B-01

階層グラフ描画における頂点座標決定アルゴリズム

An Algorithm for Determining the Vertex Coordinates in a Hierarchical Graph Drawing

荒木 徹也† 山口 一章 † 増田 澄男 † 村田 将太 †
Tetsuya Araki Kazuaki Yamaguchi Sumio Masuda Syouta Murata

1. まえがき

グラフの階層描画は，作業の工程図，科目間関係図，一般の有向グラフなどの描画に広く用いられている．一般に，グラフ描画は見やすく，それが表す構造を理解しやすくするものでなければならない．階層描画では，通常，

最小分離： 各階層において頂点をある最小距離以上分離すること，

辺交差数小： 辺の交差を少なくすること，

近接性： 隣接階層の隣接頂点はできるだけ近くに配置すること，

バランス性： 各頂点は隣接頂点の重心あるいはそれに近い位置に配置すること，

直線性： 非隣接階層上の頂点間を結ぶ辺に対し，折れ点を少なくし，できれば垂直線を用いて描くこと

などが望まれる [1],[2].

有向グラフの代表的な階層描画アルゴリズムとして Sugiyama ら [1],[3] の方法が知られている．このアルゴリズムは 4 つの段階からなっており，第 1 段階は有向グラフの非閉路化，第 2 段階は頂点の階層割当て，第 3 段階は各階層における頂点の配置順序決定，第 4 段階は各階層における頂点の配置位置の決定を行う．第 3 段階では，隣接頂点の順番の平均値から各階層の頂点の順序を決定することにより，辺交差数をできるだけ少なくしようとする重心法などが，第 4 段階では頂点に優先度を与え，優先度の大きい順に配置位置を決定する優先度法などが用いられている．優先度法は，上記の基準のうち，直線性とバランス性を主に考慮した発見的手法である．

本研究では，近接性を重視することにより，Sugiyama らの方法の第 4 段階において，頂点の配置座標を決定する新しいアルゴリズムを提案する．提案法は，グラフの各階層を順に見ていき，その階層の頂点に接続する辺の長さの総和（正確には，辺の端点の x 座標の差の総和）が最小となるような頂点配置位置を動的計画法を用いて求めるというものである（最小となる頂点位置が複数ある場合には，バランス性も考慮する）．そして計算機実験により，提案法が近接性のみならず，直線性やバランス性に関しても良好な描画を得ることを示す．

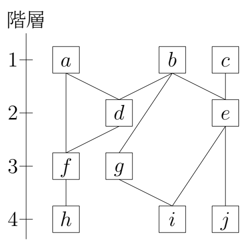
†神戸大学，Kobe University

本稿の構成は以下のとおりである．まず **2.** において，階層描画に関するいくつかの定義を示す．**3.** では優先度法について簡単に説明する．**4.** では提案法について述べ，**5.** において計算機実験の結果を示す．最後に **6.** で本研究の結果をまとめ，今後の課題について述べる．

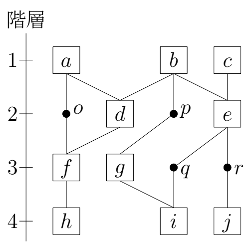
2. 諸定義

$G = (V, E)$ をグラフとする．V が部分集合 $V_1, V_2, \cdots, V_h$ に分割されており，任意の辺 $(u, v) \in E$ $(u \in V_i, v \in V_j)$ に対して $i \neq j$ となっているとき，G を階層グラフという．各集合 $V_1, V_2, \cdots, V_h$ を G の階層と呼ぶ．$i = 1, 2, \cdots, h$ について V_i を第 i 階層と呼び，h を G の階層数と呼ぶ．階層グラフの描画を階層描画と呼ぶ．本研究では，階層グラフを描画する際，平面上に等間隔に引いた h 本の水平線を考え，各 V_i の頂点を上から i 番目の水平線上に配置するものとする．また，各頂点の x 座標は整数値に限るものとする（これにより，前述の最小分離を実現する）．

