

重点的サンプリングにおける平均値移動量の決定手法とそのSRAM歩留り解析への適用

伊達 貴徳^{†1} 萩原 汐^{†1}
益 一哉^{†1} 佐藤 高史^{†2}

微細化に伴うトランジスタの製造ばらつき相対的増大により、SRAMの動作マージン減少が深刻な課題となっている。SRAMセルの不良率を推定するため、従来よりMonte Carlo法による解析が行われている。しかし、動作しないSRAMセルの発生頻度が小さいため、多大な計算時間を要する課題がある。本稿では平均値移動による重点的サンプリングで用いる移動ベクトルを、効果的に探索する手法を提案する。提案手法は、初めに探索領域を段階的に拡大し、その後歩留まりへの寄与が大きい領域に向かって縮小する。これより効率的かつ安定に、平均値移動量を決定できる。複数回の実験より、 10^{-10} での不良率の回路について従来のMonte Carlo法に比べ、計算試行回数を 10^6 倍以上、削減できることを確認した。

Robust shift vector determination for importance sampling and its application to SRAM yield analysis

TAKANORI DATE,^{†1} SHIHO HAGIWARA,^{†1} KAZUYA MASU^{†1}
and TAKASHI SATO^{†2}

Monte Carlo simulations have been widely adopted for analyzing circuit properties, such as SRAM yield, under strong influence of process variations. Enormous calculation time is required in such a simulation due to the low defect probabilities. In this paper, we propose a robust shift vector determination for mean shift importance sampling, by which efficiency and stability of the Monte Carlo simulation is improved. In the proposed technique, the sampling region is developed to find the optimal shift-vector autonomously. The sampling is also limited to the regions where meaningful contribution to the yield is recognized. Simulation examples reveal that the proposed technique stably and efficiently estimates yield the failure probability of 10^{-10} , the number of calculation trials has been reduced by six orders magnitude compared with a conventional Monte Carlo simulation.

1. はじめに

半導体プロセスの微細化により集積回路の動作速度が向上してきた一方で製造ばらつきが歩留りに与える影響が無視できなくなっている¹⁾。高い歩留りを維持しつつ高速なSRAMを製造するために、ばらつきを考慮した回路設計が必要となっている。SRAMは最小寸法のトランジスタを用いるため、ランダムばらつきの影響を特に強く受ける²⁾。そのためばらつきを考慮したSRAM設計が必要とされている。

Monte Carlo法(MC法)は、SRAMの歩留り推定手法として広く用いられている³⁾。MC法による歩留り推定は、計算時間に応じた精度を得られる。しかし、SRAM回路の歩留り解析のような生起確率の低い事象に対して精度を得るには、多大な計算時間が必要となる。計算精度と計算時間のトレードオフを越える、高精度かつ高速な歩留り推定手法が求められる。

従来のMC法に変わる歩留り解析手法はいくつか提案されている⁴⁾⁻⁸⁾。文献⁴⁾は極値理論(EVT: Extreme Value Theory)を用いた手法であり⁹⁾、この手法はSRAMの書き込み解析のような連続的な値を扱う際に効果的である。文献⁵⁾⁻⁸⁾は重点的サンプリング(IS: Importance Sampling)¹⁰⁾を用いた手法である。ISは真の確率密度関数と異なる関数を用いてMC法を行う手法であり、確率密度関数が稀な事象を多くサンプリングすれば、精度を保ちながら、計算時間を短縮することが可能となる。この手法はSRAMのノイズマージン解析のような指標関数を扱う際に効果的である。文献⁸⁾は、大偏差理論(Large Deviations Theory)¹¹⁾を用いる手法を提案している。この手法は推定量の誤差を低減するため、探索した最小ノルムの不良サンプルへISの平均値を移動する平均値移動ISを提案している。しかし、文献⁸⁾ではサンプリング領域を不良領域の予測に基づいて特定している。より明確かつ応用によらない平均値移動の決定手法が必要である。

本稿ではより汎用的な平均値移動手法を提案する。提案手法では不良領域に関する事前知識に依存することなく、自動で適切な移動ベクトルを見つける方法を提案する。不良率に影響を与える領域を特定することにより、適切な移動ベクトルを探索できる。提案手法は2段階の構成よりなる。1段階目では、広範囲にわたり不良領域を探索するため、拡大超球

