Vol.2010-MPS-80 No.22
2010/9/29

感性評価の表象システムによるモデル化

平塚史人[†1]　井出陽子[†1]　向井国昭[†1]

この論文では，感性評価の表象システムによるモデルを提案する．近年感性工学の分野では，表形式の感性データをラフ集合理論でモデル化し分析する事が注目されている．またラフ集合理論は，チャネル理論上の概念である「表象システム」の特別な場合に埋め込まれる事が示されている．この論文では感性データの分析のモデルを，新たに表象システムの上で考える．その成果として，ラフ集合理論では区別されえなかった「二種類の因果関係」を理論的に区別できるようになった．またその応用例を示す．

Kansei evaluation model on the basis of representation system

Fumito Hiratsuka,[†1] Yoko Ide[†1] and Kuniaki Mukai[†1]

This report proposes the "kansei evaluation model" on the basis of the representation system. Recently, in the "kansei engineering" field, the rough set theory modelizes the diagram type of Kansei data. Moreover, the rough set theory embed into the "representation system" which is the notion above the channel theory, on special cases. This report aims to examine the Kansei data analysis model over the representation system. As a result, We theologically managed to clarify the difference between "the two varieties of Rules" which the rough set theory could not accomplish. We also show some applied examples.

1. はじめに

この論文では，**表象システム**を用いた感性評価のモデルを提案する．表象システムは，情報の流れを定式化する**チャネル理論**の概念である．

表 1　情報表 I
Table 1　Information table I

対象	形態・認知的属性 a_1	a_2	$a_3 \cdots$	感性評価 b_1	b_2	$b_3 \cdots$
s_1	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$
s_2	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$
s_3	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$
s_4	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$
s_5	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$
s_6	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$

感性評価の既存のモデルには，ラフ集合理論によるモデルがある．人の「特徴認識」や「感性評価」のモデルは，ラフ集合による概念で表現できる事が知られている[1)]．一方ラフ集合の理論的枠組みは，表象システムの特殊な場合として表現される事が示されている[2)]．この論文では，表象システムに基づく感性評価モデル $\mathcal{R}_*$ をラフ集合理論に基づく同モデルの拡張として提案する．

1.1 目　標

この論文の目標と概要を説明する．

まず**表 1** に示した表形式データ[⋆1]を見よう．この表には，左側に各対象の「形態・認知的な情報」，右側に各対象に対する「感性評価の情報」が示されている[⋆2]．(以降，この形式の情報表を単に**表形式データ**と呼び，左半分を**認知データ**，右半分を**感性データ**と呼ぶ．また認知データ，感性データにおける属性をそれぞれ**認知属性**，**感性属性**と呼ぶ.)

感性工学では，表形式データに対して認知データと感性データの間の知識を抽出する．ラフ集合理論の諸概念はこの表形式データの知識獲得に利用されている．またラフ集合は特に，認知属性を条件，感性属性を結論とした**決定ルール**を求めることに応用されている．決定ルールは「認知」と「感性」とを繋ぐ因果関係とみなせる．

また一方で，認知属性や感性属性はそれぞれの中でも因果関係を持ちえると考えられる．すなわち「認知属性→認知属性」「感性属性→感性属性」といった「同世界間の」因果関係を考えられる．つまり表 1 のデータ形式に関しては，次の二種類の因果関係が考えられる．

†1 慶應義塾大学
Keio University

⋆1 文献 3) は，感性工学において評価に必要なデータ形式を一般的にこの様に示している．
⋆2 表の属性値は一般的には連続的な数値ではなく離散的なものであるとする．

(I) 認知属性から感性属性への「世界をまたぐ」因果関係

$\Gamma \Longrightarrow \delta$ （Γ:認知属性値 δ:感性属性値）

(II) 認知属性間，感性属性間の「同世界内の」因果関係

$\Gamma \Longrightarrow \delta$ （Γ:感性属性値 δ:感性属性値）

or（Γ:認知属性値 δ:認知属性値）

ラフ集合の枠組みでは (I),(II) に論理的な区別を与える事はできない．

そこで新たに，表象システムによるモデル $\mathcal{R}_*$ を表形式データに対して定義する．この表象システム $\mathcal{R}_*$ は，ラフ集合による感性評価モデルの拡張となっている．$\mathcal{R}_*$ では，(I),(II) の因果関係を異なる概念として区別する事ができる．

この論文ではまず，第 2 節で既存のラフ集合によるモデルについて述べる．そして第 3 節で新たなモデル $\mathcal{R}_*$ を提案し，第 4 節でその成果と意義を述べる．第 5 節では $\mathcal{R}_*$ の応用例を示す．最後に，第 6 節で上近似ルールとチャネル理論の関係について考察する．

2. ラフ集合と感性評価

この節では第 2.1 節で既存のモデルであるラフ集合理論の概念や考え方を述べる．その後第 2.2 節で，ラフ集合による特徴認識や感性評価のモデルの特徴を述べる．なおラフ集合理論の厳密な数学的定義は付録 A.1 で記述する．

2.1 ラフ集合からの準備

ラフ集合理論は近年，感性工学における知識獲得の手法として注目されている．ラフ集合理論では対象間の**識別不能関係**を基礎に，**縮約**や**近似**，**決定ルール**等の概念を考える．例として，**表 2** で示された自動車に関する表形式データ I_1 を見てみよう．I_1 は認知属性に [カラー],[造形],[ドア数] を，感性属性に [好き] を持つ．

二つの対象 s_1 と s_3 は，認知属性 [カラー],[造形],[ドア数] に着目すると全ての属性で同じ属性値を持っていることが分かる．よって対象 s_1 と s_3 は I_1 の認知データからは**識別不能**であるといえる．また s_2 と s_4 は，認知属性 [造形],[ドア数] のみに着目した場合識別不能である事が分かる．更に表 2 をよく観察すると，属性 [カラー],[造形],[ドア数] において識別可能な任意の対象は，実は [カラー],[造形] にのみ着目するだけで十分である事が分かる．この { [カラー],[造形] } の様に，識別するために必要な「最小限の属性の集合」は**縮約**と呼ばれる．縮約は一般的には複数存在する．

今，ある属性値 x を持つ対象の集合を U_x と書くことにする．[好き = yes] を満たすようなクラス（対象の集合）U_{yes} に対し，対象 s_1 や s_3 は，自分と同じ属性値を持つ対象は全て U_{yes} に含まれていることが分かる．この様な，自分と識別不可能な対象が全て [好き = yes] となる対象を全て集めた集合を U_{yes} の**下近似**という．下近似は，条件属性から「確実に好きである」と判断された対象の集合と捉えられる．

表 2 情報表 I_1
Table 2 Information table I_1

対象	カラー	造形	ドア数	好き
s_1	色彩系	有機的	2 ドア	yes
s_2	色彩系	曲線的	4 ドア	-
s_3	色彩系	有機的	2 ドア	yes
s_4	白黒系	曲線的	2 ドア	yes
s_5	白黒系	曲線的	2 ドア	-
s_6	白黒系	有機的	4 ドア	-

