

信頼性最適化法の交通問題への適用

近藤 隆弘^{†1} 加藤 大輝^{†2} 北 栄輔^{†1}

信頼性最適化法を用いて、交通事故リスクを一定レベル以下に抑制しながら交通量を最大化する問題を解析する。交通事故リスク評価には、パリの環状線で測定されたモデルを利用する。解析結果から、交通流の許容するリスクをどの程度に設定するかにもよるが、1時間に900~1500台程度の交通量に制御することが交通事故のリスクを少なくするために有効であることが分かった。

Application of Reliability Based Optimization to Traffic Problem

TAKAHIRO KONDO,^{†1} HIROKI KATO^{†2}
and EISUKE KITA^{†1}

We discussed about the optimization problem by using a reliability based optimization, so that the traffic volume is maximized while restraining the traffic accident under the constant level. The traffic accident risk is modeled from the traffic data at the loop line in Paris. The results show that the traffic volume should be saved under 900 to 1500 vehicles/hour in order to reduce the traffic risk.

1. 緒 論

近年、リスク解析は航空工学、輸送、エネルギー、化学プロセスをはじめ建設、金融などの様々な分野で、故障や事故などの事象の発生が社会的ならびに経済的に大きな影響を与え

る場合にしばしば利用される。リスク解析の基礎は、工業製品の品質管理や信頼性の評価に使われてきた確率論および統計学を応用展開したものである。近年では、システムや工業製品の設計などを行う際に故障確率などを基にして、性能だけでなく信頼性を考慮した最適化が行われるようになってきている¹⁾

本研究では、信頼性に基づく最適化問題の考え方をを用いて交通流の設計最適化を行う。交通量が増加するにつれて、交通事故のリスクが増加することが予想される。したがって、交通管理を行う際に、どの程度の交通量が安全かつ快適なのかを信頼性に基づく最適化の考え方をを用いて解く。具体的には、H Haj-Salem, JP Lebacque らが行った研究で導き出したリスク評価式を信頼性指標として用いる²⁾。このリスク評価式は、事故の起こった前後の道路状況を基にロジステック回帰分析によりモデル化したものである。本研究では、彼らのリスク評価式から求めたリスクを一定レベル以下にするような交通流を設計する最適化問題を扱う。

本論文の構成は以下のようにになっている。第2節で最適化問題やリスク評価について述べる。第3節で解析例を示し、第4節は研究のまとめである。

2. 交通流の最適化問題

2.1 最適化問題

決定論的最適化問題の一般的な定式化は以下のように記述できる。

$$\begin{aligned} & \min_x f(x, p) \\ & \text{subject to : } g_j(x, p) \leq 0, \quad j = 1, \dots, J \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 x は設計変数、 p は設計パラメータである。また、 x と p は連続値である。今回の問題では、等式制約条件は扱わないため除外している。

一方、信頼性に基づく設計最適化問題では、設計における不確実性を確率設計変数 X と確率パラメータ P を用いて以下のように定式化できる。

$$\begin{aligned} & \min_{\mu_x} f(\mu_x, \mu_p) \\ & \text{subject to : } F_{g_j}(0) \equiv \Pr[g_j(X, P) \leq 0] \geq R_j, \quad j = 1, \dots, J \\ & \text{where : } X = [X_t, P_s] \text{ and } P = [P_t, P_s] \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 μ_x 、 μ_p は確率変数、確率パラメータの平均値である。また、すべての確率変数は独立であるとする。 R_j は目標とする信頼性である。それは確率制約条件 g_j が R_j 以上の確

^{†1} 名古屋大学大学院情報科学研究科

Nagoya University, Graduate School of Information Science

^{†2} 名古屋大学情報文化学部

Nagoya University, School of Informatics and Science

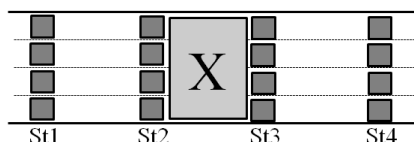


図 1 測定された領域の概略図
Fig. 1 Estimated region

率で制約条件を満たさなければならないことを意味する。信頼性に基づく最適化問題の目的は、 $j = 1, \dots, J$ のすべてに対して、 R_j 以上の確率で制約条件を満たした上で、 f を最小化することである。 $F_{g_j}(0) \equiv \Pr[g_j(X, P) \leq 0]$ であり、制約条件を満たす確率である。また、 $F_{g_j}(\cdot)$ は $0 \leq F_{g_j}(\cdot) \leq 1$ の値をとる累積密度関数である。

