

## 部分空間の疎分解に基づくパターン識別法

伊東 隼人<sup>†1</sup> 酒井 智弥<sup>†2</sup> 井宮 淳<sup>†2</sup>

本研究では、未知のパターンを簡潔に説明できる少数の既知のパターンによってクラスを決定する識別法を提案する。提案手法は質問データ集合の線形部分空間を疎分解することでこの識別を実現する。疎分解とは、クラスが既知であるパターン（訓練データ）を用いて質問データを合成する際に、なるべく少数の訓練データを用いて合成するという条件を付加した最小化問題を解くことを指す。本手法は圧縮センシングにおける信号復元の手法を応用し、複数のパターンに複数のクラスを多対多で対応づける識別を実現するものである。実験では同一人物の複数の顔画像から人物を特定する複数対1の識別問題について、提案手法のノイズに対する頑健性、およびランダム射影による次元圧縮の有効性を実験的に評価した。

## Pattern Classification by Sparse Subspace Method

HAYATO ITOH,<sup>†1</sup> TOMOYA SAKAI<sup>†2</sup> and ATSUSHI IMIYA<sup>†2</sup>

Proposed is a robust multi-class classification method on the basis of finding classes whose training data can most concisely explain a given test dataset. In the vector space model, the relevant classes are determined by decomposing the subspace of test dataset into class subspaces as few as possible. The techniques of compressed sensing and sparse signal reconstruction are applicable to the subspace decomposition and reduction of computational cost. The robustness of classification against noise is evaluated through its application to face recognition.

<sup>†1</sup> 千葉大学大学院 融合科学研究科

Graduate School of Advanced Integration Science, Chiba University

<sup>†2</sup> 千葉大学 総合メディア基盤センター

Institute of Media and Information Technology, Chiba University

### 1. はじめに

クラスが既知である訓練データを用いて属すべきクラスが未知の質問データのクラスを決定する問題を教師あり識別問題という。一般的な識別器は、質問データが与えられたとき、すべてのクラスに対して類似度を測り、類似度が最大のクラスのラベルを付与する。しかし、質問データと関係していないクラスに対しても類似度はゼロにはならない。これは誤認識の原因となる。質問データを簡潔に表現できる訓練データのみに基づき付与するラベルを決定するべきであり、各々の類似度の大小の比較が必ずしも識別の本質ではない。

訓練データ、質問データが共に、ベクトル空間モデルのように多次元ベクトルで表現されているとき、クラスは訓練データの張る部分空間で表現される。部分空間法では質問データとクラス部分空間の内積等で類似度は定量化される。しかし、クラス部分空間同士が直交していない限り、質問データに関係しないクラス部分空間に対しても類似度はゼロにならない。質問データを訓練データの線形結合で簡潔に表現できるのならば、表現に用いた訓練データのクラスのラベルを付与すべきである。Wright ら<sup>1)</sup>は、質問データを少数の訓練データの線形結合に分解することに基づく顔画像認識を提案し、高い認識率と頑健性を示した。

画像パターンの識別はコンピュータビジョンの基本的な課題のひとつであり、多クラス識別の手法には高い頑健性が要求される。本研究では質問データが張る部分空間を少数のクラス部分空間に分解する識別手法を提案する。提案手法は、質問データの分解に用いる訓練データ数ではなくクラス数の最小化に基づいており、Wright らの手法より更に高い性能を期待できる。本稿では2. でまずこの分解を定式化する。3. では分解結果からクラスラベルを決定する疎部分空間法を提案する。4. では分解の貪欲アルゴリズムを紹介する。5. では提案手法を顔画像認識に応用し、ノイズに対する頑健性を実験的に評価する。