また対象 s_5 は，U_{yes} の元ではないが，自分と同じ属性値を持つ（識別不能な）対象で U_{yes} の元となるものが存在する．この様な対象を全て集めた集合を U_{yes} の**上近似**という．上近似は，条件属性から「好きである可能性がある」と判断された対象の集合と捉えられる．

この様に [好き = yes] であるもの全体を形態属性で近似する事で [好き = yes] に帰結する if-then ルールを自然に定義できる．例えば，

[造形 = 有機的] ∧ [ドア数 = 2 ドア] $\Longrightarrow$ [好き = yes]

は **[好き] の下近似による決定ルール**であり，

[カラー = 白黒系] ∧ [造形 = 曲線的] $\Longrightarrow$ [好き = yes]

は **[好き] の上近似による決定ルール**である．

この論文では以降，下近似による決定ルールを**下近似ルール**，上近似による決定ルールを**上近似ルール**と呼ぶ．また近似ルールにおいて，前件部の属性値条件が極小なものを**極小決定ルール**と呼ぶ．極小決定ルールも一般的には複数存在する．

2.2 ラフ集合と感性評価モデル

ラフ集合理論は，認知と感性の間の知識を抽出する手法として注目されている．「識別不能関係」や「近似」の考え方が，人の認識や感性評価と関わっているからである．

認知データにおける縮約は，対象に対する「特徴認識」のモデルとなっている[1)4)]．人はある対象を認識するとき，対象の属性全体を認識することはない．その対象の持つ「特徴」を捉えて認識する事で，効率的な認識を行う事が知られている[5)]．対象の特徴とは，他の全ての対象に対して「その属性値が異なる＝識別が可能である」となる属性（の集合）と考える事ができる．すると縮約は「対象の認識を行うために必要な最小の属性」であり，認識が

理想的にかつ厳密に行われた時の特徴のモデルとなっている[1)4)].

また近似による決定ルールは，人の「感性評価」のモデルになっている．認知と感性との間の評価構造については，文献 6) によるモデルがある．このモデルでは，人の感性評価は，認知された情報と経験を通じて構築された因果関係によって行われると想定している．極小決定ルールは「人が対象の特徴を認識し，その特徴から感性評価を与える」事のモデルになっている．また極小決定ルールには，感性評価の持つ「組み合わせによる効果」や「観点の多様性」といった特徴も反映されている[7)8)].

ラフ集合理論は元々情報表からルールや知識を求めるための手法として知られていた．しかし感性工学への応用が提案されて以来，感性評価のモデルとして感性自体の構造に言及する研究もされている[3)].

3. 感性評価モデル $\mathcal{R}_*$

この節では表象システムに基づく感性評価モデル $\mathcal{R}_*$ を提案する．$\mathcal{R}_*$ はラフ集合によるモデルに対して，拡張的な数学的土台を与える．表象システムは，情報の流れを定式化する**チャネル理論**上の概念である．表象システムの定義は付録 A.3 に記述する．

第 3.1 節において表象システム $\mathcal{R}_*$ の定義を与える．またラフ集合の諸概念が，$\mathcal{R}_*$ に埋め込まれる事を説明する．第 3.2 節では，表象システム $\mathcal{R}_*$ によるモデルの優位性をラフ集合によるモデルと比較して述べる．

3.1 表象システム $\mathcal{R}_*$ の定義

与えられた表形式データ I に対して，表象システム $\mathcal{R}_*$ を構築する．

表 1 で示された表形式データは，情報表 $I=(S,A\cup B,V,\rho)$ として表わされる (附録 A.1 参照)．ここで A は認知属性の集合，B は感性属性の集合を表している．まず情報表 I を，次に示す分類 C_A,C_B とそれらを繋ぐ二項チャネル $\mathcal{C}$ で表現する．

定義 3.1 情報表 $I=(S,A\cup B,V,\rho)$ に対して，分類 C_A,C_B, 二項チャネル $\mathcal{C}_I$ を次のように定める．

$$C_A=(S,V_A,\models_A) \qquad\qquad C_B=(S,V_B,\models_B)$$

$$\begin{cases}\mathrm{tok}(C_A)=S\\ \mathrm{typ}(C_A)=V_A=\bigsqcup_{a\in A}V_a\\ \models_{C_A}=\{(x,\rho(x,a))\mid x\in S_A, a\in V_A)\}\end{cases}\qquad \begin{cases}\mathrm{tok}(C_B)=S\\ \mathrm{typ}(C_B)=V_B=\bigsqcup_{b\in B}V_b\\ \models_{C_B}=\{(x,\rho(x,b))\mid x\in S, b\in V_B)\}\end{cases}$$

$$\mathcal{C}_I=\{f_i:C_i\rightleftharpoons C\}_{i\in\{A,B\}}$$

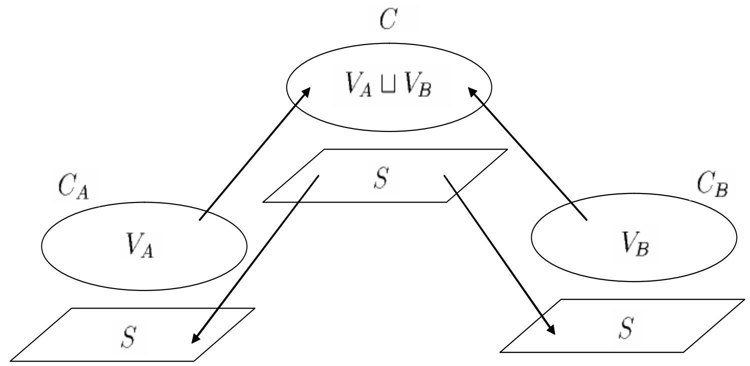

図 1 チャネル $\mathcal{C}_I$
Fig. 1 Channel$\mathcal{C}_I$

$$\begin{cases}C=(S,V_A\sqcup V_B,\models_C)\\ s\models_C w \iff s\models_A w\vee s\models_B w\\ f_A^\vee=\mathrm{id}_S:S\to S \quad f_A^\wedge=\iota_{V_A}:V_A\to V_A\sqcup V_B\\ f_B^\vee=\mathrm{id}_S:S\to S \quad f_B^\wedge=\iota_{V_B}:V_B\to V_A\sqcup V_B\end{cases}$$

つまり情報表 I の「認知データ」と「感性データ」を，それぞれ分類 C_A,C_B と考える．C_A,C_B はトークンに対象を，タイプにそれぞれの属性値を持つ分類である．以降，情報表 $I=(S,A\cup B,V,\rho)$ に対して C_A を**認知分類**，C_B を**感性分類**と呼ぶ事にする．するとチャネル $\mathcal{C}_I$ は，認知分類と感性分類の間にサポート関係 ($\models$) を結ぶ構造を与えている．

次にチャネル $\mathcal{C}_I$ の核 C 上に局所論理を定める．まず準備として C 上の正則理論 T_* を次の様に定める．

定義 3.2 C をチャネル $\mathcal{C}_I$ の核とする．C 上の理論 T_1,T_* を次の様に定める．

$T_1=(\mathrm{typ(C)},\vdash_{T_1})$

$\Gamma\vdash_{T_1}\Delta \iff \forall x\in\mathrm{tok}(C)\ (\ \forall\gamma\in\Gamma(x\models_C\gamma)\ \to\ \exists\delta\in\Delta(x\models_C\delta)\ )$