2.2 ベイズ信頼性評価

本節では、確率制約条件 $F_{g_j}(0)$ の計算方法について述べる。設計を行う際に X, P の確率密度分布が分かっているならば、確率密度分布から $F_{g_j}(0)$ の値を計算することができる。しかし、確率密度分布が分からない時には、 $F_{g_j}(0)$ を正確に計算することはできない。そこで、 $F_{g_j}(0)$ を評価する代わりにベイズ推定を用いる。

最適化問題では、不等式制約条件 g_j によって設計空間を不等式制約条件 g_j を満たす実現可能領域と満たさない実現不可能の二つの領域に分割する。

まず、 X と P の確率密度分布はすべて未知であるとする。つまり、 $[X_t, P_t] = \phi$ であり、 N 個のサンプルのみ利用可能であるとする。これらのサンプルは、それぞれ制約条件 g_j によって実現可能、実現不可能のどちらか一方に分けられる。 N 個のサンプルから与えられる実行可能と実行不可能の総数をそれぞれ r と $N - r$ で表す。そこで、設計変数が有限のサンプルによって与えられる場合において、 r と $N - r$ から $F_{g_j}(0)$ は次のように評価できる。

$$F_{g_j}(0) \sim \text{Beta}(\alpha, \beta) \quad (3)$$

ここで、 $\alpha = r + 1, \beta = (N - r) + 1$ であり、Beta は $[0, 1]$ の範囲内に分布するベータ分布を示す。

2.3 交通流におけるリスク分析

Haj-Salem らは、事故が起こる前後 1 時間の交通状況を統計的に分析し、交通リスク評価式を導出している²⁾。

表 1 交通量と道路占有率

Table 1 Traffic volume and occupancy

交通量	占有率	交通量	占有率	交通量	占有率	交通量	占有率
300	1,2,3,4	1500	6,8,10,12	2700	12,15,18,21	3900	19,25,31,37,43
600	2,3,4,5	1800	8,10,12,14	3000	15,25,35,45,55	4200	25,28,31,34
900	3,4,5,6	2100	9,11,13,15	3300	15,25,35,45,55	4500	26,27,28,29
1200	5,7,9,11	2400	11,14,17,20	3600	20,29,36,45,56	4800	28,29,30,31

パリの環状線ではループ検出器が 500 メートル毎に設置されており、交通量、占有率、速度を測定することができる。この環状道路の事故データを集め、交通データを事故が起こった前後 1 時間にわたって、図 1 のように、事故の起こった上流と下流の計 4 区間のデータを抽出する。実際に使用したデータは、2002~2004 の 3 年間の事故 (900) の交通データを収集し、その中で昼間、晴天時のデータ (85) についてのみ使用している。そして、事故の起こった前後の道路状況を基にロジスティック回帰分析によりモデル化し、次式を得ている。

$$\text{Risk} = \frac{1}{1 + \exp[-(\alpha + \beta O_1 + \gamma O_2 + \delta O_3 + \theta O_4 + \Phi Q_1)]} \quad (4)$$

ここで、Risk は 0 ~ 1 の値をとり、0 は交通事故発生リスクがほとんどないことを、1 は交通事故発生リスクが極めて高いことを表す。 Q_1 は観測点 1 での 1 時間当たりの交通流量、 $O_i (i = 1, \dots, 4)$ の各観測点での占有率 (%) である。 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta, \Phi$ は、ロジスティック回帰分析により以下のように求められている。

$$\alpha = 0.1677; \beta = 0.1383; \gamma = -0.1061; \delta = -0.2052; \theta = 0.1886; \Phi = 0.00038$$

交通の信頼性指標として式 (4) のリスク評価式を用いる。交通流が増加するにつれて、交通事故のリスクが増加することが予想される。そのため本論文では、安全でかつ輸送能力の高い交通制御を実現するために、信頼性に基づく最適化の考え方をを用いて交通流の最適化を行う。

