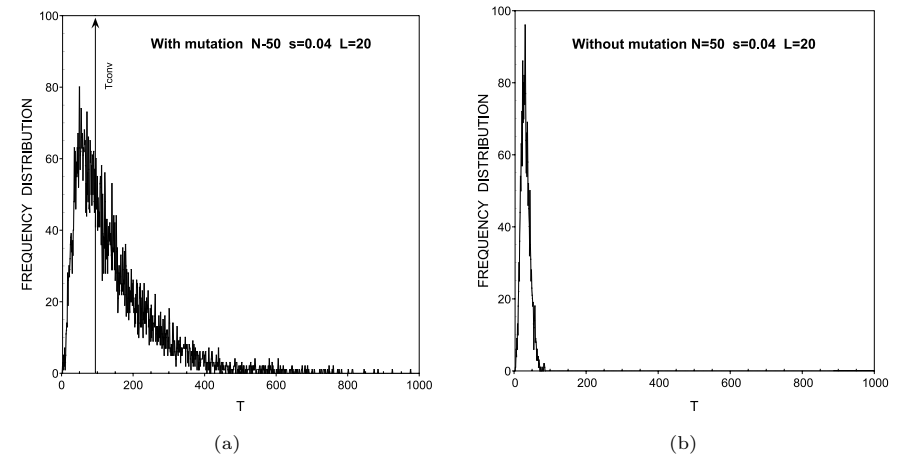


図 8 最適解出現世代数の頻度分布。集団サイズ  $N = 50$ , 選択有利度  $s = 0.04$ , ビット長  $L = 20$ , 交叉率  $p_c = 1.0$ 。(a) 突然変異がある場合  $p_m = 0.02$ 。(b) 突然変異がない場合

Fig. 8 Frequency distribution of generations that optimum solution discovered. Population size  $N = 50$ , selective advantage  $s = 0.04$ , string length  $L = 20$  and crossover rate  $p_c = 1.0$ . (a) with mutation  $p_m = 0.02$ . (b) without mutation.

参考文献

- 棟朝雅晴：遺伝的アルゴリズム—その理論と先端的手法，森北出版，東京 (2008)。
- 三宮信夫，喜多 一，玉置 久，岩本貴司：遺伝アルゴリズムと最適化，朝倉書店 (1998)。
- Nix, A.E. and Vose, M.D.: Modelling Genetic Algorithm with Markov Chains, *Annals of Mathematical and Artificial Intelligence*. Vol.5, pp.79–88 (1992).
- Asoh, H. and Mühlenbein, H.: On the Mean Convergence Time of Evolutionary Algorithms without Selection and Mutation, *Parallel Problem Solving from Nature, Lecture Notes in Computer Science*, Vol.866, pp.88–97, Springer-Verlag, New York (1994).
- Suzuki, H. and Iwasa, Y.: Crossover Accelerates Evolution in GAs with a Babel-like Fitness Landscape: Mathematical Analyses, *Evolutionary Computation*, Vol.7, pp.275–310 (1999); Errata: Vol.8, pp.121–122 (2000).
- Goldberg, D.E. and Deb, K.: A comparative analysis of selection scheme used in genetic algorithms, *Foundations of Genetic Algorithms*, pp.69–93, Morgan Kaufmann, San Mateo, CA (1991).

- 7) Goldberg, D.E.: The Race, the Hurdle and the Sweet Spot: Lessons from Genetic Algorithms for the Automation of Design Innovation and Creativity, *Evolutionary Design by Computers*, pp.105–118, Morgan Kaufmann, San Francisco (1999).
- 8) Ambati, B.K., Ambati, J. and Mokhtar, M.M.: Heuristic combinatorial optimization by simulated Darwinian evolution: A polynomial time algorithm for the traveling salesman problem, *Biological Cybernetics*, Vol.65, pp.31–35 (1991).
- 9) He, J. and Yao, X.: A Study of Drift Analysis for Estimating Computation Time of Evolutionary Algorithms, *Natural Computing: An International Journal*, Vol.3, No.1, pp.21–35 (2004).
- 10) He, J., Sun, G.Z. and Yao, X.: A New Approach for Analyzing Average Time Complexity Of Population-Based Evolutionary Algorithms on Unimodal Problems, *IEEE Trans. System and Cybernetics-part B: Cybernetics*, Vol.39, No.5, pp.1092–1106 (2009).
- 11) 古谷博史, 片山 晋, 坂本真人: 遺伝的アルゴリズムにおける確率的揺らぎの効果—スキーマの固定と消滅, 情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用, Vol.47, pp.29–39 (2006).
- 12) Furutani, H., Katayama, S., Sakamoto, M. and Ito, M.: Stochastic Analysis of Schema Distribution in a Multiplicative Landscape, *Artificial Life and Robotics*, Vol.11, pp.101–104 (2007).
- 13) 古谷博史, 張 玉安, 坂本真人: 遺伝的アルゴリズムにおける最適解出現分布のマルコフ連鎖による研究, 情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用, Vol.2, No.3, pp.54–63 (2009).
- 14) Furutani, H.: Schema Analysis of Genetic Algorithms on Multiplicative Landscape, *Recent Advances in Simulated Evolution and Learning*, World Scientific, Chapter 6, pp.93–111 (2004).
- 15) 古谷博史: 遺伝的アルゴリズムにおける交叉の Walsh 解析, 情報処理学会論文誌, Vol.42, No.9, pp.2270–2283 (2001).
- 16) 来嶋秀治: マルコフ連鎖モンテカルロ法における近似精度保証と完璧サンプリング法, 博士論文 (東京大学) (2007).

(平成 22 年 7 月 28 日受付)

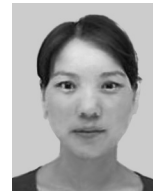
(平成 22 年 10 月 7 日再受付)

(平成 22 年 10 月 22 日採録)



張 玉安 (学生会員)

昭和 56 年生。平成 17 年中国青海大学工学部卒業。平成 20 年宮崎大学大学院工学研究科情報システム工学専攻修士課程修了。同年宮崎大学農学工学総合研究科物質情報工学専攻博士後期課程に進学。遺伝的アルゴリズムの理論的研究に興味を持っている。



馬 青蓮 (学生会員)

中国青海省出身。平成 17 年中国青海大学資源工学部卒業。平成 21 年宮崎大学大学院工学研究科情報システム工学専攻修士課程進学。進化計算の理論的解析に興味を持っている。



坂本 真人 (正会員)

東京都出身。平成 11 年山口大学大学院理工学研究科より工学博士の学位を取得。平成 13 年より宮崎大学工学部に勤務し、現在情報システム工学科准教授。専門は理論計算機科学であるが、計算機科学の基礎から応用まで幅広く研究に従事している。特に、オートマトン・言語理論・計算論、デジタル幾何学、CG、画像処理、コンピュータアニメーション、複雑系解析等に関心が強い。日本物理学会、電気学会、電子情報通信学会、システム制御情報学会、EATCS、LA 等に所属。



古谷 博史 (正会員)

昭和 26 年生。昭和 49 年京都大学理学部卒業。昭和 51 年京都大学大学院理学研究科物理学第二専攻修士課程修了。昭和 54 年同大学院博士課程単位取得退学。昭和 56 年理学博士 (京都大学)。同年高知医科大学助手。昭和 63 年同大学助教授。医療情報システムの開発に従事。平成 2 年京都教育大学教授。平成 16 年より宮崎大学工学部教授。遺伝的アルゴリズム、遺伝子情報システム等の研究に従事。