

画像化プロセスと画像ノイズ

高松 淳^{†1}

コンピュータの計算速度の向上やグラフカット・確率伝搬法等のアルゴリズムの発展にともない、最尤推定、事後確率最大化、ベイズ推定等の確率的最適化アルゴリズムの適用が容易になってきた。しかし、これらの手法はあくまで最適化のためのフレームワークを提供するのみであり、確率密度関数は使用者が適切に設定しなくてはならない。本稿は、まず画像化プロセスと画像ノイズの関係を明示化することによって、確率密度関数の設計に対しヒントとなる情報を明らかにする。また、それに関する実際の応用例を概観する。さらに、画像ノイズを単なる邪魔者とみなすのではなく、ノイズそのものを情報として利用する考え方を紹介する。最後に、画像化プロセス、画像ノイズ、確率的最適化手法に関連しそうな項目について述べる。

Imaging process and image noise

JUN TAKAMATSU^{†1}

Increase of computational power and progress of the algorithms, such as graph-cuts and belief propagation, dramatically helps us use probability-based optimization, including Maximum Likelihood (ML), Maximum-A-Posterior (MAP), and Bayesian inference. However, it only offers optimization framework and design of the probabilistic distribution functions completely depends on users. In this paper, we clarify the relationship between imaging process and image noise to give us the hints for the design. We also show the actual applications. Furthermore, we introduce the idea to use noise as information, not as nuisance. Finally, we enumerate topics related to imaging process, image noise, and probability-based optimization.

1. はじめに

コンピュータの計算速度の向上やグラフカット^{8),10),28)} や確率伝搬法^{4),30)} 等のアルゴリズムの発展にともない、最尤推定、事後確率最大化、ベイズ推定等の確率的最適化アルゴリズム²⁾ の適用が容易になってきた。しかし、これらの手法はあくまで最適化のためのフレームワークを提供するのみであり、確率密度関数は使用者が適切に設定しなくてはならない。

入力として画像 I が与えられたとき、モデルパラメータ θ を推定する状況を考える。確率的最適化手法では、確率密度関数 $p(\theta|I)$ を評価することでパラメータを推定する。つまり入力 I に対し、パラメータ θ のもっともらしさを評価することになる。上記の関数を直接定義することは困難であることが多く、ベイズの定理を用いて、以下の形に展開することから始められる。

$$p(\theta|I) = \frac{p(I|\theta)p(\theta)}{p(I)} \quad (1)$$

右辺分子第1項はパラメータが与えられた際に生成される画像の尤度を示しており、画像化プロセスを精査することによって、ある程度理論的にモデル化することが可能である。本稿の第1の目的は、画像化プロセスおよび画像ノイズを明示化することによって、右辺分子第1項の確率密度関数の設計に対しヒントとなる情報を明らかにすることである。右辺の分子第2項および分母は、それぞれパラメータや画像に対する事前確率を表す。これらの関数を理論的に定義することは困難であるので、たくさんのデータセットを用いて学習することによって獲得される¹⁸⁾。

本稿の第2の目的は、画像ノイズを単なる邪魔者とみなすのではなく、情報として利用する考え方を紹介する。画像ノイズの例とは異なるが、代表的な例として熱ノイズ¹¹⁾ を挙げる。熱ノイズの分散は温度 T に関連することが知られている。すなわち熱ノイズの分散を図ることによって温度 T を推定できることを示唆している。個々の信号を真の値とノイズに分離することは困難であるが、ノイズの統計的ふるまいは推定することは可能である。

本稿の構成は以下のとおりである。2章では画像ノイズに関する知識を理解するうえで必要となる前提知識を述べる。3章では画像化プロセスと画像ノイズの関係について述べる。4章では実際の応用例を紹介する。5章では本稿のまとめと今後の課題について述べる。画像化プロセスと画像ノイズの関係を精査する多くの論文では入射光および出力値を連続量であると仮定して進められる場合が多い。本稿でもこれまでの方法論を踏襲し連続量として扱うものとする。