2.4 交通量最大化問題

交通流の制御を行う際の目的の一つは交通流量を最大化することである。しかし、交通流が増加するにつれて交通事故の発生するリスクが増加することが予想される。そこで、式 (4) で示された交通事故リスクを一定値以下にする条件の下で交通量を最大化する最適化問題を考える。このとき、最適化問題は以下のように定式化することができる。

$$\begin{aligned} & \max Q_1 \\ & \text{subject to: } \Pr[g : \text{Risk} \leq R_1] \geq R_2 \end{aligned} \quad (5)$$

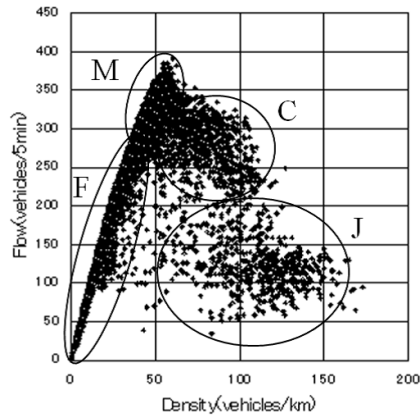


図 2 交通の基本図
 Fig. 2 Fundamental diagram

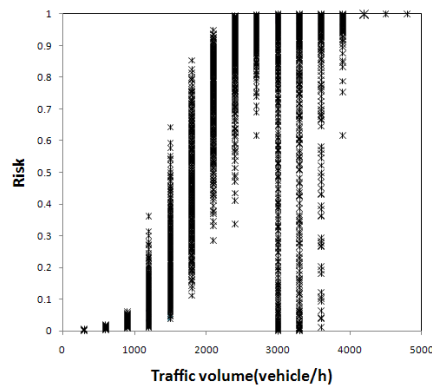


図 3 交通量とリスクの関係
 Fig. 3 Relation between Traffic volume and Risk

ここで Q_1 は 1 時間あたりの交通量, $Risk$ は式 (4) のリスク評価式, R_1 は許容できるリスク, R_2 は目標とする信頼性である. 設計変数として $Q_1, O_i (i = 1, \dots, 4)$ をとる.

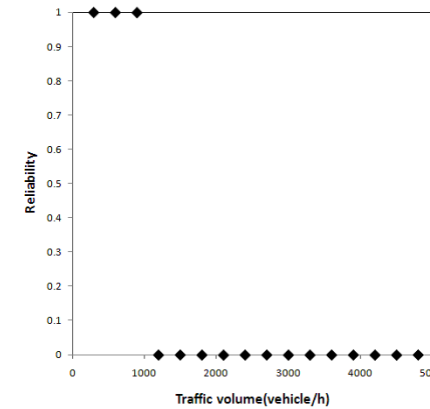


図 4 交通量と信頼性 ($R_1 = 0.1, R_2 = 0.9$)
 Fig. 4 Traffic volume and Reliability ($R_1 = 0.1, R_2 = 0.9$)

設計変数 $Q_1, O_i (i = 1, \dots, 4)$ は, 図 2 の交通の基本図より各交通量に対して取り得る占有率を表 1 のように与える. ここで横軸は交通密度, 縦軸は交通量を表している. (F) 自由相, (M) メタ安定相, (C) 混合相, (J) 渋滞相を表す. 今回は, (J) 渋滞層は考慮せず. 縦軸の交通量を 1 時間当たりの交通量に換算し, 横軸の密度が 200 の時, 占有率が 100% として考え, 各交通量に対して表 1 のように均等に占有率を与える. 各交通量に対して, $O_i, i = 1, \dots, 4$ が取る交通状態は, 表 1 によって与えられた占有率のすべての組み合わせを考える. また, それぞれをセットにして一つのサンプルとして考える. 例を挙げて考えると, $Q_1 = 300$ の時, O_i の $i = 1, \dots, 4$ それぞれに対しての取り得る占有率として, 1, 2, 3, 4 の 4 通りが存在する. 例えば, $O_1 = 1, O_2 = 2, O_3 = 3, O_4 = 4$ をセットにして一つのサンプルと考える. 従って, $Q_1 = 300$ でのサンプルの総数は 256 である. 表 1 の占有率を仮定した時の, それぞれの交通量におけるリスクを図 3 に示す. これは, 各交通量に対してすべてのサンプルのリスクを式 (4) より計算したものである. ここで, 横軸は 1 時間当たりの交通量, 縦軸はリスクを表している.

