J. von Neumann and O. Morgenstern : Theory of Games and Economic Behavior

Princeton University Press（1944）

ゲーム理論と呼ばれるものは1930年代にJohn von Neumannが創造したということができる．それは1950年代から次第に発展し，現在では経済学を始め，政治学，経営学，軍事学などの多くの分野で広く応用されるに至っている．1944年に経済学者のMorgensternとの共著として公刊されたこの本は，文字通りゲーム理論の基礎を築いた古典である．600ページ近いこの本の内容は，3つの部分からなるということができる．

第1部はいろいろなかたちのゲームというものの構造を分析し，それを形式的にモデル化している．そこでゲームの展開形式extensive formと還元形式reduced formを区別し，後者のかたちを用いて，n人の参加者playerによって行われるゲームの結果は，それぞれのとる戦略$\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$に対応して，各人が得る利得の期待値，すなわちペイオフpayoff $M_i(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ $i=1, 2, \ldots, n$として与えられることが厳密に定式化されている．

第2部はゼロ和2人ゲームを扱う．ここでは2人の参加者playerの利害は完全に相反することになるので，互いに相手が合理的に行動することを前提としてミニマックス値が求められる．両者の期待が一致するとき，すなわち $v^* = \sup_{\xi_1} \inf_{\xi_2} M_i(\xi_1, \xi_2) = \inf_{\xi_1} \sup_{\xi_2} M_i(\xi_1, \xi_2)$ となるときゲームは決定的determinedであるといい，v^*をゲームの値という．

そうして完全情報ゲームperfect information game，すなわち2人が交互にプレイし，そうしてそれまでのゲームの進行状況が完全に分かっている場合，および両者が取り得る可能な戦略が，有限個の戦略の混合戦略である場合の2つについてはゲームが決定的になることが証明されている．後者の命題はゲームの理論の基本定理と呼ばれることもある．それは論理的に線形計画法の双対定理と密接な関係があり，ある意味で同等であるが，このときまだ線形計画法の理論は完成していなかったのである．この定理は1940年代における応用数学の1つの発展の要であったといえよう．

第3部は，この本の3分の2を占めるが，ゼロ和$n(n>3)$人ゲームを扱っている．非ゼロ和n人ゲームは“自然”をもう1人のプレイヤとしてゼロ和$n+1$人ゲームとして扱われる．ここで基本的な概念は連合coalitionと結果の配分imputationの概念である．すなわちプレイヤの任意の集合は，連合してその得るペイオフの合計を最大になるようにし，その上でそれを連合の参加者の間で配分することができるとされている．そうするとある連合Sが形成されれば，ゲームはSとそれに属さないプレイヤの連合との間のゼロ和2人ゲームと考えられるからその値$v(S)$が決まる．そこでこの$v(S)$がSに属するプレイヤの間で配分されることになる．そこでゲームはこのような連合の形成とその成果の配分をめぐる交渉に帰着する．

一般にこのような状況で，1つの配分が安定的な均衡解として得られることはない．そこで提案されているのが，配分の集合としての“解”solutionである．それはいわば均衡点の集合であって，「そのうちの1点に入れば他の点に動くことはない．それに属さない点はその中のどれかに向かって動く」というようなものである．ただし問題はそれが局所的にも安定でなく，またこのような“解”は一般に無限に多く存在するので，それはゲームの結果について何を意味しているのか明らかでないことである．

その後n人ゲーム，あるいは非ゼロ和ゲームについては多くのアイディアが提案された（最近映画でも有名になったNashの解もその1つであろう）．そこでは多くの結果が得られているが，しかし結論的にいってしまえば「n人ゲームの一般的解は存在しない」というのが答えであるという感じがある．すなわち現実の状況ではゲームのルール以外の，制度，慣習，あるいは力関係などで決まるということであり，このことはすでにこの本の中で示されているといってもよいのかもしれない．

（平成15年1月17日受付）

竹内　啓／明治学院大学
keiy@k.meijigakuin.ac.jp