

## スケールフリー通信ネットワークの混雑と臨界パケット発生率

新井 賢一 †, 水谷 伸 †, 荒川 伸一 †, 村田 正幸 †  
日本電信電話株式会社 NTT コミュニケーション科学基礎研究所 †, 大阪大学大学院情報科学研究科 †

**概要:** ノードの次数がべき分布に従う通信ネットワークにおいて、パケット発生率が小さい値ときの非混雑状態から混雑状態へ遷移するときの臨界パケット発生率の振舞いについて報告する。各ノードにおけるパケット配送の経路制御として、最短経路及びランダムウォークを混合した経路制御に配送先候補である隣接ノードのパケットキュー長を用いた混雑回避因子を組み合わせ、パケット配送のシミュレーションを行った。スケールフリーネットワーク、特にべき次数分布の指数が大きいネットワークではハブノードが存在し、最短経路制御とランダムウォークの混合比に最適な値が存在する。このとき、上記の経路制御による輻輳回避効果が大きく現われ、臨界パケット発生率が数倍に増加する。

## Congestion of Scale-free Communication Networks and Critical Packet Generation Rates

Kecichi Arai †, Shin Mizutani †, Shinichi Arakawa †, Masayuki Murata †  
NTT Communication Science Laboratories, NTT Corporation †, Graduate school of Information Science and Technology, Osaka University †

### Abstract:

In scale-free communication networks, we focus on the behavior of critical packet generation rates, at which the networks transit from free flow states to congestion states as the packet generation rates increase. We perform packet forwarding simulations where packet forwarding probabilities (FPF) are used as the model for representing packet routing strategies. The FPFs of every node are determined based on congestion avoidance factors and the FPF mixtures of shortest path routings and random walks. Our simulations shows that there are the most effective mixture rates to reduce the congestion of communication networks, in particular, a scale-free network with a large exponent of a power law due to hub nodes with large degrees.

### 1 はじめに

インターネットは、大局的な視点から構築が行われたというよりは、むしろ自己組織に構築された通信ネットワークであり、各ノードの次数がべき的な分布をしたいわゆるスケールフリーネットワークである[3]。インターネットのようなべき次数分布をもつネットワークトポロジーでは、各ノードが強い非均一性を持つ。このようなネットワークにおいて、従来のトラフィック制御方式がどのような結果をもたらすかを解明することは重要な課題となっている。とくに、非均一性はトラフィックの集中を引き起こすことが予想され、トラフィック増加に耐えうるネットワークを構築するためにも混雑を回避してパケット配送キャパシティを向上させる手法を考えることも合わせて重要な課題といえる。各ノードにおけるパケット発生率が小さい場合、パケットはほぼ一定の時間で目的のノードに達する非混雑状態（自由相）にある。しかし、パケット発生率が大きい場合、ネットワーク中のパケット数は時間と共に増大し、多くのパケットが一定の時間内には目的ノードの到達しない混雑状態（混雑相）となる。パケット発生率を小さい値から大きい値へ変化させたとき、非混雑相から混雑相へ推移する点を臨界パケット発生率といい、ネットワークキャパシティの指標として、臨界パケット発生率を用いた。Wang らは、代表的なスケールフリーネットワークであるBAトポロジー上で、ノードの媒介中心性を基にした経路制御を行い、臨界パケット発生率の振舞いをしらべてい

[5]。我々は、最短経路制御およびランダムウォークの混合と混雑回避因子を組み合わせた配送確率を用いた経路制御を用いた場合のスケールフリー通信ネットワークにおける臨界パケット発生率の振舞いを報告する。

### 2 モパケット配送ル

#### 2.1 パケット配送方法

ノード数  $N$  のネットワークを考える。全てのノードはホストかつルータであり、配送途中や生成されたパケットを一時貯めておくバッファを持っている。我々はバッファの大きさが無限大の場合（無限バッファモデル）と有限の場合（有限バッファモデル）を扱う。有限バッファモデルでのノード  $i$  のバッファ長を  $b_i$  とする。また、ある時刻にノード  $i$  に貯められているパケットの数、つまりキュー長を  $q_i$  とする。