^{†1} 東京工業大学 統合研究院 Integrated Research Institute, Tokyo Institute of Technology

^{†2} 京都大学大学院 情報学研究所 Graduate School of Informatics Kyoto University

サンプリング (IHS: Incremental hypersphere sampling) により不良サンプルを探索する。IHS では、中心が同一で異なる半径の 2 つの超球の間の領域をサンプリングの対象とし、超球は不良サンプルが見つかるまで半径を徐々に拡大する。2 段階目として、より原点から近い不良サンプルを見つけるため、縮小超球サンプリング (DHS: Decremental hypersphere sampling) を行う。同時に、サンプリングを効率的に行うため、不良率推定に影響を与えない領域をサンプリング範囲から除外する。不良サンプルが見つかる限り、超球の半径を徐々に縮小させ、最終的に見つかった確率密度最大の不良サンプルを平均値移動ベクトルとする。これより、安定かつ効率的に不良率が求まる。試行例では、SRAM セルの不良率が 10^{-10} 、つまり 10Mb SRAM を 0.1% の歩留りで設計する条件において、MC 法より計算試行回数を 10^6 倍以上減らすことが可能となる。

本稿の構成は以下の通りである。第 2 章で背景と IS の問題点を述べる。第 3 章で提案手法の説明をし、第 4 章で SRAM を例にした提案手法の評価、第 5 章で結論を述べる。

2. 背景

2.1 Monte Carlo (MC) 法

解析的な計算が困難な問題に対して期待値を推定する手法の一つに MC 法がある。MC 法は、各確率変数として各々の確率分布に従う乱数を用い、シミュレーションを数多く繰り返すことで、近似解を求める³⁾。

いま、関数 f が臨界値 f_0 以下となる確率 P を計算する。 M 次元のばらつき変数ベクトル $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_M)$ からなる関数 $f(\mathbf{x})$ について、指標関数 $I(\mathbf{x})$ は次式で示せる。

$$I(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, & \text{pass} \quad (f(\mathbf{x}) > f_0) \\ 1, & \text{failure} \quad (f(\mathbf{x}) \leq f_0) \end{cases} \quad (1)$$

MC 法による推定値 P_{MC} は次式となる。

$$P_{MC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(\mathbf{x}_i). \quad (2)$$

ここで N は試行回数であり、 \mathbf{x} は確率密度関数 $p(\mathbf{x})$ に従う。収束の性能指数として、 P の分散を $Var(P)$ と定義すれば、 $Var(P_{MC})$ は次式で表せる⁸⁾。

$$Var(P_{MC}) = \frac{1}{N} (P_{MC} - P^2) \quad (3)$$

式 (2), (3) より、精度の高い推定をするには $Var(P_{MC})$ を小さくすることが必要であり、そのために試行回数 N を増やすことが効果的である。 $(1-\delta)100\%$ の信頼性で $(1-\epsilon)100\%$

の精度を得るには $N(\epsilon, \delta)$ 回の試行が必要となる⁸⁾。

$$N(\epsilon, \delta) \approx \frac{\log(1/\delta)}{P\epsilon^2} \quad (4)$$

例えば、90% の信頼性 ($\delta = 0.1$) で 90% の精度 ($\epsilon = 0.1$) が必要であるなら、約 $100/P_{MC}$ 回の試行が必要である。

2.2 重点的サンプリング (IS :Importance Sampling)

MC 法の計算時間を短縮する手法として IS がある¹⁰⁾。IS は分散を低減する方法の一つであり、 N を大きくすることなく計算精度を向上できる。IS では $p(\mathbf{x})$ の代わりに新たな確率密度関数 $g(\mathbf{x})$ を用いて P を推定する。このとき、IS による推定値 P_{IS} は、重み関数 $w(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x})/g(\mathbf{x})$ を用いて次式で求められる。

$$P_{IS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(\mathbf{x}_i) \cdot w(\mathbf{x}_i) \quad (\mathbf{x}_i \in g(\mathbf{x})) \quad (5)$$

このとき P_{IS} の分散は、式 (2), (5) より、

$$Var(P_{IS}) = \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N w(\mathbf{x}_i)^2 - NP_{IS}^2 \right). \quad (6)$$

本稿では、 $p(\mathbf{x})$ の平均値が 0、標準偏差 σ_j が次式の多次元正規分布に従うとする。

$$p(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp\left(-\frac{x_j^2}{2\sigma_j^2}\right) \quad (7)$$