### 2. 部分空間の疎分解

識別においてラベル付けされていない入力データ（質問データ）は、いくつかのクラスに属していると仮定する。質問データ集合が少数のクラスに属すデータから構成されている場合、これを簡潔に表現できる訓練データのクラスも少数であると仮定できる。このことから質問データをカテゴリの部分空間の和空間であると考え、質問データが張る部分空間を少数のクラス部分空間に分解することで識別を達成できる。本研究では、この分解を部分空間の疎分解と呼ぶ。質問データを最も簡潔に表現している部分空間が、質問データに割り当てられるラベルを持ったクラスに相当する。

パターンの訓練データを  $d$  次元列ベクトルで表し,  $k$  ( $= 1, \dots, C$ ) 番目のクラスの訓練データを列に並べた行列を  $\mathbf{S}_k \in \mathbb{R}^{d \times n_k}$  とする. 訓練データが張る部分空間

$$\mathbf{S}_k := \text{span } \mathbf{S}_k \quad (1)$$

を第  $k$  クラスの部分空間の近似と見なす. すべての訓練データが張る部分空間は, 各クラスの訓練データ行列を連結した  $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1, \dots, \mathbf{S}_C] \in \mathbb{R}^{d \times N}$  を用いて

$$\mathbf{S} := \bigcup_{k=1}^C \mathbf{S}_k = \text{span } \mathbf{S} \quad (2)$$

と表すことができる. ここで,

$$N := \sum_{k=1}^C n_k \quad (3)$$

である. 過完備な基底として  $\mathbb{R}^d$  を張るに十分な訓練データ集合が与えられていると仮定すると, 任意の質問データ  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^d$  は訓練データの線形結合で表現できる.

$$\mathbf{q} = \sum_{k=1}^C \mathbf{S}_k \boldsymbol{\alpha}_k = \mathbf{S} \boldsymbol{\alpha} \quad (4)$$

ここで  $\boldsymbol{\alpha}_k \in \mathbb{R}^{n_k}$  は第  $k$  クラスの訓練データの線形結合係数のベクトルであり,

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\alpha}_C \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^N \quad (5)$$

は  $\boldsymbol{\alpha}_k$  を連結した行列である.

質問データが複数のベクトルの集合として行列

$$\mathbf{Q} := [\mathbf{q}^{(1)}, \dots, \mathbf{q}^{(n)}] \quad (6)$$

で与えられたとき,

$$\mathbf{Q} = \mathbf{S} \mathbf{A} \quad (7)$$

を解くことで, 質問データの集合をクラスの部分空間の和空間で表せる. ここで,

$$\mathbf{A} := [\boldsymbol{\alpha}^{(1)}, \dots, \boldsymbol{\alpha}^{(n)}] \in \mathbb{R}^{N \times n} \quad (8)$$

は未知の係数行列であり, 第  $j$  列

$$\boldsymbol{\alpha}^{(j)} := \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha}_1^{(j)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\alpha}_C^{(j)} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^N \quad (9)$$

は,  $j$  番目の質問データを合成する訓練データの係数ベクトルの連結である. 行列  $\mathbf{A}$  は次

のようにも表せる.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_C \end{pmatrix} \quad (10)$$

ここで,

$$\mathbf{A}_k := [\boldsymbol{\alpha}_k^{(1)}, \dots, \boldsymbol{\alpha}_k^{(n)}] \in \mathbb{R}^{n_k \times n} \quad (11)$$

とした. しかし, 訓練データが十分にあるという仮定から, 式 (4), (7) は  $d < N = \sum_{k=1}^C n_k$  の不定方程式であり, 解は一意に定まらない. そのため, 解を得るためには何らかの正則化が必要となる. 質問データは少数のカテゴリの訓練データで表現されるべきである. そこで, 本手法では区分的な疎性を用いた正則化を導入する.