$T_*=(\mathrm{typ(C)},\vdash_*)$ ： T_1 の正則閉包

T_* は核 C 上の正則理論である．よって T_* の制約 $\vdash_*$ を用いて核 C 上に局所論理 $\mathcal{L}_*$ を定義できる．またチャネル $\mathcal{C}_I$ と $\mathcal{L}_*$ によって，表象システム $\mathcal{R}_*$ を次の様に定義できる．

定義 3.3 チャネル $\mathcal{C}_I$ において核 C 上の局所論理 $\mathcal{L}_*$ と表象システム $\mathcal{R}_*$ を次の様に定

義する． $\mathcal{L}_* = (C, \vdash_*, \mathrm{tok}(C))$, $\mathcal{R}_* = (\mathcal{C}_I, \mathcal{L}_*)$

すると $\mathcal{R}_*$ は認知分類 C_A をターゲット，感性分類 C_B をソースとした表象システムとなる．この $\mathcal{R}_*$ はラフ集合理論の下近似ルールを用いて「認知データ」と「感性データ」との繋がりを表現する表象システムとなっている．実際，表象システム $\mathcal{R}_*$ とラフ集合の下近似ルールとの間には次の対応関係が成り立つ．

命題 3.1 $\Gamma \subset V_A$ と $\delta \in V_B$ について次の (i),(ii) は同値である．

(i)$\Gamma \Rightarrow \delta$ は δ の下近似ルールである．

(ii)$\mathcal{R}_*$ において Γ は δ を表示している．

つまり $\mathcal{R}_*$ における表示関係は，ラフ集合の下近似ルールとなる．

$\mathcal{R}_*$ では，情報表 I の情報はチャネル $\mathcal{C}_I$ として表わされた．また下近似による決定ルールは，$\mathcal{R}_*$ では表示関係として表わされた．同様にラフ集合理論の主要な概念は，全てチャネル理論の上で特徴的に表わされる事が知られている[2)]．つまりラフ集合理論の「二つの表の情報を下近似を通してつなぐ」概念は，表象システム $\mathcal{R}_*$ に埋め込まれる事が分かる．

3.2 具 体 例

ここでは例として，表 2 で表わされる情報表 I_1 に対する表象システム $\mathcal{R}_*$ を具体的に解説する．

情報表 I とチャネル $\mathcal{C}_I$

情報表 I_1 に対して，認知分類 C_A と感性分類 C_B のトークンとタイプは次のようになる[⋆3]．

$$C_A : \begin{cases} \mathrm{tok}(C_A) = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\} \\ \mathrm{typ}(C_A) = \{[\text{色彩系}], [\text{白黒系}], [\text{有機的}], [\text{曲線的}], [2\ \text{ドア}], [4\ \text{ドア}]\} \end{cases}$$

$$C_B : \begin{cases} \mathrm{tok}(C_B) = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\} \\ \mathrm{typ}(C_B) = \{[\text{好き} = yes], [\text{好き} = no]\} \end{cases}$$

$$C : \begin{cases} \mathrm{tok}(C_B) = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\} \\ \mathrm{typ}(C_B) = \left\{ \begin{array}{l} [\text{色彩系}], [\text{白黒系}], [\text{有機的}], [\text{曲線的}], \\ [2\ \text{ドア}], [4\ \text{ドア}], [\text{好き} = yes], [\text{好き} = no] \end{array} \right\}. \end{cases}$$

認知分類 C_A は「人の感性に依存しない」客観的な分類である．一方，感性分類 C_B は「その人の感性に依存する」主観的な分類である．$s \in \mathrm{tok}(C)$ は，$s \in \mathrm{tok}(C_A)$ と $s \in \mathrm{tok}(C_B)$ を核 C 上で連結している．

表示関係と決定ルール

$\mathcal{R}_*$ では，認知分類 C_A のタイプの集合 {[有機的],[2 ドア]} が，感性分類 C_B のタイプ [好き = yes] を表示している．これは，次の決定ルール

$$[\text{有機的}] \quad \wedge \quad [2\ \text{ドア}] \quad \Longrightarrow \quad [\text{好き} = \text{yes}] \tag{1}$$

が「[好き = yes] の下近似ルール」である事と同値である．この事は「[有機的][2 ドア] という認知要素を持つ対象を全て [好き = yes] と感じる」事から「[有機][2 ドア] という認知要素がこの人の [好き] という感性評価に作用している」と考える事と同じである．

表象関係と感性評価

$\mathcal{R}_*$ では，認知分類 C_A と感性分類 C_B を分ける事でこれらを別々の世界と表現した．つまり同じ対象 s でも，客観的に分類される対象 $s \in \mathrm{tok}(C_A)$ と，人の感性によって分類される対象 $s \in \mathrm{tok}(C_B)$ を分けて考えている．$\mathcal{R}_*$ では，任意の s について $s \in \mathrm{tok}(C_A)$ が $s \in \mathrm{tok}(C_B)$ を表象している．つまり「客観的な世界 (C_A) の対象 s が，人の感性の世界 (C_B) の対象 s を表象している」という見方ができる．

ラフ集合理論では，決定ルールを用いて感性評価を推論する事が考えられている．例えば今，対象 x が {[有機的][2 ドア]} の認知要素を持っているとする．決定ルール (1) を用いると，対象 x は [好き = yes] と感じるであろうと推測できる．この事は $\mathcal{R}_*$ では「$x \in C_A$ は $x \in C_B$ を [好き = yes] と感じるものとして表象する」という表現と対応している．つまり「下近似ルールを用いた感性評価」は「$\mathcal{R}_*$ の表象関係」と対応している．

またこの時，対象 s_4 は [好き] と感じられているにも関わらず，$\mathcal{R}_*$ においては [好き = yes] であるとは表象されない．これは $\mathcal{R}_*$ が完全性の持たない下近似ルールから作られている事による．表象システム $\mathcal{R}_*$ による感性評価は，表示関係のみに依存しない事が分かる．

3.3 $\mathcal{R}_*$ の優位性

表象システムによる感性評価モデル $\mathcal{R}_*$ は，ラフ集合によるモデルと比較して次の優位性を持つ．

(i) ルールの自由さ

ラフ集合における因果関係（決定ルール）は，近似の概念を経由して作られていた[⋆4]．これに対し $\mathcal{R}_*$ では，ルールは局所論理の「制約」としてより自由に考えられる[⋆5]．

⋆3 正確には，C_A のタイプは [色 = 色彩系],[造形 = 有機的] と属性名を添えて表示する．この論文では以降，認知分類 C_A のタイプを属性値名のみで表示する．

⋆4 チャネル理論でも近似に対応する概念を定義できる．これについては第 6 節で解説する．

⋆5 局所論理の制約は，Identity, Weakening, Global Cut という三つの規則を満たす必要がある．

Vol.2010-MPS-80 No.22
2010/9/29

(ii) ラフ集合理論にはない概念

チャネル理論にはラフ集合理論にはない概念が存在する[2]．よってラフ集合で扱う表形式データ (情報表 I) を $\mathcal{R}_*$ で表現する事で，チャネル理論の概念を用いる事ができる様になる．これにより知識抽出の新たな分析手法を考える事が期待できる．