3. 解析結果

式 (5) において, 許容することのできるリスクとして, $R_1 = 0.1, 0.2, 0.3$, また, 目標とする信頼性として $R_2 = 0.9, R_2 = 0.6$ として最適化を行う. 各リスクに対する交通量と信

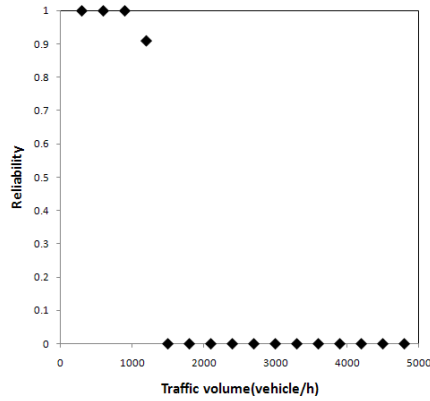


図 5 交通量と信頼性 ($R_1 = 0.1, R_2 = 0.6$)
 Fig. 5 Traffic volume and Reliability ($R_1 = 0.1, R_2 = 0.6$)

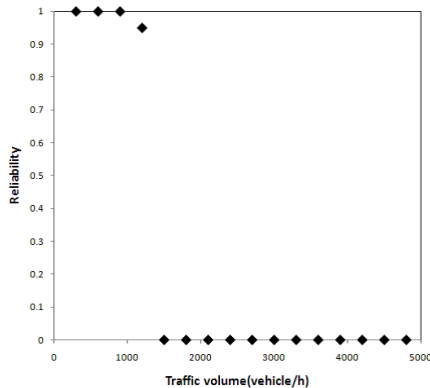


図 6 交通量と信頼性 ($R_1 = 0.2, R_2 = 0.9$)
 Fig. 6 Traffic volume and Reliability ($R_1 = 0.2, R_2 = 0.9$)

信頼性の関係を図 4 ~ 図 9 に示す。ここで、横軸は 1 時間当たりの交通量、縦軸は目標とする信頼性を満たしている確率を表している。

これらからわかるように、交通量がある一定の交通量を超えると交通の信頼性が著し

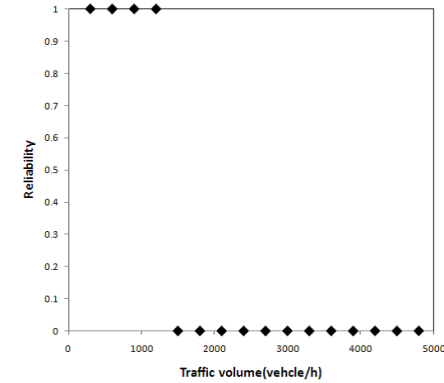


図 7 交通量と信頼性 ($R_1 = 0.2, R_2 = 0.6$)
 Fig. 7 Traffic volume and Reliability ($R_1 = 0.2, R_2 = 0.6$)

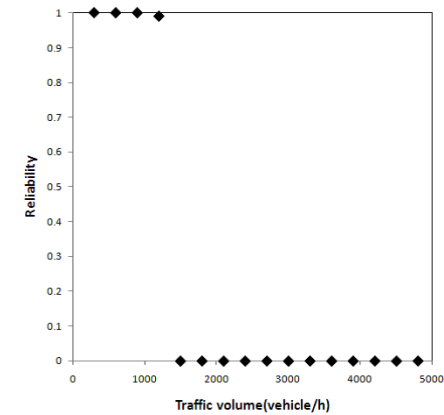


図 8 交通量と信頼性 ($R_1 = 0.3, R_2 = 0.9$)
 Fig. 8 Traffic volume and Reliability ($R_1 = 0.3, R_2 = 0.9$)

く減少していることが分かる。例えば、図 4 を見ると $R_1 = 0.1, R_2 = 0.9$ とした時、 $Q_1 = 900 \sim 1200$ を境にして、信頼性が 0 になっていることが分かる。そのため、 $R_1 = 0.1, R_2 = 0.9$ では、 $Q_1 = 900$ が最適解であることが分かる。表 2 ~ 表 4 に、各交通量と信頼性の関係を示す。 R_1, R_2 をいくつかの値に設定するにも依存するが、Table