^{†1} 奈良先端科学技術大学院大学
Nara Institute of Science and Technology

2. 前知識

2.1 統計的指標

確率密度関数の大雑把な特徴を知るために用いられる指標として、平均・分散・モーメントがある。平均は確率的な偏りを考えた上で中央の値を定義するものとみなすことができ、以下の式で定義される。

$$E(x) = \mu = \int xp(x)dx \quad (2)$$

分散はデータの平均からのばらつきを表し、以下の式で定義される。

$$\begin{aligned} V(x) &= \sigma^2 = \int (x - \mu)^2 p(x) dx \\ &= \int (x^2 - 2\mu x + \mu^2) p(x) dx \\ &= \int x^2 p(x) dx - 2\mu \int xp(x) dx + \mu^2 \\ &= E(x^2) + \{E(x)\}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

また分散の自然な拡張として、平均値周りのモーメントは以下の式で定義される。

$$\mu_n = \int (x - \mu)^n p(x) dx \quad (4)$$

n はモーメントの次数を表す。3次モーメントは確率密度関数の分布の非対称性を表すのに用いられる。また4次モーメントは分布の尖り具合を表す指標として用いられ、独立成分分析で独立性を評価する指標の一部としても用いられる²⁹⁾。分散の場合と同じく、以下に示す(原点周りの)モーメントを利用することにより計算される。

$$\mu'_n = E(x^n) = \int x^n p(x) dx \quad (5)$$

また、2つの確率変数間の関係を表す量として共分散があり、以下の式で定義される。

$$E((x - E(x))(y - E(y))) = Cov(x, y) = \int (x - E(x))(y - E(y))p(x, y) dx dy \quad (6)$$

変数 x, y が無相関である場合、 $Cov(x, y) = 0$ が成立する。独立ならば共分散は0であるが、共分散が0だからといって独立であるとはいえない。

2.2 確率変数の変換

任意の C_1 級の関数 f に対し、 $y = f(x)$ となる関係がある場合、

$$\begin{aligned} p(x)dx &= p(y)dy \\ \rightarrow p(x)dx &= p(y)f'(x)dx \\ \rightarrow p(x) &= p(y)f'(x) \end{aligned} \quad (7)$$

と表すことができる。多変量の場合もヤコビ行列を用いて変換式を表すことができる。

前節で示した統計的指標には以下の関係があることが証明できる。ただし x, y は確率変数、 a, b はある固定値であるとする。

$$\begin{aligned} E(b) &= b \\ E(ax) &= aE(x) \\ E(x + y) &= E(x) + E(y) \\ V(b) &= 0 \\ V(ax) &= a^2V(x) \\ V(x + y) &= V(x) + V(y) + 2Cov(x, y) \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、非線形変形に対しては単純な変換で統計的指標を計算することができず、テーラー展開による近似が用いられる(例えば論文^{21),23)}。

2.3 積率母関数

n 次モーメントを計算する際の便利な関数として積率母関数と呼ばれるものがあり、以下の式で定義される。

$$\phi = E(\exp(\theta x)) = \int \exp(\theta x)p(x)dx \quad (9)$$

exp 項を無限級数までテーラー展開すると

$$\begin{aligned} E(\exp(\theta x)) &= E\left(1 + \theta x + \frac{\theta^2 x^2}{2!} + \frac{\theta^3 x^3}{3!} + \dots\right) \\ &= 1 + E(x)\theta + \frac{E(x^2)}{2!}\theta^2 + \frac{E(x^3)}{3!}\theta^3 \dots \end{aligned} \quad (10)$$

となる。これより

$$\left. \frac{\partial^n E(\exp(\theta x))}{\partial \theta^n} \right|_{\theta=0} = E(x^n) \quad (11)$$

が導出される。実際に、ポアソン分布に関連する確率密度関数の統計的指標の計算の際によく利用される(例えば論文¹⁾)。

2.4 確率分布

画像ノイズの表現の際によく使われる確率分布として、正規分布、ポアソン分布、一様分布がある。また、正規分布のパラメータ推定におけるサンプルの有限性の問題を扱う場合に用いられるカイ二乗分布や、一般的な画像における隣接画素の輝度値差を表現する際に利用される Generalized normal distribution^{*1}や Student-t 分布などもあわせてよく利用される。