(iii) 分類上の理論

表形式データ (情報表 I) では，認知データと感性データはそれぞれ「情報表」として与えられていた．これに対し $\mathcal{R}_*$ では，認知データと感性データはそれぞれ「分類」で表現された．チャネル理論における分類は，タイプ上に制約を定める事で局所論理となる（付録 A.2 参照）．つまり $\mathcal{R}_*$ では，認知データ C_A と感性データ C_B の上にそれぞれ独立した理論を持つ局所論理を考えられる．

4. 成　　果

この節では，感性評価のモデルとして $\mathcal{R}_*$ を提案した事の成果を述べる．

4.1 因果関係の区別

第 1.1 節で示した二種類の因果関係 (I),(II) について，ラフ集合理論では理論的な区別を与えられなかった．ラフ集合理論にでは、因果関係は「if-then ルール」としてしか表せないからである．一方表象システムによるモデル $\mathcal{R}_*$ では，(I),(II) を異なる概念として区別する事ができる．

(I) の因果関係「$\Gamma \Longrightarrow \delta$」は，$\mathcal{R}_*$ では「Γ が δ を表示している」と表現できる．実際，$\mathcal{R}_*$ の「表示関係」は，認知属性値 ($\mathrm{typ}(C_A)$) から感性属性値 ($\mathrm{typ}(C_B)$) への「世界をまたぐ因果関係」である．

また (II) の因果関係「$\Gamma \Longrightarrow \delta$」は，$\mathcal{R}_*$ では「$C_B(C_A)$ 上の局所論理の制約 $\Gamma \vdash \delta$」と表現できる．前節 (iii) で見たように，C_A と C_B はタイプ上にルール（制約）を与え局所論理とみなす事ができる．例えば C_B 上に局所論理 $\mathcal{L}_B = (C_B, \vdash_B, N_B)$ が与えられているとする．この時 $\mathcal{L}_B$ の制約 $\vdash_B$ は，感性属性値 ($\mathrm{typ}(C_B)$) から感性属性値 ($\mathrm{typ}(C_B)$) への「同世界内の因果関係」と捉えられる．

「表示関係」と「$C_B(C_A)$ 上の局所論理の制約」は，$\mathcal{R}_*$ 上では異なる性質を持つ概念である．この様に $\mathcal{R}_*$ の枠組みでは，因果関係 (I),(II) を理論的に異なる概念として表現できる．

4.2 感性の構造研究に対する意義

感性の研究の立場から，$\mathcal{R}_*$ の成果の意義を説明する．

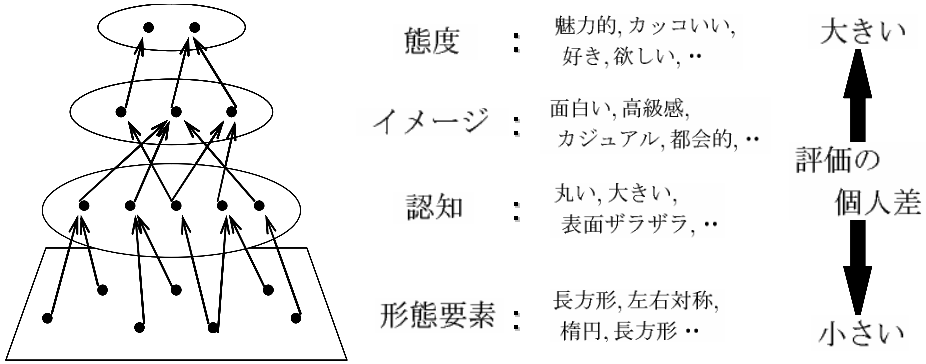

図 2 評価構造のモデル
Fig. 2 Model of evaluation structure

前述した通り，感性評価の構造としては井上によるモデルがある[6)⋆6]．このモデルでは，感性評価に用いられる「感性語」に関して，上下方向に逐次因果関係で結ばれる「階層構造」を持つことが想定されている．感性語は「大きい」「小さい」など認知的なものから「魅力的」「好き」など態度を表すものまで，上下に階層的な構造をなす．**図 2** では評価の個人差が大きい感性語ほど高位に描かれている．人は対象に感性評価を与えるとき「認知した情報」と「階層間の因果関係」によって感性評価を行っていると考える．この評価構造は各人固有のもので，経験を通じて構築されるとされる．

この論文で提案したモデル $\mathcal{R}_*$ は，図 2 における上下方向の階層の関係をモデル化したものといえる．$\mathcal{R}_*$ は「認知を表す感性語の階層 (C_A)」と「イメージや態度を表す感性語の階層 (C_B)」の間の構造と考えられる．

この階層構造に関する研究について，文献 3) では「同一階層内の横方向の構造についてはほとんど報告がない」と述べられている．これに対して $\mathcal{R}_*$ では C_A,C_B それぞれの上に独立した局所論理を考えられる．$\mathcal{R}_*$ に対して C_A,C_B 上の局所論理を考察することは,「横方向の構造」の研究に有効であると思われる．

⋆6 このモデルは認知心理学理論の原型である「パーソナルコンストラクト理論」がもとになっている．

Vol.2010-MPS-80 No.22
2010/9/29

5. 成果の例

この説では $\mathcal{R}_*$ の特性を生かし「感性評価間の因果関係」を求める方法を示す．これは新たなモデル $\mathcal{R}_*$ を提案した成果の例となる．まず第 5.1 節で手法の論理的解説を行う．第 5.2 節では具体的な表形式データを元に手法を解説する．その後，第 5.3 節で手法における $\mathcal{R}_*$ の貢献について述べる．

5.1 手法の理論的解説

$\mathcal{R}_*$ を情報表 $I = (S, A \cup B, V, \rho)$ から作られる感性評価モデルとする．この時，$\mathcal{R}_*$ に対して感性分類 C_B 上の制約を次の方法で求める．

まず C_B と同じトークン，タイプを持つ感性分類 $(C_B)_*$ を次で定義する．

定義 5.1 表象システム $\mathcal{R}_*$ に対して分類 $(C_B)_*$ を次の様に定義する．

$(C_B)_* = (S_B, V_B, \models_{B_*})$

$$s \models_{B_*} \delta \iff \begin{array}{c}\mathcal{R}_*\text{において } s \in \mathrm{tok}(C_A) \text{ は } s \in \mathrm{tok}(C_B) \text{ を} \\ \delta \in \mathrm{typ}(C_B) \text{ をタイプに持つものとして表象する．}\end{array}$$

この $(C_B)_*$ は C_B に対して，より「確実な」感性分類となっている．

例えば $(C_B)_*$ 上で $s \models_{B_*} \delta$ であるとする．すると定義から $s \in \mathrm{tok}(C_A)$ は $s \in \mathrm{tok}(C_B)$ を，R_* においてタイプ δ を持つものとして表象している．この事は R_* の定義より，s と識別不能な任意の $x \in \mathrm{tok}(C_A)$ が C_B 上で $x \models_B \delta$ となる事と同値である．