疎性とは, 何らかの基底を用いてベクトルを線形に分解するとき, 多くの線形結合係数の成分がゼロとなる性質のことである. 質問データを合成する際には, 可能な限り簡潔に質問データを表現できる, 少数のクラス部分空間が用いられるべきである. ゆえに, 解である係数行列を式 (10) のように区分的に表現した場合, 質問データを表せるいくつかの区分係数行列  $\mathbf{A}_k$  のみが非ゼロ要素を持つ. 本稿ではこのことを区分疎性と呼ぶ. 区分疎性を利用するにあたり,  $f_N$  という写像を次式のように定義する.

$$f_N : \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_C \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \|\mathbf{X}_1\|_F \\ \vdots \\ \|\mathbf{X}_C\|_F \end{pmatrix} \quad (12)$$

ここで  $\mathcal{N} = \{n_1, \dots, n_C\}$  は, 各区分のサイズのリストである. また,  $\|\cdot\|_F$  はフロベニウスノルムである. これらの表記を利用して区分疎性は次のように定量化できる.

$$\|\mathbf{X}\|_{0, \mathcal{N}} := \|f_N(\mathbf{X})\|_0 \quad (13)$$

質問データの張る部分空間をなるべく少ないクラス部分空間に分解することは, 式 (13) で定量化区分疎性の最小化問題に帰着する.

$$\min \|\boldsymbol{\alpha}\|_{0, \mathcal{N}} \text{ subject to } \mathbf{q} = \mathbf{S} \boldsymbol{\alpha}, \quad (14)$$

$$\min \|\mathbf{A}\|_{0, \mathcal{N}} \text{ subject to } \mathbf{Q} = \mathbf{S} \mathbf{A}, \quad (15)$$

$\ell_0$  ノルムを用いたスパース正則化による解が一意に決まる条件が知られている<sup>2)</sup>. また,  $d > N$  の場合は一般に解なしだが  $\mathbf{q} \in \mathbf{S}$ , つまり質問データがクラス部分空間の和空間上にあるならば解は存在する. このとき, 求めたい解が疎ならばランダム射影で低次元化しても解が求められる<sup>3)</sup>. このようにランダム射影を用いて低次元化してもスパース正則化で不定方程式が解けることは圧縮センシングで研究されている<sup>1)</sup>. Wright らは疎性を利用し

た顔認識 (SRC:=Sparse Representation based Classification) において, 固有顔, フィッシャー顔, ラプラシアン顔, ダウンサンプリング, そしてランダム射影といった線形変換を用いてパターンを表す次元削減しても認識率が損なわれないことを示した. 特に, ランダム射影はパターン認識において汎用的な次元削減手法であると考えられるため<sup>4)</sup> 本研究ではランダム射影を用いて次元削減を行う.

### 3. 疎部分空間法

疎分解から得られた線形結合係数を用いて, 各クラスごとに質問データを合成する. 質問データがある 1 つのクラスに属すると考える場合, 質問データを簡潔に表現できるのはある 1 つのクラス部分空間である. 従って, 疎分解から得られた線形結合係数行列と各クラスの訓練データと質問データの積から得られる質問データと実際の質問データの残差を計算し, 最も良く質問データを表現できているクラスを探す. 最も小さい残差を与えるクラスが, 質問データの属すべきクラスであり, 次式で求められる.

$$\arg \min_k r_k(\mathbf{Q}; \mathbf{A}) := \arg \min_k \|\mathbf{Q} - \mathbf{S}_k \mathbf{A}_k\|_F, \quad (16)$$

質問データが複数のクラスのデータからなる場合, もちろん属すべきクラスは複数になる. このとき, 質問データを簡潔に表現でき得るのは属すべき複数クラスの訓練データのみになるべきである. そこで次のように質問データ集合の 1 つ 1 つに対する復元とその残差を計算し, 複数ラベルを付与することにする. そこで  $n$  個の質問データが与えられたとき  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) 番目の質問データそれぞれに対してラベルを付与する.

$$\arg \min_k r_k^{(j)}(\mathbf{Q}; \mathbf{A}) := \arg \min_k \|\mathbf{q}^{(j)} - \mathbf{S}_k \boldsymbol{\alpha}_k^{(j)}\|_2 \quad (17)$$

疎部分空間法のアルゴリズムは次のようにまとめることができる.