また、平均値移動 IS に用いる分布として、移動ベクトル $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_M)$ だけ元の分布 $p(\mathbf{x})$ より移動した分布 $g(\mathbf{x})$ を使う。

$$g(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp\left(-\frac{(x_j - s_j)^2}{2\sigma_j^2}\right) \quad (8)$$

このとき、重み関数 $w(\mathbf{x})$ は次式で表せる。

$$w(\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x})}{g(\mathbf{x})} = \exp\left(-\sum_{j=1}^M \frac{s_j(2x_j - s_j)}{2\sigma_j^2}\right) \quad (9)$$

平均値移動による IS の問題

IS は稀な事象を扱う場合に非常に効果的であるが、発生させる確率密度関数 $g(\mathbf{x})$ に依存して効率が異なる。このため、 $g(\mathbf{x})$ として適切な分布を選択する必要がある。 $g(\mathbf{x})$ が不適切であれば、効率と精度は悪化する場合もある。平均値移動による IS を行うには、適切な移動ベクトル \mathbf{s} が必要となる¹²⁾。原点から最も近い良・不良の境界近傍は生起確率が高く不良率への寄与が大きいことから、できるだけ境界に近いサンプルを移動ベクトル \mathbf{s} とするのがよい。文献⁸⁾では、このような移動ベクトルの探索を行っているが、2 つの問題

がある．1点目は，サンプリング範囲が超立方体内での一様分布であるため，確率が低い領域まで一度にサンプリングを行う点である．特に，領域境界の遠端は高次元ほど生起確率が低く必ずしも効率が良くない．2点目は，少数サンプルにより移動ベクトルを決定している点であり，必ずしも適切な最小ノルムの不良サンプルを探索できない．適切な分布を選択できる，一貫した手続きが必要である．

3. 移動ベクトルの決定手法

本章では平均値移動 IS のための最適な移動ベクトルを探索する手法を提案する．提案する手法を Algorithm 1 に示す．提案手法は拡大超球サンプリング (IHS) と縮小超球サンプリング (DHS) の2段階からなる．

Algorithm 1 Find the optimal shift vector and run IS

1: M : number of dimensions	15: $q = 1$
2: $k = k_0$	16: while fail samples exist do
3: while no fail samples found do	17: $C_q = \mathcal{V}(L_{B_q}) - \mathcal{V}(L_{B_q} - \ell_m) \cap \mathcal{Q}_{fail}$
4: $\mathcal{A}_k = \mathcal{V}(k) - \mathcal{V}(k-1)$	18: calculate $I(\mathbf{x})$ for $\forall \mathbf{x} \in C_q$
5: calculate $I(\mathbf{x})$ for $\forall \mathbf{x} \in \mathcal{A}_k$	19: $\mathcal{N}(s) \leftarrow$ norms of fail samples
6: increment k	20: $L_{B_q} \leftarrow \min \mathcal{N}(s)$
7: end while	21: increment q
8: $\mathcal{N}(s) \leftarrow$ norms of the fail samples	22: end while
9: $L_A \leftarrow \min \mathcal{N}(s)$	23: end if
10: $B = \mathcal{V}(L_A) - \mathcal{V}(L_A - \ell_m)$	24: $s_{IS} = \arg \min \mathcal{N}(s)$
11: calculate $I(\mathbf{x})$ for $\forall \mathbf{x} \in B$	25: while $\rho > \rho_0$ do
12: if fail sample found then	26: run IS with a shift vector s_{IS}
13: $\mathcal{N}(s) \leftarrow$ norms of the fail samples	27: end while
14: $L_{B_1} \leftarrow \min \mathcal{N}(s)$; Define \mathcal{Q}_{fail}	

3.1 拡大超球サンプリング

まず，拡大超球サンプリング (IHS) により，不良サンプルの領域を大まかに探索する．Algorithm 1 の1行目から7行目が IHS に相当する．IHS は中心が同一で半径が異なる2つの超球により囲まれた領域で不良サンプルを探索する．