$i = 1, 2, \cdots, h-1$ について，階層 V_i と V_{i+1} は隣接しているという．階層描画において，隣接する階層上の頂点間の各辺は 1 本の線分で描く．非隣接階層間の辺に対しては，ダミー頂点と呼ぶ頂点を導入する．$u \in V_i$ と $v \in V_j$ $(j > i + 1)$ をつなぐ辺 (u, v) に対して，ダミー頂点 $u_1, u_2, \cdots, u_{j-i-1}$ を付加することにより，(u, v) をパス $[u = u_0, u_1, \cdots, u_{j-i} = v]$ で置き換える．各 u_k $(k = 1, 2, \cdots, j-i-1)$ は階層 V_{i+k} に加えるものとする．描画の際には，各辺 (u_k, u_{k+1}) $(k = 0, 1, \cdots, j-i-1)$ を 1 本の線分で描くものとする．ダミー頂点の導入例を図 1 に示す．同図 (b) において，黒丸で示した頂点 o, p, q, r がダミー頂点である．



(a) ダミー頂点付加前



(b) ダミー頂点付加後

図 1　ダミー頂点の例

ダミー頂点に対して，元からある頂点のことを実頂点と呼ぶ．これ以降，特に断らない限り，頂点といえば実頂点とダミー頂点の両方を意味するものとする．

前述の直線性により，一般に，1 本の辺から作られたパス上のダミー頂点は同一の x 座標をもつことが望まれる．このことをダミー頂点の直線性という．

ダミー頂点導入後の階層グラフを新たに $G = (V, E)$ とする．各頂点 $u \in V_i$ の隣接頂点のうち，V_{i-1} に属するものを u の上隣接頂点と呼び，その集合を $A^U(u)$ と表す．上隣接頂点の個数 $|A^U(u)|$ を u の上次数と呼ぶ．同様に，V_{i+1} に属する u の隣接頂点を u の下隣接頂点と呼び，その集合を $A^D(u)$ と表す．下隣接頂点の個数 $|A^D(u)|$ を u の下次数と呼ぶ．そして，u のすべての隣接頂点からなる集合 $A^U(u) \cup A^D(u)$ を $A(u)$ と表すことにする．

G のある階層描画を考えたとき，各頂点 u に対して，その x 座標を $x(u)$ と表す．u の上隣接頂点の x 座標の平均値を上重心，下隣接頂点の x 座標の平均値を下重心と呼ぶ．さらに，u のすべての隣接頂点の x 座標の平均値を単に重心と呼ぶ．前述のバランス性より，重心と $x(u)$ との差は小さいことが望ましい．

ダミー頂点の導入により，G 中のすべての辺は隣接階層上の頂点間を結ぶことになる．階層間の距離は一定であるので，各辺 $e = (u, v)$ の長さは，端点 u, v の x 座標のみで決まる．これ以降，本稿では，u, v の x 座標の差 $|x(u) - x(v)|$ を e の辺長と呼ぶ．この値は，u, v 間の L_1 距離（マンハッタン距離）から階層間の距離を引いたものである．

本研究では，階層描画の質を評価する際，近接性，ダミー頂点の直線性，バランス性のそれぞれに対応した以下の 3 つの値を用いる．まず近接性に対しては，以下の辺長和 els を用いる．

$$els = \sum_{e=(u,v)\in E} |x(u) - x(v)| \qquad (1)$$

ダミー頂点の直線性に対しては，次の値 dl を用いる．ただし，この式中の D はダミー頂点すべてからなる集合である．

$$dl = \sum_{v\in D} \Big(\sum_{u\in A(v)} |x(v) - x(u)| \Big) \qquad (2)$$

バランス性に対しては，次の値 va を用いる．

$$va = \sum_{v\in V} \Big| x(v) - \frac{1}{|A(v)|} \sum_{u\in A(v)} x(u) \Big| \qquad (3)$$