正規分布は中心極限定理でいうところの試行回数が無限大に近づいた際の確率分布であり、以下の式で定義される。

$$p(x) = \mathcal{N}(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

ただし μ は正規分布の平均、 σ^2 は分散を表している。様々なセンサのノイズを表現する際によく利用される。

ポアソン分布は、2 項分布（成功か失敗かの 2 つの状態をもつ確率プロセスに対し、独立な試行を n 回おこなった際の確率分布）において試行回数が無限に近づいた際の確率密度として定義される。画像化プロセスにおいては、光子や電子の粒子性ともなうノイズを表現する際に利用される。具体的には以下の式で表される。 λ は任意の正の実数でポアソン分布の平均に対応する。

$$p(x) = \frac{\exp(-\lambda)\lambda^k}{k!} \quad (13)$$

ポアソン分布では平均と分散が等しいという性質があり、 λ が十分に大きい場合、正規分布で近似されることが多い。

連続変数における一様分布はある区間 $[a, b]$ において、すべての値の発生確率が等しい状態を表現し、以下の式で表される

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in [a, b] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

平均は $\frac{a+b}{2}$ 、分散は $\frac{(b-a)^2}{12}$ で計算される。A/D 変換ともなう離散化誤差を表現する際に利用される。

*1 一般化正規分布?

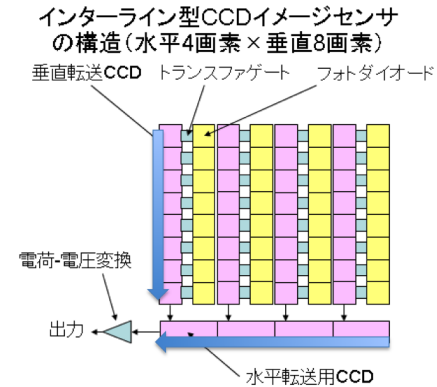


図 1 CCD における読み出し方法。フォトダイオードで発生した電荷は、トランスファゲートを通り垂直転送 CCD に送られる。図中の矢印の方向に蓄積された電荷が移動し、電荷電圧変換を経て出力されることになる（図は「CCD イメージング」『フリー百科事典 ウィキペディア日本語版』より一部改変して参照。2010 年 10 月 19 日（火）8:25 UTC, URL:<http://ja.wikipedia.org>）。

3. 画像化プロセスと画像ノイズ

3.1 CCD と CMOS

端的に言えば、フォトダイオードに光を照射することによって発生する電荷をアンプ・A/D 変換を通じてデジタル的に保存することによって画像化がおこなわれる。フォトダイオードで発生した電荷を読み出す際の方式として CCD (Charge Coupled Device) イメージセンサと CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor) イメージセンサの 2 つが存在する。

CCD イメージセンサでは図 1 に示すように蓄積された電荷をバケツリレーのように出力先へと運んでいく。CMOS イメージセンサでは図 2 に示すように、各画素がアンプをもち、メモリのように直接場所を指定することにより値を読み出すことができる構造となっている。

一般に CMOS イメージセンサでは各画素の構成要素の不均一性^{*2}により、結果として CCD イメージセンサよりも画質が悪くなりがちであるといわれている。また、電荷の蓄積・

*2 後述する固定パターンノイズの増幅につながる。

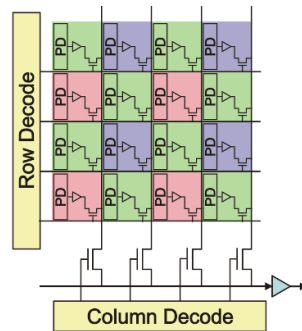


図 2 CMOS における読み出し方法．Row Decode と Column Decode で選択されたフォトダイオード（図中の PD）で発生した電荷が各画素が持つアンプ（図中の三角印）を通じて出力される（図は「CMOS イメージング」『フリー百科事典 ウィキペディア日本語版』より参照．2010 年 10 月 19 日（火）8:30 UTC，URL:<http://ja.wikipedia.org>）