アルゴリズム 1 で最も重要かつ計算量が集中するのはステップ 3 の疎分解である. 次節で疎分解のアルゴリズム, 計算量等について述べる.

### 4. 疎分解のアルゴリズム

ROMP (Regularized Orthogonal Matching Pursuit)<sup>5)</sup> に基づき区分的に疎な解を得ることで部分空間を疎分解するアルゴリズムをアルゴリズム 2 に示す. 2. で述べた  $\ell_0$  の最小化問題は NP 困難である. この困難を解決する算法は大きく 2 種類に分けられる. 1 つは最小化問題を凸問題に緩和することで解を得るというアプローチである.  $\ell_1$  最小化問題へ緩和すると疎な解が得られ, この解が  $\ell_0$  最小化解と一致する条件が研究されている. もう

---

#### アルゴリズム 1 疎部分空間法

---

入力:  $n$  個の質問データからなる質問データ行列  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{d \times n}$ ,  
 $N$  個の訓練データからなる訓練データ行列  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{d \times N}$ ,  
各訓練データ数のリスト  $\mathcal{N}$

出力: 付与するラベルの集合  $\mathcal{L}$

1  $\mathbf{Q}, \mathbf{S}$  の  $d$  が大きすぎる場合は次元削減する

2  $\mathbf{S}$  の各列を 2 ノルムで正規化する

3  $\mathbf{S}$  に対して  $\mathbf{Q}$  を疎分解する

4 付与するクラスのラベル  $\mathcal{L} = \arg \min_k r_k(\mathbf{Q}; \mathbf{A})$

あるいは  $\mathcal{L} = \{\arg \min_k r_k^{(1)}(\mathbf{Q}; \mathbf{A}), \dots, \arg \min_k r_k^{(n)}(\mathbf{Q}; \mathbf{A})\}$  を探す

---

1 つの方法は貪欲法 (Greedy Algorithm)<sup>6)7)</sup> である. 貪欲法は求める解の非ゼロ成分の数  $m$  を基に, 与えられた基底から  $m$  個の基底を選び出し, なるべく残差の少ない解を探すという反復を行うことで近似解を求める. 凸問題を多項式時間で解くことができる最適化のパッケージは存在する. しかし今回は信号復元ではなく識別が目的であり, 識別できる程度の近似解が得られれば十分である. 従って, 単純で効率良く近似解を得られる算法を選択する. また, 貪欲法は与えられた基底を用いて残差の少ない解を探すことことからノイズの入った質問データが与えられた場合でも安定した近似解を与える. 疎分解のアルゴリズムには貪欲法の 1 つである ROMP を採用した. ROMP を用いた疎分解から得られる解の一意性はブロック RIP によって与えられる. ブロック RIP を示すにあたり, 式 (15) を次のように書き直す.

$$\min \|\text{vec}(\mathbf{A}^\top)\|_{0, \mathcal{N}} \quad \text{subject to} \quad \text{vec}(\mathbf{Q}^\top) = (\mathbf{S} \otimes \mathbf{I}_n) \text{vec}(\mathbf{A}^\top) \quad (18)$$

ここで,  $\otimes$  はクロネッカー内積を,  $\mathbf{I}_n$  は  $n$  次元の単位行列を表す. リスト  $\mathcal{N}'$  は  $n \times N$  次元のベクトル  $\text{vec}(\mathbf{A}^\top)$  の区分サイズを表す. このとき, ブロック RIP は次式で与えられる.

$$(1 - \delta_{M|\mathcal{N}'}) \|\mathbf{v}\|_2^2 \leq \|(\mathbf{S} \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{v}\|_2^2 \leq (1 + \delta_{M|\mathcal{N}'}) \|\mathbf{v}\|_2^2 \quad \forall \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{nN} \quad (19)$$

$\delta_{M|\mathcal{N}'}$  はブロック RIP 定数と呼ばれ, リスト  $\mathcal{N}'$  に対する疎な度合い  $M$  に依存する. この条件を満たすために, アルゴリズム 1 では  $\mathbf{S}$  を  $\ell_2$  ノルムで正規化している. ROMP を区分的に疎な解を求めるように修正した疎分解のアルゴリズムがアルゴリズム 2 である.