各時刻各ノードにおいて、確率  $p$  でパケットが生成され、ランダムに宛先ノードが決められる。生成されたパケットはキューの最後尾に追加する。各ノードでは、キューの先頭からパケットを配送ルールに従い隣接ノードに送る。ただし、配送パケット数は平均  $\mu$  のポアソン分布で決める。宛先ノードに達したパケットはネットワーク内から消去される。

本報告ではパケット配送ルールとして配送確率を用い、配送する際にどのノードに転送するかを乱数によ

り決定する。配送確率は  $p_{ij}^k$  と書き、これは、現在パケットがノード  $i$  にあり、宛先ノードが  $k$  の場合、隣接ノード  $j$  に配送する確率を表す。一般的な配送制御である最短経路制御では、パケットは最短経路を通り配送されるが最短経路が  $n$  個ある場合には一つを  $1/n$  の等確率でランダムに選ぶことになる。このときの配送確率を  $p_{ij}^{(s)k}$  と書く。一方、ランダムウォークによるパケット配送では、ノード  $i$  の隣接ノード数が  $m$  であれば、ランダムウォークの配送確率は宛先ノードに関係なく  $p_{ij}^{(r)k} = 1/m$  となる。ただし、隣接ノードに宛先ノードが含まれる場合は、確率 1 で宛先ノードに配送する。

## 2.2 ネットワークトポロジー

本報告では、インターネットなどで見られるスケールフリー性を再現することができる次の方法を用いてネットワークを構成した。まずは、Barabasi-Albert [2] に従い、ネットワーク成長と優先接続を用いた「BA モデル」であり、そのべき次数分布の指数は  $-3$  である。また、成長モデルでない「static model」[4] も用いた。ノード  $i$  に重み  $i^{-\alpha}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) を割り当て、ノード重みに比例する確率で選ばれた 2 つのノード  $i, j$  にリンクを張ることを繰り返すモデルである。このようにして構築されたネットワークは、べき次数分布の指数は  $\gamma = 1 + 1/\alpha$  となるので、容易にべきの指数を変えられるという利点もある。ここでは、 $\gamma = 2.0$  ( $\alpha = 1$ )、 $\gamma = 2.5$  ( $\alpha = 2/3$ )、 $\gamma = 3.0$  ( $\alpha = 1/2$ ) の 3 つの場合を用いて実験を行った。さらに、比較のため、各ノード間にランダムにリンクを張ったランダムネットワークを用いた。

## 3 パケット発生率臨値の振舞い

### 3.1 無限バッファ長モデルと滞留パケット数

$t = 0$  でパケットが発生し始め、現在時刻  $t$  までに発生したパケット総数を  $G(t)$  とする。ここで用いたモデルでは、 $\langle G(t) \rangle = \rho N t$  となる。ただし、 $\langle \rangle$  は期待値を表す。

バッファが無限長の場合、目的ノードに達していないパケットはネットワーク中に滞留しており、この滞留パケット数を  $M(t)$  とする。過渡期の影響を無視できる十分大きな  $t$  で考えると、 $M(t)$  は次のようになる。

$$\langle M(t) \rangle = \begin{cases} C_p, & p < p_c \\ B_p t, & p > p_c \end{cases}$$

ただし  $B_p$  および  $C_p$  は  $p$  の関数である。パケット発生率  $\rho$  がある閾値  $\rho_c$  より小さければ、ネットワーク中のパケット総数は一定値  $C_p$  となる。Little の法則によれば、パケットの平均ネットワーク滞在時間は、ネットワーク滞留パケット数に比例するので、パケットは有限時間で目的ノードに到着することになる。このとき、ネットワークは自由相にあるという。逆に、 $p$  が閾値  $\rho_c$  より大きければ、ネットワーク中のパケット総数は一定率  $B_p$  で時間に比例して増加する。このとき、パケット到着時間はいくらでも大きくなり、この状態

を混雑相という。混雑状態の指標として次のような  $\eta$  を考える [1]。

$$\eta = \lim_{s \rightarrow \infty} \left\langle \frac{N(t+s) - N(t)}{G(t+s) - G(t)} \right\rangle$$