出力のタイミングが画素毎に異なるために、高速に動く物体を撮影した場合、画像の歪みを生じるという問題もある。ただし、技術的な進歩によりこれらの問題は解消されつつあり、高級デジタル一眼レフカメラにも CMOS イメージセンサが採用されるようになってきた。CMOS イメージセンサは CCD イメージセンサよりも低電圧で動作させることができ、消費電力が少ないというメリットがあり携帯電話等のデバイスによく利用されている。製造プロセスが LSI を製造するのと同じようなプロセスでおこなえるため、ロジック回路を同一チップ内に載せることにより画像処理をおこなわせるシステムオンチップという構造が可能となる点も優位性としてあげられる。

3.2 画像ノイズと画像化プロセス

画像ノイズには大きく分けて画素位置との相関を持たないランダムノイズと画素ごとの特性に起因する固定パターンノイズの 2 種類に分けることができる。また、各ノイズの発生源および空間的なノイズは独立であると仮定することが多い。

画像化プロセスは大きく分けて、

- (1) フォトダイオードによる光・電荷変換
- (2) アンプによる信号処理
- (3) カメラレスポンス関数の適用
- (4) A/D 変換によるデジタル量子化

となる。さらに場合により、デモザイキングによるカラー画像化や画像圧縮、ノイズリダク



図 3 スミアの例．図中縦に伸びる白飛びした線をスミアと呼ぶ．輝点周辺の滲みはブルーミングと呼ぶ（「スミア」『フリー百科事典 ウィキペディア日本語版』より参照．2010 年 10 月 19 日（火）9:00 UTC，URL:<http://ja.wikipedia.org>）

ションやエッジ強調など特殊な信号処理によるノイズが付加されることになるが、これらのふるまいについてはモデル化が困難であるため、ここでは対象としない。つまりできるだけ RAW データに近いデータに対して処理をすることを仮定する。

第 1 段階目に光の粒子性にとまなう光ショットノイズが発生する。また暗電流が原因である暗電流ショットノイズも発生する。ショットノイズはポアソン分布で近似される。ただし、光ショットノイズが光子の量（大雑把に言えば明るさ）に比例して分散が増えるのに対し、暗電流ショットノイズの分散は温度や露光時間に依存する。暗電流ショットノイズは固定パターンノイズの原因となりえる。信号電荷が画素からあふれて隣接画素等に影響を与えるブルーミングは考慮しない場合が多い。

第 2 段階目に読み出しノイズが発生する。読み出しノイズは正規分布で近似され、そのパラメータは固定である。CCD の場合、電荷転送の際にエネルギーの損失によって固定パターンノイズが観測される可能性はあるが、損失の割合は非常に小さい。またスミアと呼ばれ信号線や転送用 CCD に光が当たることによる、直線上に発生するノイズ（図 3 参照）も考慮しない場合が多い。CMOS の場合、画素を構成する素子の不均一性により固定パターンノイズが発生する可能性がある。最近ではハードウェア的に固定パターンノイズの発生を抑える仕組みが搭載されている。読み出しノイズが加わった後、アンプにより信号が増幅されることになる。フォトダイオードは波長により分光感度特性が異なる。そのため各チャンネルごとに増幅率が異なり、結果としてノイズの大小が異なると考えられる。

第 3 段階目にカメラレスポンス関数が適用される。非線形なカメラレスポンス関数の場合、ノイズを表す確率密度関数もそれにとまなう変形する。逆に言えば、確率密度関数お

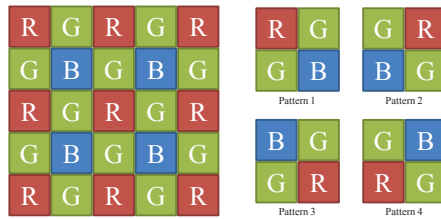


図 4 バイヤーパターン

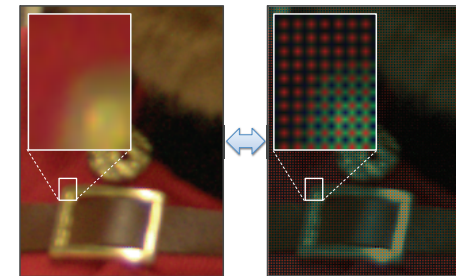


図 5 デモザイキング処理．左図をバイヤーパターンを通して観察した場合，右図のような各画素が RGB いずれかの値しか持たない画像が得られることになる．デモザイキング処理は欠損した RGB 値を補間することにより元々の画像を推定する処理に等しい．