質問データ行列  $\mathbf{Q}$ , 訓練データ行列  $\mathbf{S}$ , 訓練データの列ブロックのサイズのリスト  $\mathcal{N}$ ,

---

アルゴリズム 2 部分空間の疎分解

---

入力: 質問データ行列  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{d \times n}$ ,  
 訓練データ行列  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{d \times N}$ ,  
 列ブロックのサイズのリスト  $\mathcal{N}$   
 疎の度合い  $M_0$ ;

出力: 区分的に疎な行列  $\mathbf{A}$   
 非零な区分行列のインデックス  $\mathcal{I}$

1 リストを  $\mathcal{I} = \emptyset$ , 残差を  $\mathbf{R} := \mathbf{Q}$  として与える

2 repeat

3  $\mathbf{U} := \mathbf{S}^\top \mathbf{R}$

4  $\gamma := f_{\mathcal{N}}(\mathbf{U})$

5  $\mathcal{J}$  は  $\gamma$  の成分の中で上から順に大きな値  $M_0$  個のインデックスの集合,  
 あるいはどの成分も小さい場合はすべての非零成分のインデックスの集合  
 とする

6  $\mathcal{J}$  を  $\gamma$  の成分の降順に並び替える

7 すべての  $i < j \in \mathcal{J}$  に対して  $\gamma_i \leq 2\gamma_j$  となる部分集合  $\mathcal{J}_0 \subset \mathcal{J}$  の中から,  
 最大エネルギー  $\|\gamma|_{\mathcal{J}_0}\|_2^2 := \sum \gamma_k^2$  をとる  $\mathcal{J}_0$  を探す

8  $\mathcal{I} := \mathcal{I} \cup \mathcal{J}_0$

9 for each  $j$  do

10  $\alpha^{(j)} := \arg \min_{\alpha} \|\mathbf{q}^{(j)} - \sum_{k \in \mathcal{I}} \mathbf{S}_k \alpha\|$

11 end for

12  $\mathbf{R} := \mathbf{Q} - \sum_{k \in \mathcal{I}} \mathbf{S}_k \mathbf{A}_k$

13 until  $\|\mathbf{R}\|_F = 0$  or  $\text{card } \mathcal{I} \geq 2M_0$

---

そして疎の度合いを表す  $M_0$  を入力して与える. ROMP による計算の結果に出力されるものは区分的に疎な行列  $\mathbf{A}$  と非ゼロな区分行列のインデックス  $\mathcal{I}$  をである. ROMP の反復は大きく 3 つのステップ X, Y, Z に分けることができる. ステップ X の行列  $\mathbf{R}$  の各列は, 対応する列の質問データについて未だ疎分解されていない成分を表す残差である. ステップ Y では訓練データ行列  $\mathbf{S}$  と残差  $\mathbf{R}$  の相関  $\mathbf{U}$  を測り,  $\mathcal{N}$  に従って  $\mathbf{U}$  のブロックごとのエネルギー  $\gamma$  を計算する. さらに  $\gamma$  の主要なエネルギーを構成する訓練データ行列のブロックのインデックスを  $\mathcal{J}_0$  として定める. ステップ Z では, 選択したブロックのみを用いて各質問データを合成するための線形結合係数を求めている. ブロックに対応するクラス部分空間の和空間は L2 空間であるので, 係数は最小 2 乗法で計算できる.

アルゴリズム 2 においてもっとも計算量が多いのはステップ 10 の最小 2 乗の問題であり,  $\mathcal{O}(nM_0^2d)$  を必要とする. 最小 2 乗の問題は共役勾配法を用いることで  $\mathcal{O}(nM_0d)$  に計算コストを抑えることができる. アルゴリズム 2 の総計算コストは  $\mathcal{O}(nM_0^2Nd)$  または  $\mathcal{O}(nM_0Nd)$  である.