次に $(C_B)_*$ 内の制約を求める．チャネル理論では任意の分類 C に対して，C 上の局所論理 $\mathrm{Log}(C)$ を作れる (附録 A.2 参照)．今，感性分類 $(C_B)_*$ に対して $\mathrm{Log}((C_B)_*)$ を求める．すると $\mathrm{Log}((C_B)_*)$ の制約 $\vdash_{Log((C_B)_*)}$ は健全で完全な $\mathrm{typ}(C_B)$ 上の制約である．その制約 $\Gamma \vdash_{Log((C_B)_*)} \delta$ を求めることで，感性評価間の因果関係が求められる．

5.2 具体例

例として，**表 3** の情報表 I_2 を用いて前節の手法を追う．I_2 は，認知属性に [カラー],[造形],[ドア数] を持ち，感性属性に [欲しい],[好き] を持つ情報表である．今 $\mathcal{R}_*$ を I_2 から作られる感性評価モデルとする．

まず $\mathcal{R}_*$ の感性分類 C_B に対して $(C_B)_*$ を求める．すると $(C_B)_*$ は**表 4** で表される分類になる事が分かる．今この $(C_B)_*$ について詳しく見てみる．

$(C_B)_*$ では対象 s_4 について「 $s_4 \models_{B_*}$ [好き $= yes$] 」が成り立っている．$s_4 \in C_A$ の持つタイプ {[色彩系],[曲線的],[2 ドア]} は $\mathcal{R}_*$ において [好き=yes] を表示しており，よって

表 3 情報表 I_2
Table 3 Information table I_2

対象	カラー	造形	ドア数	欲しい	好き
s_1	色彩系	有機的	2 ドア	-	-
s_2	色彩系	曲線的	4 ドア	yes	-
s_3	白黒系	有機的	2 ドア	yes	yes
s_4	色彩系	曲線的	2 ドア	yes	yes
s_5	色彩系	曲線的	2 ドア	-	yes
s_6	色彩系	曲線的	4 ドア	-	yes
s_7	白黒系	曲線的	4 ドア	yes	yes

表 4 $(C_B)_*$ に対応する情報表
Table 4 Information table about $(C_B)_*$

対象	欲しい	好き
s_1	-	-
s_2	-	-
s_3	yes	yes
s_4	-	yes
s_5	-	yes
s_6	-	-
s_7	yes	yes

$s_4 \in C_B$ は [好き $= yes$] をタイプに持つものとして表象されているからである．実際，次の決定ルールは情報表 I_2 における下近似ルールとなっている．

[色彩系] $\wedge$ [曲線的] $\wedge$ [2 ドア] $\implies$ [好き=yes]

一方，対象 s_6 については「 $s_6 \not\models_{B_*}$ [好き $= yes$] 」となっている．$s_6 \in \mathrm{tok}(C_A)$ の持つタイプ {[色彩系],[曲線的],[4 ドア]} は $\mathcal{R}_*$ において [好き=yes] を表示せず，よって $s_6 \in \mathrm{tok}(C_B)$ は [好き $= yes$] をタイプに持つものとして表象されないからである．実際，次の決定ルールは情報表 I_2 における下近似ルールとはなっていない．

[色彩系] $\wedge$ [曲線的] $\wedge$ [4 ドア] $\implies$ [好き=yes]

感性分類 $(C_B)_*$ は C_B に対して，より確実性の強い分類を表している．$(C_B)_*$ において $a \models_{B_*} \alpha$ となるためには，C_B 上で $a \models_B \alpha$ である事に加え，C_A 上で a と識別不能な任意の対象 x に対して $x \models_B \alpha$ となる必要があるからである．

次に $(C_B)_*$ に対して $\mathrm{Log}((C_B)_*)$ の制約を求める．すると次のルールを求める事ができる．

$[\text{欲しい} = yes] \vdash_{\mathrm{Log}(C_B)_*} [\text{好き} = yes]$

一方，元の C_B に対する $\mathrm{Log}(C_B)$ の制約を求めてみると

$[\text{欲しい} = yes] \not\vdash_{\mathrm{Log}(C_B)} [\text{好き} = yes]$

となっている．この様に二つの感性分類 C_B,$(C_B)_*$ では，感性評価間に成り立つルールが異なる事がある．

5.3 $\mathcal{R}_*$ の貢献

新たなモデル $\mathcal{R}_*$ の貢献は，認知分類 C_A の情報が加味された感性分類 $(C_B)_*$ やその制約 $\mathrm{Log}((C_B)_*)$ を自然に定義できたことである．

$(C_B)_*$ は C_A の情報に依存したものとなっている．また，求められた因果関係 $\Gamma \vdash_{\mathrm{Log}((C_B)_*)} \delta$ は $\mathcal{R}_*$ を通して C_A の情報を加味されたものになっている．この $(C_B)_*$ や $\mathrm{Log}((C_B)_*)$ は，表象システムやチャネル理論の概念を用いる事で自然に定義できた．

一方，ラフ集合理論の概念では $\mathrm{Log}((C_B)_*)$ を定義することは複雑である．対応する概念を考えることは可能であるが[⋆7],「近似を求める」「新たに情報表を作る」「ルールを求める」という動作を組み合わせて行うため，自然に定義することが難しい．

6. 上近似と表象システム

この節ではチャネル理論と上近似の関係について述べる．上近似ルールは局所論理上の制約としては欠陥がある．よって下近似ルールにおける $\mathcal{R}_*$ の様な表象システムを構成する事ができない．第 6.1 節ではその事について解説する．また第 6.2 節では上近似や上近似ルールの概念をチャネル理論上で再構成する．

6.1 上近似ルールの欠陥

$\mathcal{R}_*$ はラフ集合の下近似ルールの性質を元に提案した．ここでは同様の考え方で上近似ルールの性質を元にした表象システム $\mathcal{R}^*$ を構成する事を考える．

今，情報表 $I = (S, A \cup B, V, \rho)$ に対して，分類 C_A,C_B, 二項チャネル $\mathcal{C}_I$ を $\mathcal{R}_*$ と同様に定める．まず準備として $\mathcal{C}_I$ の核 C 上の正則理論 T^* を定める．

定義 6.1 C をチャネル $\mathcal{C}_I$ の核とする．理論 T_2,T^* を次の様に定める．

$T_2 = (\mathrm{typ(C)}, \vdash_{T_2})$

$\Gamma \vdash_{T_2} \Delta \iff \exists x \in \mathrm{tok}(C)\ (\forall \gamma \in \Gamma(x \models_C \gamma)\ \wedge\ \exists \delta \in \Delta(x \models_C \delta)$

$T^* = (\mathrm{typ(C)}, \vdash^*)$ ： T_2 の正則閉包

⋆7 $(C_B)_*$ において $\mathrm{tok}(\delta)$ は δ の下近似と一致する．また Log の制約は下近似ルールとして求める事ができる．

定義 6.2 チャネル $\mathcal{C}_I$ において核 C 上の局所論理 $\mathcal{L}^*$ と表象システム $\mathcal{R}^*$ を次の様に定義する．