およびそれらの統計的指標を観測することで，カメラレスポンス関数を推定することができる^{14),20),21)}．第 4 段階目にデジタル量子化がおこなわれる．これにともない量子化誤差が発生する．量子化誤差は一様分布で近似されることが多い．

まとめると，単位時間あたりに照射される光子の数を P ，アンプの増幅係数を a^{*1} ，露光時間を t ，光ショットノイズを N_S ，暗電流ショットノイズを N_{DC} ，読み出しノイズを N_R ，量子化ノイズを N_Q とすると，入力である光子と出力である画素値 O の関係は以下の式で表される．

$$\begin{aligned} O &= f(I) + N_Q \\ &= f(a(tP + N_{DC} + N_S + N_R)) + N_Q, \end{aligned} \quad (15)$$

ただし I はレスポンス関数の入力である．ショットノイズおよび読み出しノイズが増幅係数に依存することを強調するために a でくりだしている．さらにショットノイズの分散は露光時間 t に比例する．

正確な意味では，固定パターンノイズの影響を考える必要はあるが，1. 光子の数が十分に多く暗電流ショットノイズの影響が無視できるほど小さく，2. CMOS イメージセンサでの素子の不均一性が小さい，と仮定できる場合，ショットノイズを正規分布で近似することにより，レスポンス関数が適用される前の画像ノイズは以下の式で簡略化することができる．

$$p(I|\tilde{I}) = \mathcal{N}(I|\tilde{I}, a\tilde{I} + b) \quad (16)$$

ただし， a, b はカメラに依存する定数であり， \tilde{I} はノイズ含まない真の画素値を表し， $\tilde{I} \approx atP$ とみなすことができる．この画素値と画像ノイズの分散のアフィン性は様々なところで利用される (例えば²¹⁾)．ただし非線形なレスポンス関数が適用された場合は，式 (7) に従い変換されることとなる．

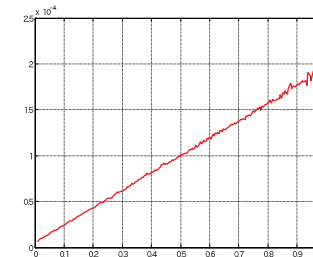


図 6 実際に観測された画像ノイズの分散．静的なシーンを Point Grey 社製 Dragonfly でカメラパラメータを固定して撮影することによって得られた輝度とノイズ分散の関係を示している．Dragonfly は線形なレスポンス関数を持つので，輝度と分散のアフィン性を直接観測することができる．

単板 CCD/CMOS カラーカメラの場合，図 4 に示される bayer パターンを通じて観測された画像データから欠損データを復元するデモザイキング処理 (図 5 参照) をおこなうことによりカラー画像が抽出される．単純な補間 (線形・畳込み) 等の処理の高速性を重視したことから，偽色の発生やエッジを考慮した高性能なものまで，様々なデモザイキング手法が提案されている¹³⁾．

3.3 画像ノイズの計測

光源も含めて静的な環境をカメラ位置・カメラパラメータを固定して撮影する．条件より，異なる時間に撮影された画像で同じ画素位置にある画素値は同じ信号源を観測したものであるため，観測される画素値のばらつきがノイズに対応する．固定パターンノイズが無視