自由相では、 $\eta = 0$  となり、混雑相では  $\eta = B_p/\rho N > 0$  となるので、 $\eta$  の値をみていけば状態を判別することができる。非混雑状態から混雑状態に移る  $\rho_c$  を臨界パケット発生率という。BA モデルで生成したネットワークにおいて、最短経路による経路制御を用いた場合のパケット発生率  $\rho$  に対する  $\eta$  の振舞いを数値実験により調べた (図 1)。ここでは、幾つ

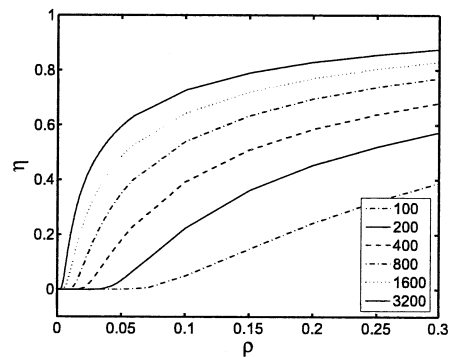


図 1: 無限バッファ長モデルの  $\eta$  のパケット発生率に対する依存性。ノード数は 100、200、400、800、1600、3200。

かのネットワークノード数で調べているが、いずれの場合も  $\rho$  が小さい場合自由相 ( $\eta = 0$ ) であり、ある臨界値  $\rho_c$  を境に  $\eta$  は立ち上がり混雑相になる。さらに、十分大きな  $\rho$  に対しては 1 に近づいていくことが分かる。また、ノード数が増えるにしたがって、小さい  $\rho$  でも混雑状態になり、 $\rho_c$  の値が小さくなっていくことが分かる。

### 3.2 最短経路制御の場合の臨界パケット発生率

パケット発生率を大きくしていった場合の混雑状態の始まりは、もっとも混雑するノードに着目すればよい。最短経路をパケットが通る場合は、もっとも混雑するのは最大の媒介中心性をもつノードである。ノード  $i$  の媒介中心性を  $B_i$  とすると、あるノードで発生したパケットが、ノード  $i$  に到着する確率は  $B_i / \sum_j B_j$  なので、ノード  $i$  への平均パケット到着数は、

$$\lambda_j = \rho N L \frac{B_j}{\sum_k B_k} = \rho N L \frac{B_j}{N(N-1)L} = \frac{\rho B_j}{N-1}$$

となる。ただし、 $L$  は平均パス長である。このとき、最大媒介中心性を  $B^* = \max_i B_i$  とすると、臨界パケット発生率  $\rho_c$  は次のようになる。

$$\frac{\rho_c B^*}{N-1} = \mu \quad \text{より} \quad \rho_c = \frac{\mu(N-1)}{B^*}$$

Gho [4] によると、BA モデルや static model などのスケールフリーネットワークでは臨界バケット発生率はネットワークサイズに対してほぼべき的に減少しており、べき次数分布の指数  $\gamma$  が  $2 < \gamma \leq 3$  のとき、 $B^* \propto N^{-1.8} \log N$  となる。

### 3.3 有限バッファ長モデルとバケット数

有限のバッファ長モデルでは、無限バッファ長モデルのように滞留バケット数が時間とともに増え続けることはない。バケットがあるノードの隣接ノードのバッファが全て埋まっており、次に配送できるノードがない場合、バケットロスが起きる。時刻  $t$  までのバケットロスの総数を  $L(t)$  とし、有限バッファ長の場合は発生した全バケット数に占める損失したバケット数の割合  $\eta'$  を混雑指数とすることにする。

$$\eta' = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{L(t+s) - L(t)}{G(t+s) - G(t)}$$

有限バッファ長でのバケット発生率  $\rho$  に対する  $\eta'$  の振舞いを図 2 に示す。やはり、 $\rho$  が小さい場合  $\eta' = 0$