図1に概念図を示す．図中の“Quadrant”は象限であり，これは座標軸により分けられた領域である．象限の数は M 次元において 2^M となる．原点を中心とし，半径 $k-1, k$ である2つの超球に覆われた領域を \mathcal{A}_k とすると，

$$\mathcal{A}_k \equiv \mathcal{V}(k) - \mathcal{V}(k-1). \quad (10)$$

ここで k は正の整数であり， $\mathcal{V}(r)$ は半径 r の超球内の領域を表す． r は各軸の標準偏差で

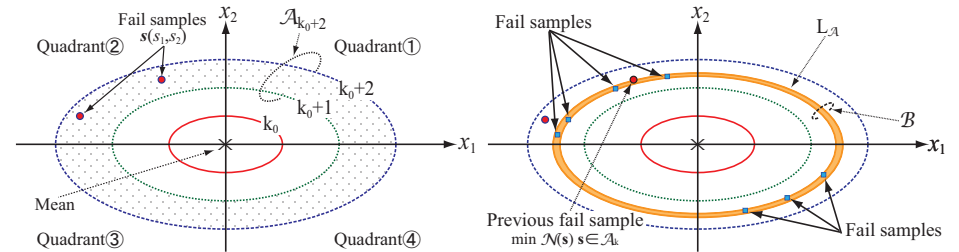


図1 拡大超球サンプリング.
Fig. 1 Incremental hypersphere sampling.

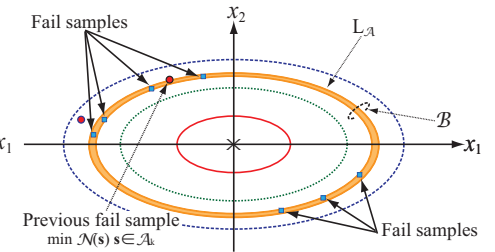


図2 縮小超球サンプリング (象限探索).
Fig. 2 Decremental hypersphere sampling (for finding important quadrants).

正規化した値である．図1は $k = k_0 + 2$ のときの例を示しており， k_0 は半径の初期値である．後に半径を拡大するため， k_0 は例えば $1 (1\sigma)$ 等の小さな値にする．不良サンプルが見つかるまで， k を増加させ \mathcal{A}_k を拡大する．ここで，サンプリング領域の体積が V であり，その不良領域の体積が F であるとき，確率 P で不良サンプルを1つ以上サンプリングできるサンプル数 n_s は次式で求められる．

$$n_s \geq \frac{\log(1-P)}{\log(1-F/V)}. \quad (11)$$

3.2 縮小超球サンプリング

IHS において見つかった不良サンプルをもとに，次に縮小超球サンプリング (DHS) を行う．超球を縮小させる際に，不良率に影響を与える象限を限定し探索することで，IHS において見つかった不良サンプルと比較し原点により近い不良サンプルを見つける．Algorithm 1 の8行目から24行目が DHS に相当する．

まず，IHS により得られた不良サンプル s からノルム $\mathcal{N}(s)$ を求め， $\mathcal{N}(s)$ の最小値 $\min \mathcal{N}(s)$ を L_A とする．

$$L_A = \min \mathcal{N}(s) = \min \sqrt{\sum_{j=1}^M \frac{s_j^2}{\sigma_j^2}} \quad (s \in \mathcal{A}_k) \quad (12)$$

図2に示す超球領域 B を次式とする．

$$B \equiv \mathcal{V}(L_A) - \mathcal{V}(L_A - \ell_m). \quad (13)$$

ここで ℓ_m は正の定数であり，サンプリング領域を狭めるため， k_0 より小さい値とする．領域 B でのサンプリングは，不良サンプルを含む象限 \mathcal{Q}_{fail} を見つけるために行う．サン

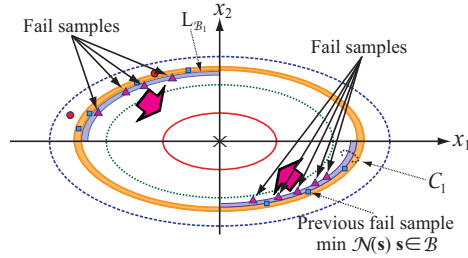


図3 縮小超球サンプリング (特定象限内).
Fig.3 Decremental hypersphere sampling
(in determined important quadrants).

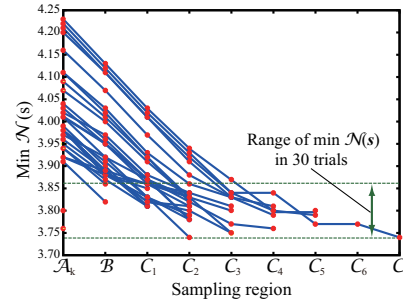


図4 電源電圧 500 mV における RNM 解析の最少ノルム探索結果.
Fig.4 Result of the minimum norm in RNM simulation at Vdd = 500 mV.