*1 増幅と言うが実際の光子の数と画素値との関係を見る限り $a \ll 1$ であることが多い．

できるだけ小さく、最頻値を真の画素値とみなすことにより各画素の時系列データから真の画素値 \hat{O} とノイズ分布を求めることができる。

実際にそのようにして Point Grey 社製 Dragonfly で得られたノイズ分布から計算された分散を図 6 に示す。Dragonfly は線形なレスポンス関数を有するため、輝度と分散のアフィン性を直接観測することができる。非線形なレスポンス関数を持つカメラにおいては、カメラレスポンス関数の推定^{*1}とそれをを用いたノイズ分布の逆変換(式(7)の利用)が必要になる。

固定パターンノイズも含めたより正確な推定手法が必要な場合、論文⁷⁾を参照のこと。均質な反射率を持つ物体を一樣な光源で照らしたものを観測したデータを利用することによって、画像ノイズの分散を推定する手法を提案している。固定パターンノイズの分散を 0 と仮定することでランダムノイズを真値 \tilde{I} を知ることなく推定する方法を提案している。また、撮影条件をうまくコントロールすることで、得られた画像セットにおいて固定パターンノイズの分散の分散を 0 とみなせるようにすることで、固定パターンノイズの推定をおこなっている。

4. 画像ノイズの利用

画像ノイズの特性の利用法として、確率的推定手法における確率密度関数の設計が挙げられる。特に画像ノイズとカメラレスポンス関数の関係に注目した手法を紹介する。Tsin らは画像ノイズの性質を利用して、レスポンス関数を推定する方法を提案している²⁴⁾。Pal らは画素値の確からしさの分布とレスポンス関数の事前確率モデル⁵⁾により構成されたベイジアンネットワークを用いて推定する方法を提案している¹⁷⁾。変わった利用法として、画像中のノイズレベル関数(図 6 に示す、輝度値と分散の関係に対応)の不一致を利用することでビデオ動画中の改ざんを検出する手法が提案されている⁹⁾。

従来から画像のノイズ除去の評価実験で利用される、すべての輝度において同じノイズ分布を持つという仮定は正確な意味では正しくない。Liu らはカメラレスポンス関数に関する事前知識⁵⁾を利用してノイズレベル関数の事前モデルを構築し、単一画像からノイズレベル関数を推定し、頑健にノイズ除去をする手法を提案している¹²⁾。

式(16)より、画像ノイズの分散は輝度値 \tilde{I} のみに依存するため、ノイズの分散を図る

だけで何かを推定することは困難であると思われる^{*2}。しかし、画像化プロセスにおいて画像ノイズ分布に加えられた影響を調べることによって、様々な推定をおこなうことは可能である。例えば、Matsushita と Lin らはカメラレスポンス関数適用前の画像ノイズが対称な分布をしていることを利用して、カメラレスポンス関数を推定する方法を提案している¹⁵⁾。また、著者らもカメラレスポンス関数適用前の画像ノイズが持つ性質を利用して推定する手法を提案している^{20),21)}。また空間的なノイズの独立性を仮定するとデモザイキングでおこなわれる画素の補間処理がノイズの分散を小さくすることを示すことができ、その事実を利用してデモザイキングアルゴリズムを推定する手法を提案している²²⁾。他にも、画像圧縮、エッジ強調などの後処理はノイズの性質を変えるので、カメラの画像化プロセスを知るためにノイズを利用できる可能性はあるかもしれない(未確認)。

5. まとめと今後の課題

本稿では、確率的推定手法における確率密度関数の設計のヒントとなる情報を提供するため、画像化プロセスと画像ノイズの関係について述べた。また、実際にそれらの情報がどのように応用されてきたかについて、実際の応用例を紹介した。また、画像ノイズを情報として用いるための方法について述べた。

最後に、画像化プロセス・画像ノイズ・確率的最適化手法に関連しそうな話題にふれて本稿のまとめとする：

確率密度関数のモデル化の精度

確率的最適化手法で利用される確率密度関数は現実に即していることが望まれる。しかしどこまで正確にモデル化することが要求されるのかははっきりしていない。少なくとも固定パターンノイズを無視し、画像中で同一のノイズレベル関数を考慮するレベルでの近似で十分かもしれない(例えば、論文¹²⁾。ただし未確認)。少なくとも事前確率のモデル化において、厳密なモデル化よりもそうでない場合の方が良い結果をもたらす可能性があることは指摘されている¹⁹⁾。