$\mathcal{L}^* = (C, \vdash^*, N^*)$ （N^* は任意の $\vdash^*$ の制約を満たすトークンの集合）

$\mathcal{R}^* = (\mathcal{C}_I, \mathcal{L}^*)$

すると，$\mathcal{R}^*$ と上近似ルールの間に次の関係が成り立つ．

命題 6.1 $\Gamma \subset V_A$, $\delta \in V_B$ とする．この時 (i)⇒(ii) が成り立つ．

(i)$\Gamma \Rightarrow \delta$ は δ の上近似ルール

(ii)$\mathcal{R}^*$ において Γ は δ を表示している．

この様に $\mathcal{R}^*$ を定義すると一見して意図した表象システムを構成できたと思われる．しかし実際には，$\mathcal{R}^*$ の表示関係 $\vdash^*$ には上近似ルールと一致しない制約が含まれている．この事について説明する．

局所論理における制約の集合 $(\vdash)$ は一般的に Identity,Weakening,Global Cut の三つの性質を持つ必要がある．しかし上近似ルールは，次の weakening の性質を満たしていない事が分かる．

$$\text{weakening}: \quad \begin{array}{c} \text{任意の}\Gamma, \Gamma', \Delta, \Delta' \subset \mathrm{typ}(C) \text{ について} \\ \Gamma \vdash \Delta \text{のとき}, \Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta' \end{array}$$

つまり $\Gamma \Rightarrow \delta$ が上近似ルールである時，$\Gamma \subset \Gamma'$ となる Γ' に対して $\Gamma' \Rightarrow \delta$ は上近似ルールであるとは限らない．例えば今，情報表 $I = (S, A \cup B, V, \rho)$ において $\Gamma \Rightarrow \delta$ が上近似ルールであるとする．この時，定義より $S_\Gamma \cap S_\delta \neq \emptyset$ が成り立つ[⋆8]．ここで $\gamma' \notin \Gamma$ でかつ $S_{\gamma'} \cap S_\delta = \emptyset$ であるような γ' に対して，$\Gamma \cup \{\gamma\} \Rightarrow \delta$ は上近似ルールにはならない．

Weakening を満たさない上近似ルールは，局所論理上の制約としては表現できない．理論 T_2 から正則閉包 T^* を作る際に，上近似ルールとならない制約が含まれてしまうからである．よって，この様に作られた表象システム $\mathcal{R}^*$ も意図したものにはならない．

6.2 チャネル理論上での上近似・決定ルール

上近似ルールは「Weakening を満たさない」という欠陥ゆえ，局所論理の制約として表現できなかった．しかしチャネル理論では，ラフ集合の上近似や上近似ルールに対応する概念を次の様に構成することが出来る．

⋆8 S_δ は δ を属性値に持つ対象の集合である．また S_Γ は任意の $\gamma \in \Gamma$ を属性値にもつ対象の集合である．附録 A.1 参照

チャネル $\mathcal{C}_I$ を今までと同様に定義する．Boole(C) を核 C のブール閉包とする．今 $\delta \in V_B$ に対して，次の Boole(C) 上のタイプを考える．

$$\bigvee\{ \ \bigwedge(\mathrm{typ}(x)\cap V_B) \mid x \in \mathrm{tok}(C), x \models_C \delta \ \}$$

すると，これについて次が成り立つ．

命題 6.2 $\delta \in V_B$ について，次の (i),(ii) は同値である．

(i) $x \in A^\sharp(S_\delta)$ 　($A^\sharp(S_\delta)$ は $S_\delta(=\mathrm{tok}(\delta))$ の上近似)

(ii) $x \models_{\mathrm{Boole}(C)} \bigvee\{ \ \bigwedge(\mathrm{typ}(x)\cap V_B) \mid x \in \mathrm{tok}(C), x \models_C \delta \ \}$

つまりラフ集合における上近似 $C^\sharp(\delta)$ は，チャネル理論上では Boole(C) 上のタイプ $\bigvee\{ \ \bigwedge(\mathrm{typ}(x)\cap V_B) \mid x \in \mathrm{tok}(C), x \models_C \delta \ \}$ を満たすもの，と表現できる．また上近似ルールについて次の事が成り立つ．

命題 6.3 $\Gamma \subset V_A, \delta \in V_B$ について次の二つは同値である．

(i) $\Gamma \Rightarrow \delta$ が上近似ルール

(ii) $\Gamma \vdash_{\mathrm{Log(Boole}(C))} \bigvee\{ \ \bigwedge(\mathrm{typ}(x)\cap V_B) \mid x \in \mathrm{tok}(C), x \models_C \delta \ \}$

この様に上近似ルールは，局所論理の制約としては不完全であったが，局所論理のブール制約を用いると自然に表現することができる．よってラフ集合理論の上近似・上近似ルールはチャネル理論において再構成する事ができる．

7. おわりに

この論文では「認知」と「感性」に関する表形式データ I に対して，表象システムによる感性評価モデル $\mathcal{R}_*$ を提案した．また $\mathcal{R}_*$ はラフ集合による既存のモデルの拡張的な枠組みとなった．

今後は表形式データ I を表象システム $\mathcal{R}_*$ で表現する事で，感性の構造に対する研究の道具としての利用可能性を研究する．(第 5 節ではその一例を示した．) 第 3 節, 第 4 節で示した $\mathcal{R}_*$ の優位性を利用する事で，更なる知識獲得手法・分析手法の発展が期待される．

第 6 節からも見られる通り，チャネル理論は強力な論理的土台を持っている．また豊かな表現力も持ち，その説明力に期待が寄せられている[9]．チャネル理論の強力な枠組みや概念を,「認知」と「感性」の間の研究にいかに用いれるかを追求していく意義がある．

参 考 文 献

1) 森　典彦：ラフ集合と感性工学，日本ファジィ学会誌， Vol.13, No.6, pp.600–607 (2001).
2) 平塚史人，井出陽子，向井国昭：チャネル理論からみたラフ集合論，電子情報通信学会技術研究報告. PRMU, パターン認識・メディア理解， Vol.110, No.27, pp.91–96 (2010).
3) 森　典彦：感性語の因果推定に現れる連鎖的構造，東京工芸大学芸術学部紀要，Vol.5, pp.55–59 (1999).
4) 森　典彦：感性を目的とするモノ作りの立場から見たラフ集合:感性工学応用の創造的デザイン支援システムのための基本的枠組みを考える (その 2)，東京工芸大学芸術学部紀要， Vol.8, pp.79–85 (2002).
5) 古谷　繁：乗用車の車体形状における特徴把握の構造，千葉大学大学院自然科学研究科学位申請論文，pp.21–39 (1994).
6) 井上勝雄，広川美津雄：認知部位と評価用語の関係分析，感性工学研究論文集，Vol.1, No.2, pp.13–20 (2000).
7) 原田利宣，井上勝雄，高橋　靖，森　典彦：感性とラフ集合-ラフ集合の実際的応用に向けて-，日本ファジィ学会誌， Vol.16, No.5, pp.416–424 (2004).
8) 井上勝雄：ラフ集合の感性工学への応用，海文堂出版 (2009).
9) 下嶋　篤：チャンネル理論でなにができるか，日本ファジィ学会誌， Vol.10, No.5, pp.13–22 (1998).
10) Barwise, J. and Seligman, J.: *Information Flow: The Logic of Distributed Systems*, The Press Syndicate Of The University Of Cambridge (1997).