3 つの評価値のいずれも値が小さいほど望ましい．

3. 優先度法

本章では，優先度法 [1],[3] について簡単に説明する．

ダミー頂点導入後の階層グラフ $G = (V, E)$ に対し，各階層における頂点の配置順序が決められているものとする．優先度法は，G の頂点を初期配置した後，各階層における頂点配置の改善を，全階層に渡って上から下，下から上と順次繰り返すものである．上から下へ改善していく処理を Down 過程，下から上へ改善していく処理を Up 過程と呼ぶ．各階層における頂点配置を改善する際，各実頂点に Down 過程なら上次数を，Up 過程なら下次数を優先度として与え，ダミー頂点に対しては Down 過程，Up 過程両方において最大の優先度を与える．ダミー頂点に最大の優先度を与えるのは，ダミー頂点の直線性の実現のためである．

Down 過程では $i = 2, 3, \cdots, h$ について，V_{i-1} の頂点の座標を固定し，V_i の頂点の座標の改善を行う．この改善は，V_i の頂点のうち，優先度の高いものから順に，その座標を上重心にできるだけ近づけることによって行う．ただし，その際，次の三つの制約を満たすようにする．

(1) 他の頂点と同一の座標を占めてはならない．

(2) 頂点の配置順序を変えてはならない．

(3) 注目している頂点の移動に伴って動かすことができる頂点は，優先度がより低いものに限る．

Up 過程では $i = h-1, h-2, \cdots, 1$ について，V_{i+1} の頂点の座標を固定し，V_i の頂点の座標の改善を行う．この改善は，Down 過程と同様の制約のもとで，V_i のうち，優先度の高い頂点から順に，その座標を下重心にできるだけ近づけることによって行う．

優先度法による頂点配置の改善の例を図 2 に示す．同図 (a) はある階層グラフの V_{i-1} 及び V_i の部分を示している．今，Down 過程の途中であり，V_i の頂点配置の改善を行うものとする．なお図中の u_6 と v_3 はダミー頂点であり，v_3 には最大の優先度 10 を与えている．

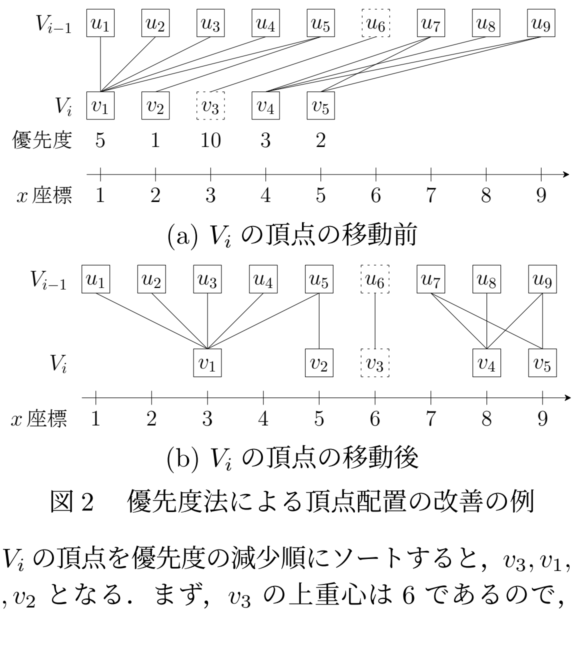


図 2　優先度法による頂点配置の改善の例

V_i の頂点を優先度の減少順にソートすると，v_3, v_1, v_4, v_5, v_2 となる．まず，v_3 の上重心は 6 であるので，そ

の座標を 6 にする．$v_1, \cdots, v_5$ の座標は $1,2,3,4,5$ から $1,2,6,7,8$ に変わり，(u_6, v_3) は垂直な辺となる．v_1 の上重心は 3 であるからその座標を 3 とし，v_4 の上重心は 8 であるからその座標を 8 にする．この時点で，$v_1, \cdots, v_5$ の座標は $3,4,6,8,9$ となる．次に，頂点 v_5 に注目する．v_5 の上重心は 8 であるが，座標 8 には優先度のより高い v_4 が既に存在する．よって，v_4 の座標は，8 より大きい範囲で最小の 9 のままにする．最後の頂点 v_2 の上重心は 5 であるので，座標を 5 にする．以上により，$v_1, \cdots, v_5$ の座標は $3,5,6,8,9$ となり，図 2(b) が得られる．