画像ノイズと L0 ノルム最小化

近年、L0 ノルム最小化²⁷⁾や Low Rank に基づく最小化²⁶⁾等が注目されている。画像ノイズが上記で述べてきたように正規分布に従うと考えた場合、いわゆる最小二乗法を元と

*1 例えば、論文¹⁶⁾の手法を利用すれば推定できる。実行ファイルも著者らのページよりダウンロードできる。単純で信頼性の高い手法であり、著者らの過去の研究ではこの推定値を真値として用いていた。

*2 もちろんある条件下で輝度値 \tilde{I} が別の物理量に依存するならば話は別である。それでもノイズを利用することの意味は少ない...

する L_2 ノルム最小化の理論的意味は明確である^{*1}。仮定しているノイズ分布が実際のものとは乖離してしまった場合、結果として上記の最適化手法がうまく働かないことがある。それに対し L_0 ノルム最小化では特定のノイズモデルを仮定する代わりに、全体的にみると信用ならない出力が出現する頻度は少ないという仮定に基づき、推定がおこなわれる。ただし、その仮定を満たすために、適切な基底表現が必要とされたり、十分な数の画像が必要とされたりする。 L_2 ノルムと L_0 ノルム最小化の差を埋めることにより、画像においてより適切な最適化手法の構築につながるかもしれない。

ノイズに基づくマシンデザイン

ロボティクスでは、リーチング動作（ある目標位置まで手先を伸ばす動作）の人間らしさに関する研究例は多く、例えば躍度最小化モデル³⁾、トルク変化最小化²⁵⁾ などがある。その中で、生体信号のノイズを踏まえた上で目標到達位置の誤差を最小化すること（終点分散最小規範）によって人間らしい動作が生成できる可能性が示唆されている⁶⁾。画像ノイズの性質を踏まえた上でノイズに頑健な処理プロセスが何かしら人間の画像処理に似ていることがわかると、大発見につながるかもしれない。