付　　録

A.1 ラフ集合理論における数学的定義

この節では，ラフ集合理論における諸概念の数学的な定義を解説する．

定義 A.1.1 **情報表** $I=(U,AT,V,\rho)$ は次から構成される．

$$\begin{cases} U：\text{対象全体の集合} \\ AT：\text{属性の集合} \\ V=\bigsqcup_{a\in AT} V_a \\ \qquad V_a：\text{属性に対する属性値} \\ \rho : U\times AT \to V：\text{属性値を与える関数} \\ \qquad \forall a \in AT\ (\rho(U\times\{a\}) \subset V_a) \end{cases}$$

また**決定表**は属性 AT が条件属性 C と決定属性 D に分割された情報表 $I=(U,C\cup D,V,\rho)$ と定義する．

定義 A.1.2 情報表 $I=(U,AT,V,\rho)$ とする．$v\in V,\Gamma\subset V$ に対して U_v,U_Γ を次の様

Vol.2010-MPS-80 No.22
2010/9/29

に定義する．

$$U_v = \{x \in U \mid \exists a \in AT\ (\rho(x,a) = v)\}$$
$$U_\Gamma = \bigcap\{U_\gamma \mid \gamma \in \Gamma\}$$

定義 A.1.3 情報表 $I = (U, AT, V, \rho)$ において，属性の集合 $A \subset AT$ に対する U 上の**識別不能関係**R_A を次のように定義する．

$$xR_Ay \iff \forall a \in A\ (\ \rho(x,a) = \rho(y,a)\ )$$

また，$x \in U$ の R_A による同値類を $[x]_{R_A}$ と表わす．

定義 A.1.4 決定表 $I = (U, C \cup D, V, \rho)$ において，δ を決定属性 d の決定属性値とする．この時 U_δ の上近似 $C^\sharp(U_\delta)$, 下近似 $C_\sharp(U_\delta)$ をそれぞれ次のように定義する[⋆9]．

$$C^\sharp(U_\delta) = \{x \in U \mid [x]_C \cap U_\delta = \emptyset\}$$
$$C_\sharp(U_\delta) = \{x \in U \mid [x]_C \subset U_\delta\}$$

属性値に関する決定ルールを $\Gamma \Rightarrow \Delta$ と表す.（複雑さを避けるため，この論文では決定値の集合 Δ は一つの決定値 δ からなるものとする.）

定義 A.1.5 決定表 $I = (U, C \cup D, V, \rho)$ において，δ を決定属性 d の属性値とする．$\Gamma \Rightarrow \delta$ が U_δ の下近似 $C_\sharp(U_\delta)$ に対する決定ルールであるとは，次を満たす事である．

任意の $x \in U$ について（ $x \in U_\Gamma \Longrightarrow x \in C_\sharp(U_\delta)$ ）

（上近似の場合は $x \in C^\sharp(U_\delta)$）

この論文では「δ の下近似 $C^\sharp(U_\delta)$ による決定ルール」を省略し，δ **の下近似ルール**と呼ぶ（上近似についても同様）．決定ルールにおいても前件部の属性値条件の個数が極小なものを**縮約**あるいは**極小決定ルール**と呼ぶ.

A.2 チャネル理論における数学的定義

チャネル理論は 1997 年に提唱された理論である[10)]．今後の応用・実用方面での発展が注目されている[9)]．チャネル理論では**局所論理**と呼ばれる論理構造を考える．そして局所論理間を**情報射**や**チャネル**で繋げる事でその論理性の比較を行う．

定義 A.2.1 分類 $C = (\mathrm{tok}(C), \mathrm{typ}(C), \models_C)$ は次から構成される．

$$\begin{cases} \mathrm{tok}(C): \text{分類されるものの集合} \\ \mathrm{typ}(C): \text{分類するものの集合} \\ \models_C\ :\mathrm{tok}(C) \text{ と } \mathrm{typ}(C) \text{ の二項関係} \end{cases}$$

$\mathrm{tok}(C)$ の元を C の**トークン**，$\mathrm{typ}(C)$ の元を C の**タイプ**と呼ぶ．また $\mathrm{typ}(C)$ の部分集合の組 (Γ, Δ) を C の**シーケント**呼ぶ.

定義 A.2.2 分類 $C = (\mathrm{tok}(C), \mathrm{typ}(C), \models_C)$ とする．任意の $a \in \mathrm{tok}(C)$ に対して $\mathrm{typ}(a)$ を，任意の $\alpha \in \mathrm{typ}(C)$ に対して $\mathrm{tok}(\alpha)$ をそれぞれ次で定義する．

$$\mathrm{typ}(a) = \{x \in \mathrm{tok}(C) \mid a \models_C x\}$$
$$\mathrm{tok}(\alpha) = \{x \in \mathrm{tok}(C) \mid x \models_C \alpha\}$$

定義 A.2.3 トークン x がを次を満たすとき，x はシーケント (Γ, Δ) を**満足する**という．

$$\forall \gamma \in \Gamma(\ x \models_C \gamma\ ) \implies \exists \delta \in \Delta(\ x \models_C \delta\ )$$

定義 A.2.4 分類 C 上の**理論** T は次から構成される．

$T = (\mathrm{typ}(C), \vdash)$ $\quad\vdash$: C のシーケントの集合

シーケント (Γ, Δ) が $\vdash$ の元である事を $\Gamma \vdash \Delta$ と書く．また $\vdash$ が identity, weakening, Global cut の三つの性質[⋆10] を満たすとき理論 T は**正則**であるという．

命題 A.2.1 $T = (\mathrm{typ}(C), \vdash)$ を分類 C 上の理論とする．このとき T に対して正則理論 $\bar{T} = (\mathrm{typ}(C), \bar{\vdash})$ で，$\vdash\ \subset\ \bar{\vdash}$ を満たす最小のものが存在する．この $\bar{T}$ を T の**正則閉包**と呼ぶ.

定義 A.2.5 分類 C 上の**局所論理** $\mathcal{L} = (C, \vdash_{\mathcal{L}}, N)$ は次から構成される．

$$\begin{cases} C: \text{分類} \\ \vdash_{\mathcal{L}}\ : C \text{ のシーケントの集合} \\ \quad (\ \mathrm{typ}(C), \vdash_{\mathcal{L}}\ ) \text{ はC上の正則理論となる.} \\ N: \mathrm{tok}(C) \text{ の部分集合で次を満たす} \\ \quad \text{任意の } n \in N \text{ は} \vdash_{\mathcal{L}} \text{ に属する任意のシーケントを満足する.} \end{cases}$$

$\mathcal{L}$ において $\Gamma \vdash_{\mathcal{L}} \Delta$ であるとき，シーケント (Γ, Δ) は $\mathcal{L}$ の**制約**であるという．また N の元を**正常なトークン**という．定義から正常なトークンは任意の制約を満たす.