4. 提案法

ダミー頂点導入後の階層グラフ $G = (V, E)$ に対し，各階層における頂点の配置順序が決められているものとする．$n = |V|$ とする．本章では，階層描画における頂点の座標を決定する新しいアルゴリズムを提案する．

4.1 概　略

提案法は，優先度法と同様，グラフの各階層に順に注目し，その階層上の頂点配置を改善していくものである．ただし，その改善の際，隣接する階層の頂点座標を一旦固定し，注目している階層と固定した階層との間の辺長和を最小とする頂点配置を動的計画法により求める．

提案法において，上位の階層から順に，V_{i-1}（$i = 2, 3, \cdots, h$）の頂点の座標を固定し，V_{i-1} と V_i の間の辺長和が最小となるように V_i の座標を改善していく処理を Down 過程と呼ぶ．また，下位の階層から順に，V_{i+1}（$i = 1, 2, \cdots, h-1$）の頂点の座標を固定し，V_{i+1} と V_i の間の辺長和が最小となるように V_i の頂点の座標を改善していく処理を Up 過程と呼ぶ．

多階層グラフ（階層数 h が 3 以上のグラフ）では，隣接する片方の階層との間の辺長和だけを最小にするより，隣接する上下両方の階層との間の辺長和を最小にする方が描画全体の辺長和の減少につながると期待できる．Down 過程（Up 過程）において，$i = 2, 3, \cdots, h-1$ に対して，V_{i-1} と V_{i+1} の座標を固定し，V_i と V_{i+1}，V_{i-1} からなる部分グラフの辺長和が最小になるように V_i の座標を改善する処理を考え，BothDown 過程（BothUp 過程）と呼ぶことにする．

Down 過程，Up 過程のみを行う手法を提案法 1，BothDown 過程と BothUp 過程を加えて実行する手法を提案法 2 とする．いずれにおいても，これらの過程による頂点配置の改善が終了した後に，簡単な後処理を行ってさらに描画の改善を試みている．以下，2 つの提案法の処理の手順を示す．

［提案法 1］

(1) G の各頂点 v に対し，以下のようにして初期 x 座標 $x(v)$ を定める．
v を含む階層を V_i とする．v が V_i の頂点のうち左から j 番目のものであれば，$x(v) = j$ とする．

(2) Down 過程と Up 過程を交互に繰り返し，頂点座標を改善する．

(3) (2) で求めた頂点配置のうち，最も評価値のよいものを選び，それに対して後処理を行う．

［提案法 2］

(1) 提案法 1 の (1) と同じ方法により，G の各全頂点の初期 x 座標を定める．

(2) Down 過程と Up 過程を一回ずつ行う．

(3) BothDown 過程と BothUp 過程を交互に繰り返し，頂点座標を改善する．

(4) (3) で求めた頂点配置のうち，最も評価値のよいものを選び，それに対して後処理を行う．

提案法 1 の (2) と提案法 2 の (3) の終了条件は，各過程の繰り返し回数があらかじめ定めた定数 N に到達するか，2 回の連続した過程で評価値が改善されないことである（評価値は，els, dl, va の順で優先する．すなわち，例えば els の値がよくなれば，dl, va の値が悪くなっても改善できたと考える）．