ル数は式 (11) に従い決定する．以後 DHS では、 Q_{fail} のみを探索することで探索を効率化する．象限を限定した後の DHS のサンプリング領域を次式に示す．

$$C_q \equiv (\mathcal{V}(L_{B_q}) - \mathcal{V}(L_{B_q} - \ell_m)) \cap Q_{fail}. \quad (14)$$

ここで、 q は正の整数、 L_{B_q} は領域 B で見つかった最小ノルム $\min \mathcal{N}(s)$ である．図 3 に、領域 C_q を図示する．領域 C_q 内のサンプル数は式 (11) に従い決定する．以後、新たな不良サンプルが探索される間、領域を縮小させる．領域 C_{q+1} の外径 $L_{B_{q+1}}$ は領域 C_q から探索された不良サンプルに接する．移動ベクトル s_{IS} は DHS で最後に得られた $\min \mathcal{N}(s)$ とする．

$$s_{IS} = \arg \min \mathcal{N}(s). \quad (15)$$

3.3 IS への適用

上記手法に基づいて得た平均値移動による IS が、Algorithm 1 の 25 行目から 27 行目である．IS の試行は収束率 $\rho(P)$ が制約 ρ_0 以下となったとき終了する． ρ_0 を小さくするほど推定精度が向上する．収束率 $\rho(P)$ を次式に示す．

$$\rho(P) = \epsilon \sqrt{\log\left(\frac{1}{\delta}\right)} = \frac{\sqrt{\text{Var}(P)}}{P}. \quad (16)$$

4. SRAM 解析への適用

提案手法を 6 トランジスタより構成される SRAM セルの歩留り推定に適用する．トラン

ジスタの閾値電圧ばらつきは、チャンネル領域内の不純物ゆらぎに起因するとして正規分布を用いる¹³⁾．デバイスモデルとして、32 nm PTM モデル¹⁴⁾ を用いる．提案手法をデータ読み出し時とデータ保持時の不良率解析に適用する．各条件とも、30 回実行して、解析の安定性を評価する．IHS と DHS (領域 B) においてサンプル数は $n_s = 60 \times 2^6$ とし、 $k_0 = 1$ より開始する．DHS (領域 C_q) においてサンプル数は $n_s = 60 \times n(Q_{fail})$ とする．ここで $n(Q_{fail})$ は Q_{fail} の象限数を意味する． ℓ_m は DHS 全体で常に 0.1 とする．

4.1 読み出し時の不良評価

SRAM セルのデータ読み出し時における安定性を、Read Noise Margin (RNM) で評価する²⁾．RNM の正負は SRAM セルの良・不良に相当しており、SPICE シミュレーションから求めることができる．SPICE シミュレーションが解析時間の大半を占めることから、全体の解析時間は SPICE の実行回数により評価できる．

閾値電圧ばらつきを $\mathbf{x} = (\Delta V_{t_1}, \dots, \Delta V_{t_6})$ とし、式 (1) の $f(\mathbf{x})$ を次式とする．

$$f(\mathbf{x}) \equiv RNM = \min(RNM_L, RNM_R). \quad (17)$$

ここで RNM_L, RNM_R は SRAM セル内のインバータにおける各ノードでのノイズマージンを表し、 RNM_L と RNM_R の最小値を RNM、その臨界値を $f_0 \equiv 0$ と定義する．SRAM セルの構造的対称性より、不良率 $P(F)$ は次式で表せる．

$$P(F) = P(F_L \cup F_R) = P(F_L) + P(F_R) - P(F_L \cap F_R) \\ \approx P(F_L) + P(F_R) = 2P(F_L) = 2P(F_R). \quad (18)$$

ここで $P(F_L)$ と $P(F_R)$ は稀な事象であるため排他的と見なせ、 $P(F_L \cap F_R) \approx 0$ とする⁵⁾．IS を行う際、対称性を利用して、 RNM_L, RNM_R のうち一方を解析する．この際、式 (9) に 2 倍の重み量を与えることにより、両方を考慮した不良率が求まる．