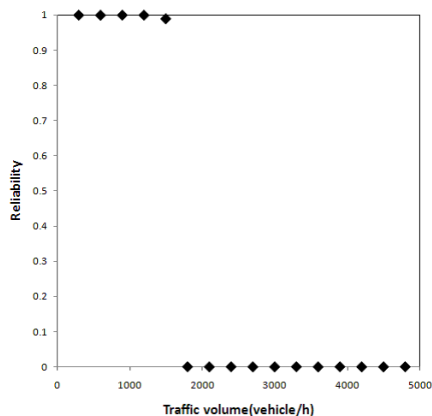


図 9 交通量と信頼性 ($R_1 = 0.3, R_2 = 0.6$)
Fig. 9 Traffic volume and Reliability ($R_1 = 0.3, R_2 = 0.6$)

表 2 交通量と信頼性 ($R_1 = 0.1$)
Table 2 Traffic volume and Reliability ($R_1 = 0.1$)

$R_1 = 0.1, R_2 = 0.9$		$R_1 = 0.1, R_2 = 0.6$	
交通量	信頼性	交通量	信頼性
$Q_1 = 900$	1	$Q_1 = 900$	1
$Q_1 = 1200$	0	$Q_1 = 1200$	0.91
$Q_1 = 1500$	0	$Q_1 = 1500$	0

表 3 交通量と信頼性 ($R_1 = 0.2$)
Table 3 Traffic volume and Reliability ($R_1 = 0.2$)

$R_1 = 0.2, R_2 = 0.9$		$R_1 = 0.2, R_2 = 0.6$	
交通量	信頼性	交通量	信頼性
$Q_1 = 900$	1	$Q_1 = 900$	1
$Q_1 = 1200$	0.95	$Q_1 = 1200$	1
$Q_1 = 1500$	0	$Q_1 = 1500$	0

2~ Table 4 より, 交通流の制御を行う際に 1 時間当たりの交通量を 900~1500 台程度に交通流を制御することが交通事故のリスクを少なくするために有効であることが確認できた。これまでは 3 章で述べたような信頼性に基づく最適化手法を用いて, 交通量に対しての

表 4 交通量と信頼性 ($R_1 = 0.3$)
Table 4 Traffic volume and Reliability ($R_1 = 0.3$)

$R_1 = 0.3, R_2 = 0.9$		$R_1 = 0.3, R_2 = 0.6$	
交通量	信頼性	交通量	信頼性
$Q_1 = 900$	1	$Q_1 = 900$	1
$Q_1 = 1200$	0.99	$Q_1 = 1200$	1
$Q_1 = 1500$	0	$Q_1 = 1500$	0.99
$Q_1 = 1800$	0	$Q_1 = 1800$	0

交通の信頼性について述べた。一方, 図 3 より, 交通量が 3000~3600 の時にリスクの取り得る値の幅が広いことが分かる。この交通量の時には, 取り得る占有率の幅が広いためにこのような状況が起こると考えられる。

4. 結 論

本研究では, 信頼性に基づく最適化法を交通事故のリスクを少なくするため交通問題における信頼性最適化に適用した。その結果, ある交通量を境にして, 交通の信頼性が著しく減少していることが分かる。そのため, 交通流の制御を行う際には, 交通流の許容するリスクをどの程度に設定するかにもよるが, 1 時間に 900~1500 台程度の交通量に制御するのが交通事故のリスクを少なくするために有効であることが分かった。

また今後の課題として以上のことが言える。本研究では交通流の最適化を行う際にサンプルとして, 取り得る占有率は交通の基本図を基にして均一な占有率を仮定している。しかし, 現実の交通流は取り得る占有率が均一ではないため, より正確な評価を得るためには, 占有率を仮定するのではなく, 実データを用いて信頼性解析を行うことが必要である。また, 本研究では有限のサンプルでのベイズ推定を用いた信頼性最適化手法を交通流のリスク解析に適用したが, 交通問題に限らず確率密度分布を得るための十分なサンプル数が得られないような様々なリスク分析問題に対して適用可能であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) R.T. ベッドフォード (編). 確率論的リスク解析 基礎と方法. シュプリンガー・ジャパン, 2006.
- 2) H.Haj-Salem and J.P. Lebacque. Risk index modeling for real-time motorway traffic crash prediction. In *Traffic and Granular Flow '07*, pp. 55-64. Springer Berlin Heidelberg, 2009.