

企業間取引ネットワークのページランク

大西立顕^{†1,†2} 高安秀樹^{†3} 高安美佐子^{†4}

ページランクアルゴリズムを用いて、日本企業間の取引関係を 100 万ノード、400 万リンクの有向ネットワークとして分析した。ネットワークを最大強連結成分とその他の成分に分解し、最大強連結成分に属する企業についてページランクを計算した。各企業のページランクとリンク数は、売上高とは強く相関しているが、成長率との相関は弱いことが分かった。さらに、リンク数の大きい企業については、ページランクとリンク数の比が大きくなるにつれ、成長率も大きくなることが分かった。これらの結果は、企業の重要性がネットワーク構造から算出できることを示している。

PageRank of Japanese inter-firm network

TAKA AKI OHNISHI,^{†1,†2} HIDEKI TAKAYASU^{†3}
and MISA KO TAKAYASU^{†4}

PageRank algorithm is applied to Japanese inter-firm network. The network is consisted of about one million nodes representing firms and four million directed links representing transactions between firms. We extract the largest strongly connected component, and calculate the PageRank of these nodes. While the PageRank and the number of links strongly correlate with sales, they weakly correlate with the growth rate of sales. For the firms with large number of links, we find that the growth rate increases with the ratio of PageRank to the number of links. This indicates that the importance of firms can be measured based on the network structure.

†1 キヤノングローバル戦略研究所

The Canon Institute for Global Studies

†2 東京大学大学院経済学研究科

Graduate School of Economics, University of Tokyo

†3 ソニーコンピュータサイエンス研究所

Sony Computer Science Laboratories

†4 東京工業大学大学院総合理工学研究科

1. 企業間取引ネットワーク

近年の技術進歩により、超大量多様な経済データが利用可能になり、これらの実証分析の学術的・社会的ニーズが高まっている¹⁾。本研究では、2005 年時点での日本企業約 100 万社を対象にした東京商工リサーチ社提供の調査データを用いて、企業をノード、取引関係を有向リンク (矢印で表現されるような方向付きのリンク) として、各企業がどの企業と取引しているかに関する大規模な有向ネットワークを分析した²⁾⁻⁷⁾。有向リンクの向きは、お金の流れ (買い手 → 売り手) にとる。従って、反対向きは製品・サービスの流れになる。ネットワークのサイズは 961,318 ノード、3,667,521 リンクになる。計算量の膨大な分析になるため、T2K オープンスパコン HITACHI HA8000 クラスタシステム (東京大学情報基盤センター) を用いて超並列計算を行った。

このネットワークを最大強連結成分 (SCC) とそれ以外の成分に分解した結果、全体の約 43% にあたる 426,602 社の企業が最大強連結成分に属することが分かった (図 1)。本研究では、最大強連結成分に属するこれらの企業についての分析を行う。

人間関係のネットワークでは、平均して 6 人の知人を介すだけで世界中の人々となつなるといわれる。このようにネットワークの各ノードが短い距離でつながっていることをスモールワールド性を有するという。企業ネットワークにもこのスモールワールド性があり、ノード間距離 (任意の二つのノードをつなぐのに必要な最小リンク数) は指数分布し、平均距離は 5.62、最大距離は 21 になっている²⁾。このため、影響が伝播・拡大しやすく、個々の企業は知らない間に、直接つながっていない遠方の企業からの影響を強く受けている。

有向リンクは入リンク (○←), 出リンク (○→) に分けられる。個々の企業が何社の企業と取引関係にあるかを表わすリンク数の分布は、どのリンクについてもベキ分布になる (図 2)。分布を特徴づけるベキ指数は 1.4 である。ベキ分布は、部分を拡大すると全体と相似になるフラクタル構造と関係し、どのスケールでみても同じ構造になっている。つまり、リンク数が 10 ~ 1000 の分布と 10 ~ 100 の分布の形状は相似で、平均値のような全体を代表する尺度を持たない。このように、リンク数がベキ分布するネットワークをスケールフリーネットワークという。企業ネットワークがスケールフリーネットワークであるということは、ほとんどの企業が数社の企業としか取引していない一方、何千社もの企業と取引しているハブの役割を果たす企業がごく少数だが存在していることを意味する。こうしたハブ企業がネッ

Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology

トワークの重要な機能を担っている。

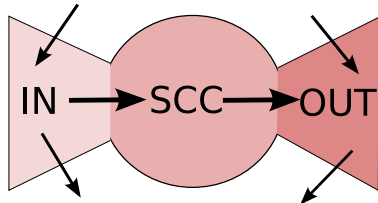


図 1 ネットワークの強連結成分分解。
Fig.1 The network is decomposed into the components of SCC, in, out, and tendrils.