以下，各過程と後処理について詳しく述べる．

4.2 Down 過程，Up 過程

Down 過程について説明する（Up 過程については，同様であるので，説明を省略する）．

第 i 階層 V_i（$i = 2, 3, \cdots, h$）の頂点を左から順に v_1, $v_2, \cdots, v_{n_i}$ とする．V_{i-1} の頂点の x 座標を一旦固定する．頂点 $v_j \in V_i$ をある x 座標 t においたとき，V_{i-1} の頂点と v_j を結ぶ辺の辺長和を $el(v_j, t)$ とすると，

$$el(v_j, t) = \sum_{u \in A^U(v_j)} |t - x(u)| \qquad (4)$$

である．また，v_j を x 座標 t においたとき，V_{i-1} の頂点と $v_1, v_2, \cdots, v_j$ を結ぶ辺の辺長和の最小値を $mel(v_j, t)$ とすると，

$$mel(v_j, t) = \min_{s<t}\{mel(v_{j-1}, s)\} + el(v_j, t) \qquad (5)$$

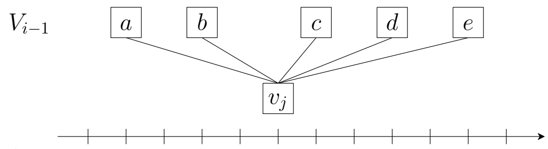
が成立する．

V_{i-1} の頂点の x 座標の最小値を $left_{i-1}$，最大値を $right_{i-1}$ とする．V_{i-1} と V_i の間の辺長和を最小とする頂点配置では，V_i の頂点の x 座標は，$left_{i-1} - n_i + 1$ 以上，$right_{i-1} + n_i - 1$ 以下であるものとしてよい．この範囲の整数値の集合を V_i の頂点の配置可能範囲と呼び，R_i と表す．

Down 過程において V_i の頂点配置を改善する際，まず，後述の方法により，すべての $el(v_j, t)$ の値を計算する．次に，$j = 1, 2, \cdots, n_i$ の順に，各 $t \in R_i$ に対して，式 (5) にしたがって $mel(v_j, t)$ の値を計算していく．このような動的計画法によって $\min_{t \in R_i}\{mel(v_{n_i}, t)\}$ の値を求めた後，逆追跡を行うことにより，V_{i-1} と V_i の間

の辺長和が最小となるような V_i の頂点の座標を決定することができる．その際，ある j, t に対して $mel(v_{j-1}, s)$（$s < t$）を最小とする s の値が複数存在するならば，バランス性を考慮し，$x(v_{j-1})$ の値 s として，v_{j-1} の上重心にできるだけ近い値を選ぶ．もし，v_{j-1} が上隣接頂点をもたず上重心が定まらないならば，それまでの（V_i の頂点配置の改善処理の前の）頂点座標にできるだけ近い値を選ぶ．

$el(v_j, \cdot)$ の値の計算法について述べる．各整数 $t \in R_i$ に対し，v_j の上隣接頂点のうち，x 座標が t 未満のものの個数 $l(t)$ と，x 座標が t より大きいものの個数 $r(t)$ を計算する．図 3 に $l(t)$ と $r(t)$ の例を示す．



x 座標	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$l(t)$	0	0	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5
$r(t)$	5	4	4	3	3	3	2	2	1	1	0	0

図 3　$l(t), r(t)$ の例

今頂点 v_j が x 座標 t の位置にあり，その x 座標を $t+1$ に変えたものとすると，v_j に接続している辺のうち，$r(t)$ 本の辺長が 1 小さくなり，$l(t+1)$ 本の辺長が 1 大きくなる．したがって，次式が成立する．

$$el(v_j, t+1) = el(v_j, t) - r(t) + l(t+1) \qquad (6)$$

t が R_i の最小値 $left_{i-1} - n_i + 1$ であるときの $el(v_j, t)$ の値をまず計算し，その後，式 (6) を繰返し用いることにより，すべての $t \in R_i$ に対する $el(v_j, t)$ の値を合計 $O(|R_i|)$ 時間で容易に計算することができる．