表 1 に、提案手法と従来の MC 法とを、電源電圧 (Vdd) 500 mV と 700 mV の 2 条件について比較する．収束条件は $\rho = 0.05$ としている．Vdd = 700 mV では MC 法の試行回数が膨大となるため、式 (4) から算定した値を用いる．表中の " N_{sim} " は各実験における全試行回数、"speed-up" は MC 法と提案手法との試行回数の比である．"est." は不良率であり、" σ_{equiv} " は不良率を標準正規分布の標準偏差に換算したものである⁶⁾．" $E_r(\sigma_{eq})$ " は、MC を基準として σ_{equiv} の相対誤差を百分率で示している．"min." と "max." の列は各条件における全 30 回の実行の内、最小値と最大値を示している．提案手法は、Vdd = 500 mV のとき、 2×10^6 回の MC 解析と比較して平均 71 倍高速であり、このとき平均誤差は 0.32% であった．" sd/μ " は全 30 回の各結果の標準偏差を平均値で割った値であり、百分率で示している． sd/μ が小さいほど、計算結果が安定しているといえる．

表 1 従来 MC 法と提案手法との比較.
Table 1 Comparison of conventional MC and proposed technique.

	Read noise margin (RNM) Vdd = 500 mV $\rho = 0.05$								Static noise margin (SNM) Vdd = 300 mV $\rho = 0.1$							
	Proposed Technique				MC				Proposed Technique				MC			
	ave. (μ)	min.	max.	sd/μ	ave. (μ)	min.	max.	sd/μ	ave. (μ)	min.	max.	sd/μ	ave. (μ)	min.	max.	sd/μ
$\min \mathcal{N}(s)$	3.80	3.74	3.86	0.83	6.29	6.20	6.44	1.06	4.80	4.72	4.93	1.05	4.80	4.72	4.93	1.05
N_{sim}	2.0E+6	3.0E+4	2.2E+6	5.1E+6	25	4.2E+11	4.7E+4	3.5E+4	7.1E+4	18	2.2E+7	3.4E+3	2.4E+3	7.5E+3	35	35
speed-up	71	40	95	21	-	-	9.3E+6	6.0E+6	1.2E+7	16	-	-	720	300	920	24
est.	2.0E-4	2.0E-4	1.7E-4	2.3E-4	6.2	-	9.6E-10	8.8E-10	1.1E-9	5.1	-	-	4.5E-6	3.8E-6	3.1E-6	4.6E-6
σ_{equiv}	3.55	3.55	3.50	3.59	0.47	-	6.00	5.99	6.02	0.14	-	-	4.44	4.48	4.43	4.52
$E_r(\sigma_{eq})$	0.32	0.027	1.27	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.81	0.15	1.73	-

図 4 に全 30 回の DHS における各領域での不良ベクトル探索の様子を示す。横軸は DHS の各段階を示し、縦軸はその領域で見つかった不良サンプルの $\min \mathcal{N}(s)$ である。縦軸の切片にある各点は IHS で計算された最小ノルム L_A を示し、DHS 中の処理を通じて、より小さな $\min \mathcal{N}(s)$ が見つかる。各試行の傾きが直線に近づいているのは、超球の半径を定数 ℓ_m で減少させていることによる。DHS では平均 3,4 回の縮小で、より小さなノルムを持つ不良サンプルを探索できている。

図 5 に従来の MC 法と提案手法による IS での試行回数と不良率の算定結果を示す (Vdd = 500 mV)。不良率が低いため、従来の MC 法は 10^4 回以下では、不良サンプルを 1 つも得られず、不良率を算定できていない。一方、提案手法による IS では少ない試行回数から意味のある不良率を算定している。図 6 に Vdd = 700 mV における提案手法による IS の試行回数と不良率の算定結果を同様に示す。両条件とも、提案手法による IS がそれぞれ同一の不良率に向かって、安定に収束していることがわかる。

図 7 に Vdd = 500 mV のときの試行回数と収束率 $\rho(P)$ との関係を示す。図から、提案手法による IS は従来の MC 法と比較し、安定かつ高速である。Vdd = 700 mV においても同様であり、表 1 の sd/μ から収束が安定していることがわかる。