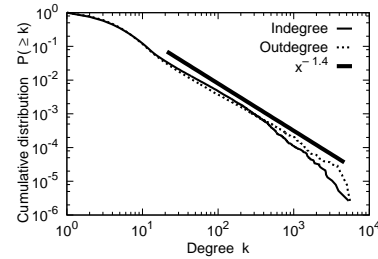


図 2 リンク数の累積分布。
Fig.2 Cumulative probability distributions of indegree and outdegree.

2. ページランク

ウェブサイトの重要度を定める米グーグルの指標にページランクと呼ばれるアルゴリズムがある⁸⁾。これはウェブページ同士のリンク構造を分析し、ページ自体の重要性とリンク元のページの重要性を加味してページをランク付けするものである。これを応用して、企業間のリンク構造のみに基づいて企業の重要度を計算することができる。

リンクでつながっているノードを等確率に選んで移動するランダムウォーカー（単純ランダムウォーク）を考える。ページランクはネットワーク上のランダムウォーカーの定常分布として定義され、ノード i のページランク p_{in}^i は

$$p_{in}^i = \sum_j \frac{A_{ji}}{k_{out}^j} p_{in}^j$$

の解として得られる。ただし、 A_{ji} はノード i からノード j へのリンクがあれば 1、なければ 0 とした隣接行列、 k_{out}^i はノード i の出リンク数である。ページランク p_{in}^i が大きくなるためには、単に入リンク数 k_{in}^i が多くだけでなく、隣接ノードのページランクが大きいことも重要になる。ページランクは、ウォーカーがそのノードに滞在する時間であると解釈できる。いま、リンクの方向をお金の流れの向きにとっているため、ページランクは各企業に流れるお金の流量に対応する。

3. 結 果

リンクのつながり方がランダムであれば、各ノードの入リンク数とページランクは一致する。このネットワークでもこの関係は統計的には確認できるが（ケンドールの順位相関係数： $\tau = 0.46$ ）、リンク数が多い（少ない）にもかかわらずページランクが小さい（大きい）ノードも存在し、ネットワーク構造を反映したゆらぎが存在する（図 3）。

ネットワーク構造が企業の実績に与える影響を考察するために、各企業のリンク数とページランクが、売上高と成長率（売上高の前年度比）にどう関係しているか調べる。なお、売上高はベキ分布に従い（図 4）、成長率は正規分布よりも裾野の広い分布であることが知られている。

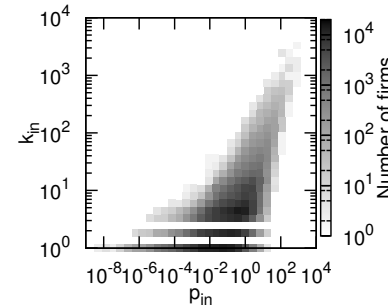


図 3 ページランクと入リンク数の同時分布。
Fig.3 Scatter-plot of PageRank and indegree.

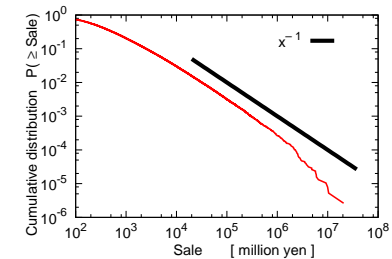


図 4 売上高の累積分布。
Fig.4 Cumulative probability distribution of sale.

売上高は入リンク数と強く相関し（ $\tau = 0.34$ ）、売上高の大きい企業ほどリンク数が多い（図 5）。同様に、売上高はページランクとも強く相関し（ $\tau = 0.23$ ）、売上高の大きい企業ほどページランクも大きい（図 6）。つまり、取引先が多くページランクも大きい企業は、大企業であることが多く、売上高はネットワーク構造と関係している。

一方、成長率と入リンク数との相関は非常に弱く（ $\tau = 0.07$ ）、成長率はリンク数とほとんど関係していない（図 7）。同様に、成長率とページランクとの相関も非常に弱く（ $\tau = 0.09$ ）、成長率はページランクともほとんど関係していない（図 8）。つまり、成長率とネットワーク構造の間には単純な関係は認められない。

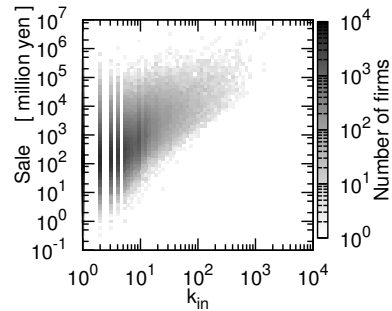


図 5 入リンク数と売上高の同時分布 .
Fig. 5 Scatter-plot of indegree and sales.