以下では，Down 過程を 1 回実行するのに必要な時間計算量を評価する．各整数 $i = 2, 3, \cdots, h$ に対して，V_{i-1} の頂点の位置を固定して，V_i の頂点の座標を改善するとき，まずすべての $v_j \in V_i$ と $t \in R_i$ について $el(v_j, t)$ の値を計算するが，これに要する時間は $O(n_i \cdot |R_i|)$ である．次に，各 v_j と各 t に対して，式 (5) にしたがって $mel(v_j, t)$ を求めるが，この計算に要する時間は $s < t$ なる s の個数に比例するから，$O(|R_i|)$ で抑えられる．よって，すべての v_j と t に対して $mel(v_j, t)$ を求めることは $O(n_i \cdot |R_i|^2)$ 時間で可能である．逆追跡に要する時間はこの値をこえず，また $|R_i| = O(n)$ が成立するから，階層 V_i に対する処理全体の実行時間は $O(n_i \cdot n^2)$ となる．Down 過程 1 回に要する時間は，この値の全階層についての和であるから $O(n^3)$ である．

Up 過程についての説明は省略するが，1 回の実行に要する時間は，Down 過程と同じく $O(n^3)$ である．

4.3 BothDown 過程，BothUp 過程

多階層グラフの場合，Up 過程に続けて Down 過程を行うと，Up 過程で改善した頂点配置を局所的に改悪してしまうことがある．Down 過程に続けて Up 過程を実行する場合も同様である．これは，Down 過程では上隣接階層との評価値，Up 過程では下隣接階層との評価値のみを考慮していることが原因（の一つ）であると考えられる．そこで提案法 2 では，各階層の頂点配置改善を行う際に，上下両方の隣接階層の状況を考慮する BothDown 過程，BothUp 過程を実行することにしている．

以下では，BothDown 過程についてのみ簡単に説明する（BothUp 過程については同様であるので，説明を省略する）．

BothDown 過程では，$i = 2, 3, \cdots, h-1$ について，V_i と V_{i-1}, V_{i+1} からなる部分グラフを考える．V_{i-1} と V_{i+1} の頂点の座標を一旦固定し，Down 過程の場合と同様に V_i の頂点の配置可能範囲 R_i を求める．その後，各頂点 $v_j \in V_i$ と各 $t \in R_i$ に対して，v_j の x 座標を t としたときの

- $V_{i-1} \cup V_{i+1}$ の頂点と v_j を結ぶ辺の辺長和 $el^B(v_j, t)$,
- $V_{i-1} \cup V_{i+1}$ の頂点と $v_1, v_2, \cdots, v_j$ を結ぶ辺の辺長和の最小値 $mel^B(v_j, t)$,

を計算する．$mel^B(v_j, t)$ の計算式は，式 (5) と同様のものでよい．$el^B(v_j, t)$ の計算方法は，前述の $el(v_j, t)$ の計算方法を，上下両方の階層のことを考慮するように変更したものである．

$\min_{t \in R_i}\{mel(v_{n_i}, t)\}$ の値を求めた後，逆追跡を行うことにより，V_i と $V_{i-1} \cup V_{i+1}$ の間の辺長和が最小となるような V_i の頂点の座標を決定することができる．その際，ある j, t に対して $mel^B(v_{j-1}, s)$（$s < t$）を最小とする s の値が複数存在するならば，$x(v_{j-1})$ の値 s として，v_{j-1} の（重心ではなく）上重心にできるだけ近い値を選ぶ．

BothDown 過程では，$i = h$ に関しては，Down 過程と同じ処理を行う．

BothDown 過程，BothUp 過程では Down 過程，Up 過程に比べて，より多くの頂点のことを考慮する必要がある．そのため，実行時間は増加するが，オーダーは，Down 過程及び Up 過程と同じく，1 回あたり $O(n^3)$ である．