## 5. 実験

顔画像の認識実験を行い, 疎部分空間法を実験的に評価した. 顔画像の認識において未知パターンに対して既知パターンのラベルを付与することは, 未知パターンで表される人物を既知パターンに含まれている人物と同一人物であると判断することに相当する. ゆえに未知パターンに付与されるべきラベルは必ず 1 つである. 従って, 疎部分空間法を用いた顔画像認識は, 1 枚の画像にラベルを 1 つ付与する識別, またはある人物を表す複数枚の画像に対してラベルを 1 つ付与する識別に相当する.

実験では, ある一人の顔画像を複数にノイズを加えて認識を行い, 正しく 1 つのラベルを与えられる精度をノイズのレベルごとに測定した. 実験に用いた顔画像には cropped version of extended Yale Face Database<sup>8)</sup> を利用した. このデータベースは図 1 に示されるような, 38 人の顔を正面から照明の向きや明るさを変えながらそれぞれ 60 枚撮影した画像, 計 2414 枚の顔画像から成る. 画像は濃淡値画像であり, サイズは  $168 \times 192$  ピクセルである. 使用したものはこの画像の中央をクリッピングし, 画像サイズを  $32 \times 32$  にダウンサンプリングした画像の画素値を用いて 1024 次元列ベクトルを作成した. 全画像の中からランダムに半分選び出したものを訓練データとし, 残りを質問データに用いる. 38 人の中からランダムに同一人物の画像を  $n$  枚選択し, これを用いて質問データ行列  $\mathbf{Q}$  を作成する. ただし, 各質問データにはノイズを付加する. 加えるノイズはガウシアンノイズまた



図 1 cropped version of extended Yale Face Databas に含まれる顔画像の一部. 各行は同一人物の照明を変えながら撮影した画像.

は salt&pepper ノイズとした. 付加したノイズのレベルごとに疎部分空間法による識別を 2000 回実行し, 正解の割合を認識率とした. なお, 質問データの枚数は,  $n = 1, 2, 4, 8$  とした.

図 4 はガウシアンノイズに対する認識率を表す. 横軸がノイズの大きさを, 縦軸が認識率を示している. PSNR が小さくなるに従い認識率は下がっていく. 質問データを 1 つを使った認識では 15[dB] 付近で認識率が 90% を下回り, 10[dB] 付近では 80% を下回る. 一方, 質問データ数  $n = 8$  では, 9[dB] 付近でも認識率が 100% であり, 80% を下回るのは 4[dB] 付近である. 質問データを多く使用した方が, ノイズに対して頑健な認識が行えていることが確認できた.

図 5 は salt&pepper ノイズに対する認識率を表している. 横軸がノイズの割合を, 縦軸は認識率を示している. ガウシアンノイズの場合と同様にノイズの増加に伴い認識率は下がる. 例えばノイズの割合が 20% のとき, 質問データ数  $n = 1$  で認識率が 70% を下回ってい

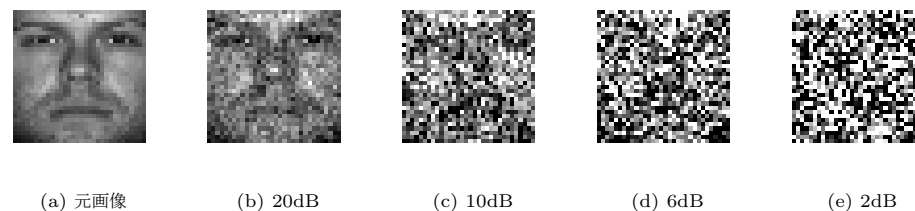


図 2 ガウシアンノイズを加えた質問画像の例. サイズは  $32 \times 32$  ピクセル.