定義 A.2.6 局所論理 $\mathcal{L}$ について，任意のトークンが正常である時，$\mathcal{L}$ は**健全**であるという．また任意のトークンが満足するシーケント (Γ, Δ) が $\mathcal{L}$ の制約である時，$\mathcal{L}$ は**完全**であるという．

逆にある分類 C が与えられたとき，C 上に健全かつ完全な局所論理を一意的に作ることが

⋆9 ラフ集合理論の伝統では上近似・下近似はそれぞれ $C^*(U_\delta)$,$C_*(U_\delta)$ と $*$ を用いて表記される．$\sharp$ を用いた理由は，本論文で定義する表象システム $\mathcal{R}^*$ などとの混乱を防ぐためである．

⋆10 任意の $\alpha, \Gamma, \Gamma', \Delta, \Delta'$ について
identity : $\alpha \vdash \alpha$
weakening : $\Gamma \vdash \Delta$ のとき，$\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'$.
Global Cut : Σ の任意の分割 $< \Sigma_0, \Sigma_1 >$ について $\Gamma, \Sigma_0 \vdash \Delta, \Sigma_0$ が成り立つとき，$\Gamma \vdash \Delta$

Vol.2010-MPS-80 No.22
2010/9/29

できる．それを Log(C) と表す．Log(C) は制約$\vdash_{\mathrm{Log}(C)}$ を任意のトークンが満足するシーケントの集合，正常なトークンを $N = \mathrm{tok}(C)$ とした局所論理である．

定義 A.2.7 分類 C_1 から分類 C_2 への**情報射** $f : C_1 \rightleftarrows C_2$ とは二つの写像の組 $f = (f^\wedge, f^\vee)$ で次の条件を満たすものである．

$$\begin{cases} f^\wedge : \mathrm{typ}(C_1) \longrightarrow \mathrm{typ}(C_2) \\ f^\vee : \mathrm{tok}(C_2) \longrightarrow \mathrm{tok}(C_1) \end{cases} \qquad a \models_{C_2} f^\wedge(\alpha) \Longleftrightarrow f^\vee(a) \models_{C_1} \alpha$$

定義 A.2.8 分類 C_1, C_2 の間の**二項チャネル**$\mathcal{C}$ は，C_1, C_2 から **核** と呼ばれる分類 C への情報射の族 $\mathcal{C} = \{f_i \mid f_i : C_i \rightleftarrows C\}_{i\in\{1,2\}}$ である．核 C のトークン $c \in \mathrm{tok}(C)$ は**連結**と呼ばれる．またこの時 c は各分類のトークン $f_1^\vee(c)$ と $f_2^\vee(c)$ を**連結している**といわれる．

定義 A.2.9 分類 C に対して，C の**ブール閉包**Boole(C) は次の分類である．

$$\begin{cases} \mathrm{Boole}(C)\ \text{のトークン：}\ C\ \text{のトークン} \\ \mathrm{Boole}(C)\ \text{のタイプ}\ \ \text{：}\ \mathrm{typ}(C)\ \text{の分割}\ (\Gamma, \Delta)\ \text{の任意の集合} \\ \qquad a \models_{\mathrm{Boole}(C)} \alpha \iff (\mathrm{typ}(a), \mathrm{typ}(C) - \mathrm{typ}(a)) \in \alpha \end{cases}$$

定義 A.2.10 分類 C 上に次の性質を満たす演算 $\bigwedge, \bigvee, \neg$ が存在するとき，分類 C は **Boolean** であるという．

任意の $\Gamma \subset \mathrm{typ}(C), \delta \in \mathrm{typ}(C), x \in \mathrm{tok}(C)$ に対して

$$\bigwedge : \mathcal{P}(\mathrm{typ}(C)) \longrightarrow \mathrm{typ}(C) \qquad x \models \bigwedge(\Gamma) \Longleftrightarrow \forall\gamma \in \Gamma(x \models \gamma)$$
$$\bigvee : \mathcal{P}(\mathrm{typ}(C)) \longrightarrow \mathrm{typ}(C) \qquad x \models \bigvee(\Gamma) \Longleftrightarrow \exists\gamma \in \Gamma(x \models \gamma)$$
$$\neg : \mathrm{typ}(C) \longrightarrow \mathrm{typ}(C) \qquad x \models \neg(\gamma) \Longleftrightarrow x \not\models \gamma$$

また，$\bigwedge(\Gamma), \bigvee(\Gamma), \neg(\Gamma)$ をそれぞれ $\bigwedge\Gamma, \bigvee\Gamma, \neg\Gamma$ と書く．

命題 A.2.2 分類 C に対して Boole(C) は Boolean である．

A.3 表象システムの定義

定義 A.3.1 表象システム $\mathcal{R} = (\mathcal{C}, \mathcal{L})$ は次から構成されている．

$$\begin{cases} \mathcal{C} : \text{二項チャネル}\quad \mathcal{C} = \{f : A \rightleftarrows C, g : B \rightleftarrows C\} \\ \quad A : \textbf{ソース}\text{と呼ばれる分類} \\ \quad B : \textbf{ターゲット}\text{と呼ばれる分類} \\ \mathcal{L} : \text{核 C 上の局所論理} \end{cases}$$

表象システム $\mathcal{R}$ において，ソース A のトークンを**表象**と呼ぶ．B のトークン b と表象 a がチャネル $\mathcal{C}$ によって $c \in \mathrm{tok}(\mathrm{C})$ と連結している時，a は b を**表象している**という．特に c が L の正常なトークンである時，**正確に**表象しているという．$\Gamma \subset \mathrm{typ}(A)$ と $\delta \in \mathrm{typ}(B)$ について，$f^\wedge(\Gamma) \vdash_L g^\wedge(\{\delta\})$ が成り立っているとき，Γ は δ を**表示する**という．また $a \in \mathrm{tok}(A)$ について，typ(a) が表示する B のタイプ全体の集合を，a の**内容**という．ある $a \in \mathrm{tok}(A)$ が $b \in \mathrm{tok}(B)$ を表象し，$\beta \in \mathrm{typ}(B)$ が a の内容の元である時，a は b を**β を持つものとして表象している**という．また，b がある a によって β を持つものとして表象されていて，かつ $b \models_B \beta$ でない時，**aはbを誤表象している**という．これらによって，表象システムにおける次の特徴的な命題が成り立つ．

命題 A.3.1 a が b を正確に表象している時，次が成り立つ．

$$a\ \text{が}\ b\ \text{を}\ \beta\ \text{を満たすものとして表象している} \quad \Longrightarrow \quad b \models \beta$$

命題 A.3.1 において「正確に表象している」という仮定がない場合は成り立たない．すなわち d を a に表象される B のトークンとすると d が正確に表象されていない場合は，命題 A.3.1 は成り立たない．すなわち，a が d を β を満たすものとして表象していても正しい表象でなければ $d \models \beta$ である事は導けない．また逆に $d \models \beta$ である事から，d は正確に表象されているという事は導けない．

(平成 22 年 8 月 31 日受付)
(平成 22 年 9 月 29 日採録)