4.4 後処理

4.2 節及び **4.3** 節で述べた処理で頂点配置の改善を行った後に，頂点を左右の空白位置（頂点が存在しない位置）に移動することで，評価値を改善できることがある．そこで，後処理として，評価値が改善できる場合にはそのような頂点移動を行うことにする．その際，評価値は，els, dl, va の順で優先する（例えば，els が改善されれば，dl, va の値が悪くなっても頂点移動を行う）．

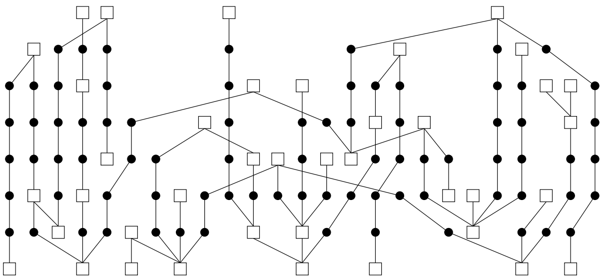
後処理では，$i = 1, 2, \cdots, h$ に対して以下の処理を行う．

(1) V_i の頂点を左から順に見ていき，各頂点 v に対して以下の処理 $(*)$ を行う．
$(*)$ v の左右に評価値が改善されるような空白位置が存在する場合，それらのうち，最もよい位置に v を移動する．

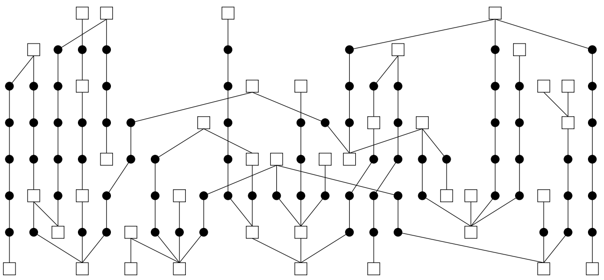
(2) (1) で頂点移動が 1 回以上起こった場合，V_i の頂点を右から順に見ていき，各頂点 v に対して上記の処理 $(*)$ を行う．

(2) を行うのは，(1) で頂点が動いたことによりできた新たな空白位置について，そこに別の頂点を動かして評価値を改善できる場合があるからである．

後処理の実行例を図 4 に示す．



(a) 後処理前



(b) 後処理後

図 4　後処理の実行例

説明は省略するが，後処理の実行時間は $O(n^2)$ である．このことと，各過程の 1 回あたりの実行時間が $O(n^3)$ であること，及び提案法 1, 2 では各過程が高々定数回しか実行されないことより，提案法 1, 2 全体の時間計算量はそれぞれ $O(n^3)$ であることが分かる．

5. 計算機実験

提案法の有効性を確認するため，以下の 3 通りの実験を行った．

（実験 1）20 個の頂点を上下階層にランダムに振り分け，辺をランダムに加えることにより，2 階層グラフ 200 個を作成した．辺の本数は 20, 40, 60 の 3 通りとした．各階層上の頂点順序は重心法 [1],[3] を用いて決定した．このような各データに対し，優先度法と提案法 1 のそれぞれを適用し，評価値 els（辺長和）と va（バランス性）及び実行時間の平均値を求めた．2 階層グラフでは提案法 1 と提案法 2 で同じ処理を行うため，提案法 2 は実行していない．

（実験 2）20 個の頂点を 4 階層にランダムに振り分け，辺をランダムに加えることで 4 階層グラフ 200 個を作成した．辺の初期本数は 20, 40, 60 の 3 通りとした（多階層グラフでは一般にダミー頂点が導入されるため，最終的な頂点数及び辺数はより多くなる）．実験 1 と同様，各階層上の頂点順序は重心法を用いて決定した．このような各データに対して，優先度法と提案法 1，提案法 2 のそれぞれを実行し，評価値 els，dl（ダミー頂点の直線性），va 及び実行時間の平均値を求めた．

（実験 3）40 個の頂点を 8 階層にランダムに振り分け，辺をランダムに加えて 8 階層グラフ 200 個を作成した．辺の初期本数は 40, 80, 120 の 3 通りとした．このような各データに対して，実験 2 と同様の実験を行った．