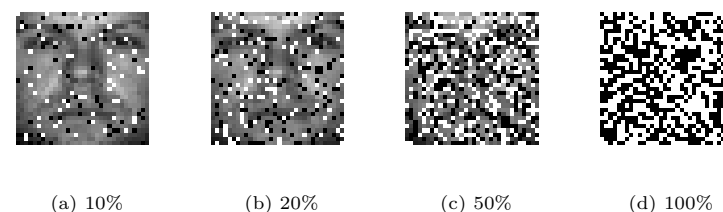


図 3 salt & pepper ノイズを加えた質問画像の例. サイズは  $32 \times 32$  ピクセル.

る. が,  $n = 8$  では, ほぼ 100% の認識率である. ガウシアンノイズを付加した場合と同様に, 質問データをより多く用いた方がノイズに対して頑健な認識を行えていることが確認できた.

この 2 つの結果から, ノイズの性質に関わらず提案手法は頑健であると言える. クラスに関する質問データは少数のクラスの訓練データで合成できるが, ノイズはそのような疎分解ができない. ノイズの有無に関わらず, 質問データを簡潔に表現できるのは質問データの属すべきクラスの部分空間のみである. 複数の質問データを用いた場合も同様である. 質問データが張る部分空間はクラス部分空間に疎分解できるが, 加えたノイズが張る部分空間は少数のクラス部分空間の和空間として表現できない. ゆえに, 疎分解の結果は質問データに強く依存し, ノイズに対して鈍感である.

次元数  $d$  に起因する計算量はランダム射影による次元削減によって低減できる. ここでは, 次元削減した場合における提案手法の頑健性を評価する. ダウンサンプリング前の画像の画素値を用いて  $32256$  次元列ベクトルを作成し, ランダム行列により  $1024$  次元へ射影す

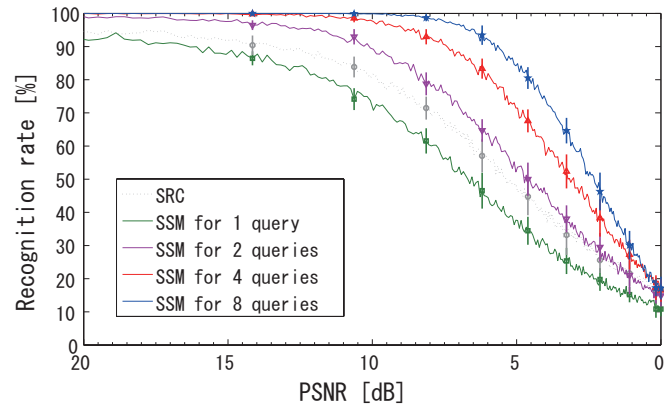


図 4 ガウシアンノイズに対する認識率

る。ただし、質問データにはランダム射影の前にノイズを加えるものとする。全画像の中からランダムに半分選び出したものを訓練データとし、残りを質問データとする。質問データをランダムに1つ選択し、ノイズレベル  $PSNR = 20, 12, 10, 8, 6, 4, 2, 0$  に対して疎部分空間法による識別をそれぞれ 2000 回試行した。結果は図 6 のようになった。認識率は 14dB 付近まではほぼ 100%で、12dB 付近からノイズが増加するに従って認識率は減少していく。ノイズレベルが低いときに高い認識率を示し、ノイズの増加したがつて認識率が減少する傾向は図 4, 5 と同様である。このことから  $d > N$  場合でも識別が行えることを確認できた。

## 6. おわりに

本稿では未知パターンの部分空間を既知のパターンのクラス部分空間で簡潔に表現することに基づく多クラス識別法を提案した。部分空間を疎分解する貪欲アルゴリズムは、高速かつ実装が容易である。既存の部分空間法や SVM のように、識別を開始する前に固有値問題や 2 次計画問題を解く必要が無く、提案手法は学習データを読み込むと直ちに識別を開始できる。また、スパース正則化に基づく本提案手法はノイズに対して極めて頑健である。本論文ではこのことを顔画像認識で検証した。