参 考 文 献

- 1) Alter, F., Matsushita, Y. and Tang, X.: An intensity similarity measure in low-light conditions, *Proc. of European Conf. on Comp. Vis. (ECCV)* (2006).
- 2) Bishop, C.M.: *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer (2007).
- 3) Flash, T. and Hogan, N.: The Coordination of Arm Movements: An Experimentally Confirmed Mathematical Model, *The Journal of Neuroscience*, Vol.5, No.7, pp.1688–1703 (1985).
- 4) Freeman, W.T., Pasztor, E.C. and Carmichael, O.T.: Learning Low-Level Vision, *Int. J. of Comp. Vis.*, Vol.40, No.1, pp.25 – 47 (2000).
- 5) Grossberg, M.D. and Nayar, S.K.: What is the Space of Camera Response Functions?, *Proc. of Comp. Vis. and Patt. Recog. (CVPR)*, pp.602–609 (2003).
- 6) Harris, C.M. and Wolpert, D.M.: Signal-dependent noise determines motion planning, *Nature*, Vol.394, pp.780 – 784 (1998).
- 7) Healey, G.E. and Kondepudy, R.: Radiometric CCD Camera Calibration and Noise Estimation, *IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell.*, Vol.16, No.3, pp.267–274 (1994).
- 8) Ishikawa, H.: Higher-Order Gradient Descent by Fusion-Move Graph Cut, *Proc. of Int'l Conf. on Comp. Vis. (ICCV)*, pp.568 – 574 (2009).
- 9) Kobayashi, M., Okabe, T. and Sato, Y.: Detecting Video Forgeries Based on Noise Characteristics, *Proc. of Pacific-Rim Sympo. on Image and Video Tech. (PSIVT)* (2009).
- 10) Kolmogorov, V. and Zabih, R.: What Energy Functions Can Be Minimized via Graph Cuts?, *IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell.*, Vol.26, No.2, pp.147 – 159 (2004).
- 11) Landauer, R.: Condensed-matter physics: The noise is the signal, *Nature*, Vol.392, pp.658–659 (1998).
- 12) Liu, C., Szeliski, R., Kang, S.B., Zitnick, C.L. and Freeman, W.T.: Automatic Estimation and Removal of Noise from a Single Image, *IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell.*, Vol.30, No.2, pp.299 – 314 (2008).
- 13) Liu, X., Gunturk, B. and Zhang, L.: Image Demosaicing: A Systematic Survey, *SPIE the Int'l Society for Optical Engineering* (2008).
- 14) Matsushita, Y. and Lin, S.: Radiometric Calibration from Noise Distributions, *Proc. of Comp. Vis. and Patt. Recog. (CVPR)* (2007).
- 15) Matsushita, Y. and Lin, S.: Radiometric Calibration from Noise Distributions, *Proc. of Comp. Vis. and Patt. Recog. (CVPR)* (2007).
- 16) Mitsunaga, T. and Nayar, S.K.: Radiometric self-calibration, *Proc. of Comp. Vis. and Patt. Recog. (CVPR)*, pp.374–380 (1999).
- 17) Pal, C., Szeliski, R., Uyttendale, M. and Jojic, N.: Probability models for high dynamic range imaging, *Proc. of Comp. Vis. and Patt. Recog. (CVPR)*, pp.173–180 (2004).
- 18) Roth, S. and Black, M.J.: Fields of Experts, *Int. J. of Comp. Vis.*, Vol.82, No.2, pp.205 – 229 (2009).
- 19) Schmidt, U., Gao, Q. and Roth, S.: A Generative Perspective on MRFs in Low-Level Vision, *Proc. of Comp. Vis. and Patt. Recog. (CVPR)* (2010).
- 20) Takamatsu, J., Matsushita, Y. and Ikeuchi, K.: Estimating Camera Response Functions using Probabilistic Intensity Similarity, *Proc. of Comp. Vis. and Patt. Recog. (CVPR)* (2008).
- 21) Takamatsu, J., Matsushita, Y. and Ikeuchi, K.: Estimating Radiometric Response Functions from Image Noise Variance, *Proc. of European Conf. on Comp. Vis. (ECCV)* (2008).
- 22) Takamatsu, J., Matsushita, Y., Ogasawara, T. and Ikeuchi, K.: Estimating demosaicing algorithms using image noise variance, *Proc. of Comp. Vis. and Patt. Recog. (CVPR)* (2010).
- 23) Tsin, Y., Ramesh, V. and Kanade, T.: Statistical Calibration of CCD Imaging Process, *Proc. of Int'l Conf. on Comp. Vis. (ICCV)*, pp.480 – 487 (2001).
- 24) Tsin, Y., Ramesh, V. and Kanade, T.: Statistical Calibration of CCD Imaging

*1 厳密な意味では線形なレスポンス関数に限る。

- Process, *Proc. of Int'l Conf. on Comp. Vis. (ICCV)*, pp.480–487 (2001).
- 25) Uno, Y., Kawato, M. and Suzuki, R.: Formation and Control of Optimal Trajectory in Human Multijoint Arm Movement. Minimum Torque-Change Model., *Biological Cybernetics*, Vol.61, No.2, pp.89 – 101 (1989).
- 26) Wright, J., Ganesh, A., Rao, S., Peng, Y. and Ma, Y.: Robust Principal Component Analysis: Exact Recovery of Corrupted Low-Rank Matrices via Convex Optimization, *Proc. of Neural Information Processing Systems (NIPS)* (2009).
- 27) Wright, J., Yang, A.Y., Ganesh, A., Sastry, S.S. and Ma, Y.: Robust Face Recognition via Sparse Representation, *IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell.*, Vol.31, No.2, pp.210 – 227 (2008).
- 28) 八木康史, 斎藤英雄 (編) : -CVIM チュートリアルシリーズ- コンピュータビジョン最先端ガイド 1, アドコム・メディア (2008).
- 29) 村田 昇 : 入門 独立成分分析, 東京電気大学出版 (2004).
- 30) 田中和之 : 大規模確率場と確率的画像処理の深化と展開, CVIM 研究会 (2009).