4.1 節で述べた提案法 1 の (2) と提案法 2 の (3) における定数 N の値は 5 とした．実験に使用した計算機の CPU は Core i5 750，OS は Linux 2.6，プログラミング言語は Java 5.0 である．

実験結果を表 1 に示す．

表 1　実験結果

(a) 実験 1

辺の本数	手 法	els	va	時間 [ms]
20	優先度	22.36	12.42	0.47
	提案 1	20.71	10.65	3.22
40	優先度	65.53	22.68	0.38
	提案 1	62.97	20.06	3.24
60	優先度	104.02	28.98	0.36
	提案 1	100.41	26.33	3.12

(b) 実験 2

辺の本数	手 法	els	dl	va	時間 [ms]
20	優先度	30.74	22.01	36.09	0.70
	提案 1	25.94	16.25	26.73	7.45
	提案 2	25.89	16.15	26.60	8.38
40	優先度	138.88	96.64	131.57	1.01
	提案 1	123.07	76.25	103.87	19.48
	提案 2	122.85	76.47	104.10	23.47
60	優先度	284.48	206.56	257.17	1.34
	提案 1	250.64	159.58	198.32	34.87
	提案 2	249.96	160.75	199.34	44.06

(c) 実験 3

辺の本数	手 法	els	dl	va	時間 [ms]
40	優先度	133.57	152.57	200.37	2.29
	提案 1	83.55	76.58	99.17	117.35
	提案 2	81.21	72.76	94.41	162.03
80	優先度	824.32	930.09	1109.15	5.90
	提案 1	551.03	496.98	574.64	383.09
	提案 2	544.32	480.97	556.26	623.87
120	優先度	1922.66	2172.73	2481.00	12.27
	提案 1	1290.30	1164.00	1288.29	948.03
	提案 2	1276.71	1136.48	1257.16	1698.62

2 階層グラフを用いた実験 1 では，優先度法に比べ実行時間が長くなっているものの，提案法 1 の方が els, va ともによい値を示している．多階層グラフを用いた実験

2, 3 でも，優先度法より実行時間は長くなっているが，評価値に関しては提案法 1, 2 の方がよくなっている．特に，階層数がより多い実験 3 では，2 つの提案法は，優先度法に比べ，3 種類すべての評価値を大幅に改善することができている．提案法 1 と提案法 2 では後者の方が若干よい評価値を示しているが，差はそれほど大きくない．

6. まとめ

本研究では，各階層上の頂点順序が指定された階層グラフに対して，近接性を重視した新しい頂点座標決定アルゴリズムを提案した．提案法は，グラフ中の各階層を順に見ていき，その階層上の頂点に接続する辺の長さの総和が最小となる頂点配置を動的計画法を用いて求めるものである．計算機実験を行ったところ，従来法である優先度法に比べて，実行時間は長くなったものの，近接性（辺長和），ダミー頂点の直線性，及びバランス性に関する評価値を改善することができた．

実世界で用いられている階層描画では，実頂点が異なる大きさをもっていることがよくある．そのような場合に対応できるように提案法を拡張する方法について現在検討中である．また，提案法で用いたのと同様の動的計画法は，近接性以外の評価基準を重視した場合にも作成できるものと考えている．これについても，今後検討していく予定である．

参考文献

[1] 杉山公造, グラフ自動描画法とその応用 – ビジュアルヒューマンインターフェース, 計測自動制御学会, 1993.

[2] O. Bastert and C. Matuszewski,“Layered drawings of digraphs,” *Drawing Graphs* (M. Kaufman and D. Wagner eds.), Lecture Notes in Computer Science, vol.2025, pp.87-120, Springer, Berlin, 2001.

[3] K. Sugiyama, S. Tagawa, and M. Toda, “Methods for visual understanding of hierarchical system structures,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics,* vol.SMC-11, no.2, pp.109-125, 1981.