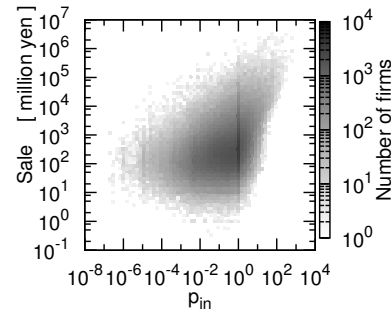


図 6 ページランクと売上高の同時分布 .
Fig. 6 Scatter-plot of PageRank and sales.

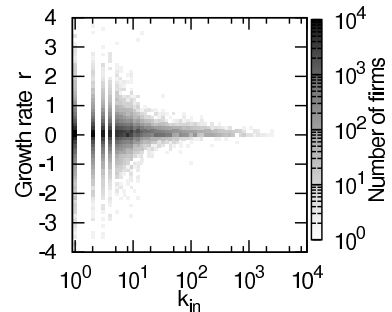


図 7 入リンク数と成長率の同時分布 .
Fig. 7 Scatter-plot of indegree and growth rate.

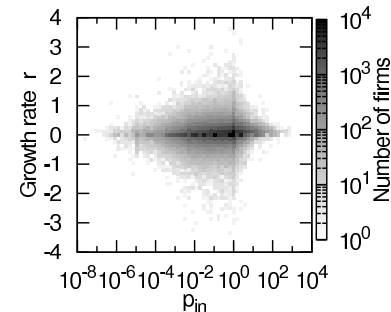


図 8 ページランクと成長率の同時分布 .
Fig. 8 Scatter-plot of PageRank and growth rate.

そこで、リンク数自体がページランクに与える影響を考慮して検討するために、単位リンク数あたりのページランク p_{in}/k_{in} に注目した。その結果、 p_{in}/k_{in} は成長率と相関することを発見した。この相関は入リンク数が多い企業ほど顕著で、 p_{in}/k_{in} と成長率のケンドールの順位相関係数を、入リンク数が 20 以上の企業だけについて計算すると $\tau = 0.22$ になることが分かった。単位リンク数あたりのページランクが大きい企業、つまり、お金の流量が多い企業ほど、成長率は大きい。この性質は、たとえば製造業の企業だけについても、東京都の企業だけについても確認でき、個別の業種や都道府県の中の企業の間にも成り立っている。したがって、普遍的な性質であると考えられる。

4. ま と め

日本企業の取引ネットワークをページランクを用いて分析した。ページランクは売上高と相関しているが、成長率とは相関していないことを明らかにした。これはリンク数と同様の性質である。さらに、リンク数自体がページランクに与える影響を除去するために、単位リンク数あたりのページランクを考えた。その結果、リンクの多い企業については、単位リンク数あたりのページランクの大きい企業ほど成長率が大きいことが分かった。この結果は、ネットワーク構造が企業の成長・衰退過程にどう影響するかを探る上で重要な知見を与えるものになる。

謝辞 データ提供いただいた独立行政法人経済産業研究所に感謝する。本研究の一部は科学研究費補助金若手研究 (B)20760053 の助成を受けて行った。

参 考 文 献

- 1) Takayasu, M., Watanabe, T., and Takayasu, H.: *Econophysics Approaches to Large-Scale Business Data and Financial Crisis*, Springer, Tokyo (2010).
- 2) Takayasu, M., Sameshima, S., Ohnishi, T., Ikeda, Y., Takayasu, H., and Watanabe, K.: Massive Economics Data Analysis by Econophysics Methods-The case of companies' network structure, *Annual Report of the Earth Simulator Center*, April 2007-March 2008, pp.263-268 (2008).
- 3) Ohnishi, T., Takayasu, H., and Takayasu, M.: Hubs and Authorities on Japanese Inter-Firm Network: Characterization of Nodes in Very Large Directed Networks, *Progress of Theoretical Physics Supplement*, Vol.179, pp.157-166 (2009).
- 4) Iino, T., Kamehama, K., Iyetomi, H., Ikeda, Y., Ohnishi, T., Takayasu, H., Takayasu, M.: Community structure in a large-scale transaction network and visualization, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol.221, No.1, 012012 (2010).
- 5) Kamehama, K., Iino, T., Iyetomi, H., Ikeda, Y., Ohnishi, T., Takayasu, H., Takayasu, M.: Structure analyses of a large-scale transaction network through visualization based on molecular dynamics, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol.221, No.1, 012013 (2010).
- 6) 大西立顕, 高安秀樹, 高安美佐子: 企業間ネットワークの数理構造, *応用数理*, Vol.20, No.3, pp.37-49 (2010).
- 7) Ohnishi, T., Takayasu, H., and Takayasu, M.: Network Motifs in Inter-Firm Networks, *Journal of Economic Interaction and Coordination*, forthcoming.
- 8) Brin, S. and Page, L.: The anatomy of a large-scale hypertextual Web search engine, *Computer Networks and ISDN Systems*, Vol.30, pp.107-117 (1998).