4.2 静的時の不良評価

Vdd = 300 mV における SRAM のデータ保持時における不良率を Static Noise Margin (SNM) より求める²⁾。RNM と同様、 $SNM \leq 0$ のとき不良となる。IS の試行を収束率 $\rho = 0.1$ で終了したときの結果を表 1 の最右列に示す。RNM のときと同様、高速かつ安定して不良率が算定できている。

不良サンプル探索における試行回数

提案手法は、適切な移動ベクトルを安定に探索できることがわかる。しかし、提案手法では不良サンプル探索の試行回数が、全体のシミュレーション時間に大きな影響を与えている。図 8 に Vdd = 700 mV における RNM 解析の試行回数と $\min \mathcal{N}(s)$ の関係を示す。

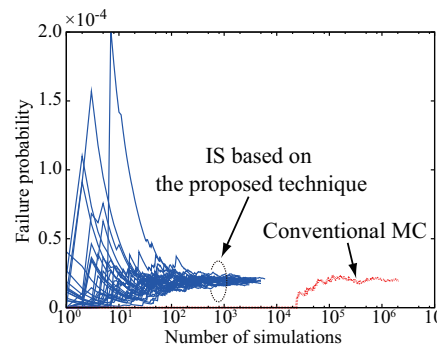


図 5 RNM 解析の不良率算定結果 (Vdd = 500 mV)
Fig. 5 Estimations of RNM failure probability (Vdd = 500 mV).

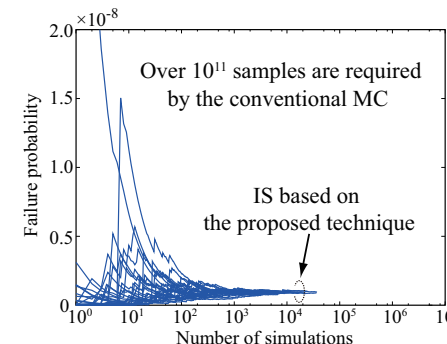


図 6 RNM 解析の不良率算定結果 (Vdd = 700 mV)
Fig. 6 Estimations of RNM failure probability (Vdd = 700 mV).

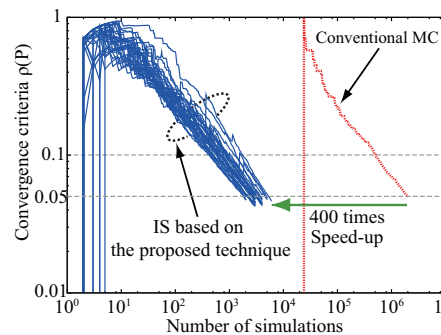


図 7 RNM 解析の不良率収束算定結果 (Vdd = 500 mV)
Fig. 7 Estimations of convergence criteria in RNM simulation (Vdd = 500 mV).

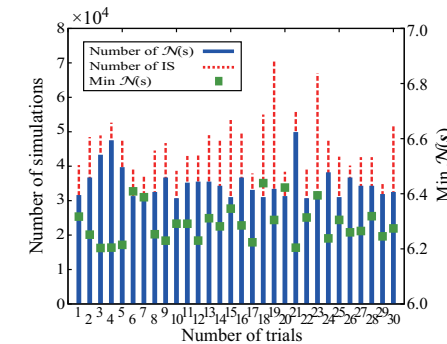


図 8 RNM 解析の全 30 回の実行の各最小ノルムと試行回数 (Vdd = 700 mV)
Fig. 8 The minimum norm and the number of simulations for 30 trials in RNM simulation (Vdd = 700 mV).

横軸は全 30 回の実行を示し、左縦軸に $\min \mathcal{N}(s)$ の不良サンプル探索と IS の試行回数を、右縦軸に IS へ適用した $\min \mathcal{N}(s)$ を示す。特に No. 4 と No. 21 の試行では、ノルム探索に多くの試行回数を費やしていることがわかる。逆にそれにより、十分小さな移動ベクトルを探索できているため、結果として IS の試行回数は少なくなっている。IS の試行回数は移動ベクトルのノルムに依存するが、30 回の実行いずれにおいても、提案手法は安定し

で適切な移動ベクトルを探索できていることがわかる。

4.3 他文献との比較

文献⁶⁾では“mixture IS”が提案されている。読み出し時の不良率算定における σ_{equiv} の評価で、従来の MC 解析の結果が $\sigma_{equiv} = 3.49$ であったとき、mixture IS は 3.42 であった。これは $E_r(\sigma_{eq})$ が 2.00% であることに相当する。提案手法は $\sigma_{equiv} = 3.55$ のとき $E_r(\sigma_{eq})$ は最大で 1.27% であった。提案手法はより厳しい計算条件において、低誤差の計算が安定にできている。