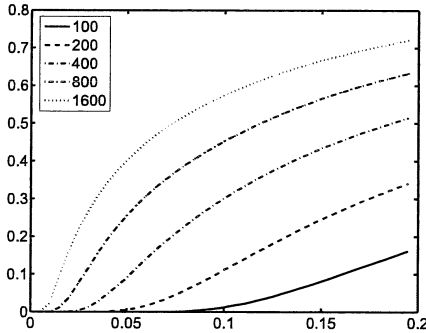


図 2: 有限バッファ長モデルの  $\eta'$  のバケット発生率に対する依存性。ノード数は 100、200、400、800、1600。

であり、バケットロスのない自由相となる。ある臨界値  $\rho_c$  を境に  $\eta'$  は立ち上がり、無限バッファ長のときと同様に混雑相への遷移が起ることが分かる。

### 3.4 配送確率と臨界バケット生成率

次に配送確率として、最短経路制御とランダムウォークを混合したものに混雑回避因子を組み入れたものを考える。まず、配送確率として最短経路配送確率  $p_{ij}^{(s)k}$  とランダムウォーク配送確率  $p_{ij}^{(r)k}$  を比  $r$  で混合したものを考える。

$$p_{ij}^k = (1-r)p_{ij}^{(r)k} + rp_{ij}^{(s)k}$$

ここで  $r = 1$  が最短経路制御に対応する。混雑回避のメカニズムとして、配送先候補である隣接ノードのキュー長を考慮する方法も用いた。キュー長に関する

減少関数  $f(q)$  を混雑回避因子として、新たな配送確率  $\hat{p}_{ij}^k$  を

$$\hat{p}_{ij}^k = \frac{f(q_j)p_{ij}^k}{\sum_j f(q_j)p_{ij}^k}$$

と変更する。本報告では  $f(q)$  として、べき型の関数  $f(q) = (q+1)^{-2}$  を経路制御を行った場合の数値実験を行った。有限バッファモデルでは、 $q_i > b_i$  のとき形式的に  $f(q_i) = 0$  となる。バケット流量が少ない状態では、最短経路制御が適切であると考えられるが、流量が増えてくると回り道を促進するランダムウォークと混雑回避因子を考慮した配送確率に混雑を緩和する効果があるのではないかと考えられる。

この効果を数値実験で確かめるため、ランダムネットワーク及び BA モデルについて、混合比  $r$  を変えたときの臨界バケット発生率の振舞いを調べ、その結果を図 3 に示す。最短経路制御 ( $r = 1$ ) では臨界バ

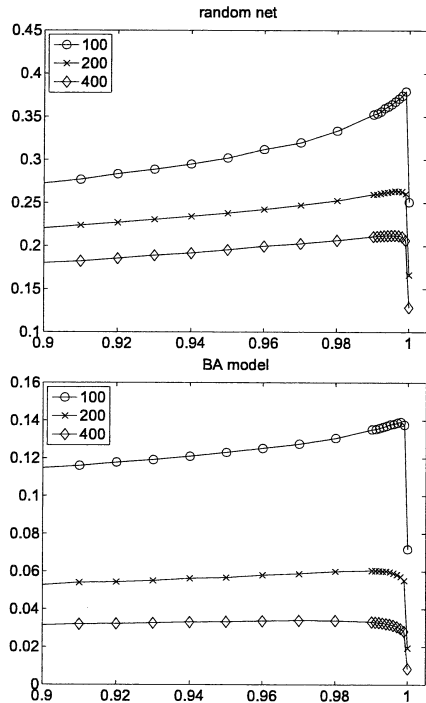


図 3: 臨界バケット発生率の配送確率混合率に対する依存性。Random network (上)、BA モデル (下)。ネットワークサイズ 100 (○)、400 (×)、1000 (◇)。

ケット発生率が低く、ランダムウォークを混合した場合 ( $r < 1$ ) 臨界バケット発生率が大幅に増大していることが分かる。ここでは紙幅の関係上示していないが、格子状のネットワークのような均一的な場合にはランダムウォークを混合すると臨界バケット発生率は減少してしまう。