本稿の実験で扱った識別問題は、質問データに与えるラベルが 1 つだけの画像認識であった。しかし、疎部分空間法は質問データに関係する複数のクラス部分空間を特定できるため、ひとつの質問データに複数のラベルを付与する多重ラベリングも可能である。多重ラ

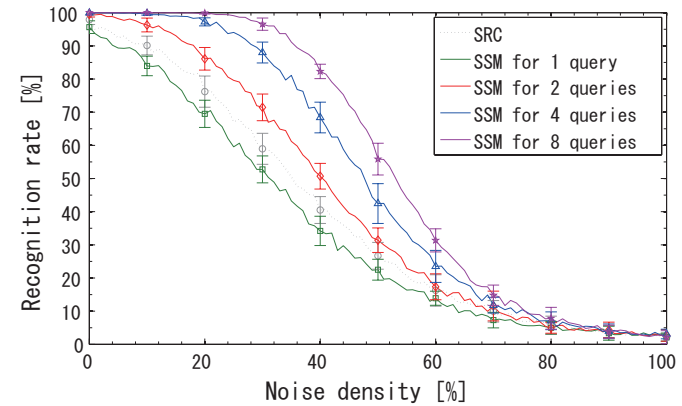


図 5 salt & pepper ノイズに対する認識率

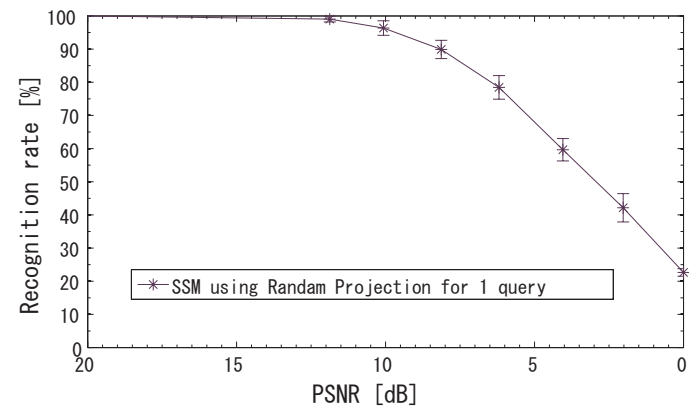


図 6 ランダム射影を用いて次元削減した場合の認識率

ベリングは識別器に求められる重要な機能であるので、疎部分空間法の枠組みの有効性や、文書解析、物体認識等への応用も検討したい。

#### 参 考 文 献

- 1) Wright, J., Yang, A.Y., Ganesh, A., Sastry, S.S. and Ma, Y.: Robust face recognition via sparse representation., *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.31, No.2, pp.210–227 (2009).
  - 2) Dandes, E.J. and Tao, T.: Near-optimal signal recovery from random projections, *Universal encoding strategies IEEE Transactions on Information Theory*, Vol.52, No.12, pp.5406–5425 (2006).
  - 3) Candes, E.J. and Wakin, M.B.: An Introduction To Compressive Sampling., *IEEE M SP*, Vol.25, No.2, pp.21–30 (2008).
  - 4) Sakai, T.: Compressed Pattern Recognition A Framework of Pattern Measurement and Analysis Exploiting Sparsity, *Technical Report of IEICE*, Vol.109, No.344, pp. 43–48 (2009).
  - 5) Needel, D. and Vershynin, R.: Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit, *Foundation of Computational Mathematics*, Vol.9, No.2, pp.317–344 (2009).
  - 6) Tropp, J.A.: Greed is good: Algorithmic result for sparse approximation with application, *IEEE Trans. Information Theory*, Vol.50, No.10, pp.2231–2242 (2004).
  - 7) Donoho, D. and M.Elad, V.T.: Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise, *IEEE Trans. Information Theory*, Vol.52, No.1, pp. 6–18 (2006).
  - 8) Georghiades, A., Belhumeur, P. and Kriegman, D.: From Few to Many: Illumination Cone Models for Face Recognition under Variable Lighting and Pose, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intelligence*, Vol.23, No.6, pp.643–660 (2001).
-