文献⁸⁾では“norm minimization IS”が提案されている。読み出し時の不良率算定における σ_{equiv} の評価で、 $\sigma_{equiv} \simeq 3.5$ のとき(図 5 の不良率より読みとれる)、従来の MC 法と IS の試行回数との比(移動ベクトルの探索試行回数は含まない)を 150 倍改善している。提案手法では、 $\sigma_{equiv} = 3.55$ かつ $\rho = 0.1$ の概ね同等な条件で 300 倍の高速化を実現し、また、 $\rho = 0.05$ においては、400 倍の高速性を実現している(図 5, 7)。提案手法は回路の不良領域の予測なしで、適切な移動ベクトルを安定かつ自動に決定できる。

5. 結 論

本稿では IS における平均値移動量の決定手法を提案した。提案手法は拡大超球サンプリングと縮小サンプリングにより、安定して移動ベクトルを探索できる。また SRAM セルの読み出し時と静的時における歩留り解析に適用し、効率的かつ安定な IS が実現できることを示した。特に、SRAM セルの不良率が 10^{-10} のとき、従来の MC 解析と比較し、 10^6 倍以上の高速化を実現した。

謝辞 本研究の一部は、文部科学省科学技術振興調整費(統合研究院)、NEDO の支援を受け、東京大学大規模集積システム設計教育研究センターを通じ、シノプシス株式会社の協力により行われた。

参 考 文 献

- 1) Nassif, S.: Design for variability in DSM technologies, *Proceedings of IEEE International Symposium on Quality Electronic Design*, pp.451–454 (2000).
- 2) Agarwal, K. and Nassif, S.: The Impact of Random Device Variation on SRAM Cell Stability in Sub-90-nm CMOS Technologies, *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration(VLSI) Systems*, Vol.16, No.1, pp.86–97 (2008).
- 3) Cochran, W.G.: *Sampling Techniques*, Wiley, New York (1977).
- 4) Singhee, A., Wang, J., Calhoun, B. and Rutenbar, R.: Recursive Statistical Block-

ade: An Enhanced Technique for Rare Event Simulation with Application to SRAM Circuit Design, *Symposium on VLSI Technology, Digest of Technical Papers*, pp. 131–136 (2008).

- 5) Doorn, T., ter Maten, E., Croon, J., DiBucchianico, A. and Wittich, O.: Importance sampling Monte Carlo simulations for accurate estimation of SRAM yield, *Proceedings of European Solid-State Circuits Conference*, pp.230–233 (2008).
- 6) Kanj, R., Joshi, R. and Nassif, S.: Mixture importance sampling and its application to the analysis of SRAM designs in the presence of rare failure events, *Proceedings of IEEE/ACM Design Automation Conference*, pp.69–72 (2006).
- 7) Chen, G., Blaauw, D., Mudge, T., Sylvester, D. and Kim, N.S.: Yield-driven near-threshold SRAM design, *Proceedings of IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design*, pp.660–666 (2007).
- 8) Dolecek, L., Qazi, M., Shah, D. and Chandrakasan, A.: Breaking the simulation barrier: SRAM evaluation through norm minimization, *Proceedings of IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design*, pp.322–329 (2008).
- 9) McNeil, A.: Estimating the Tails of Loss Severity Distributions using Extreme Value Theory, *ASTIN Bulletin*, Vol.27, No.1, pp.117–137 (1997).
- 10) Hesterberg, T.C.: *Advances in Importance Sampling*, PhD Thesis, Stanford Univ., Stanford, CA (1988).
- 11) Dembo, A. and Zeitouni, O.: *Large Deviations Techniques and Applications, Second Edition* (1998).
- 12) Schueller, G., Pradlwarter, H. and Koutsourelakis, P.S.: A comparative study of reliability estimation procedures for high dimensions, *ASCE Engineering mechanics conference* (2003).
- 13) Bhavnagarwala, A., Tang, X. and Meindl, J.: The impact of intrinsic device fluctuations on CMOS SRAM cell stability, *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol.36, No.4, pp.658–665 (2001).
- 14) PTM: <http://www.eas.asu.edu/~ptm/>.