次に、有限バッファモデルでの結果を図 4 に示す。用いたネットワークトポロジーは、ランダムネットワー

クおよび BA モデル、static model によるスケールフリーネットワークである。無限バッファモデルと同様

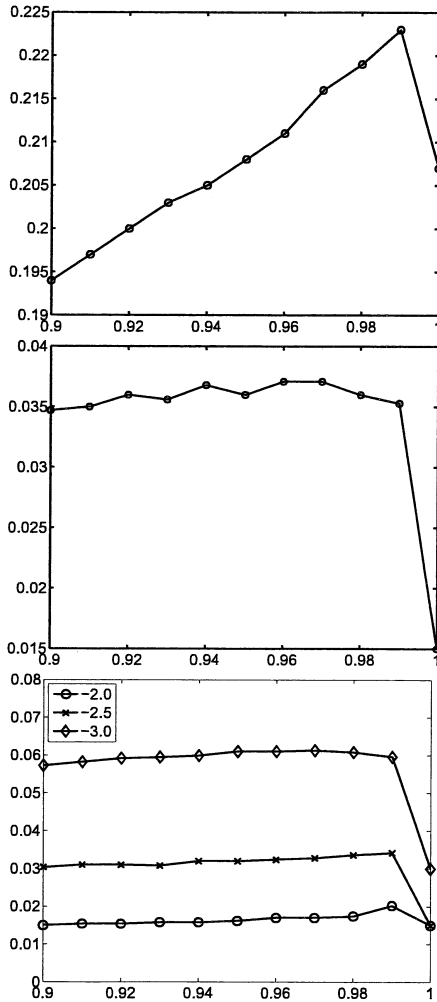


図 4: 臨界パケット発生率の配送確率混合率に対する依存性。Random network (上)、BA モデル (中)、スケールフリーモデル (下)。ネットワークサイズは 1000。

の効果があることが分かった。static model のスケールフリーネットワークにおいて、べき分布の指数が大きいほど、配送確率混合による輻輳回避効果が大きいことがわかる。

#### 4 まとめ

本報告では、バッファ長が有限と無限の 2 種類の通信ネットワークモデルにおいて自由相から混雑相に転移する臨界パケット発生率の振舞いについて報告し

た。混雑の指標として、無限バッファではネットワーク内に滞留するパケット数の増加率、有限バッファではパケットロスを起こすパケットの率を用いた。また、ネットワークのトポロジーとして、インターネットなどの通信ネットワークの特徴であるべき的な次数分布をもつネットワークを BA モデル、static model を使い、ランダムネットワークとの比較も行った。また、パケット経路制御の数理モデルとして配送確率を用いた。具体的には、最短経路制御の配送確率とランダムネットワークの配送確率と混合し、さらに混雑緩和のため隣接ノードのキュー長により決まる混雑回避因子により配送確率を変更している。ネットワーク配送の数理モデルとして配送確率を用いたことの利点として、各種配送の混合やキュー長による制御などが統一的に取り扱いやすくなったことが挙げられる。

混合比  $r$  に対する臨界パケット発生率の振舞いについてシミュレーションを行った。それによると最短経路制御 ( $r = 1$ ) では比較的低いパケット発生率で混雑相への転移が起きが、ランダムネットワークを混合させることにより臨界パケット発生率は増大することが分かった。これは無限バッファモデルでも有限バッファモデルでも同様に見られた。さらに、有限バッファモデルでの実験によると、この傾向はランダムネットワークよりはスケールフリーネットワーク、スケールフリーネットワークの中では指数の大きなものほど強くなり、臨界パケット発生率で最大でやく 2 倍の違いが生じることが分かった。これはネットワーク内に存在するハブノードの影響だと思われる。

#### 5 謝辞

本研究の一部は、文部科学省科学技術振興調整費「先端融合領域イノベーション創出拠点の形成：ゆらぎプロジェクト」の研究助成によるものである。ここに記して謝意を表す。

#### 参考文献

- [1] Arenas, A., Diaz-Guilera, A. and Guimera, R.: Communication in Networks with Hierarchical Branching, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 86, p. 3196 (2001).
- [2] Barabási, A.-L. and Albert, R.: Emergence of Scaling in Random Networks, *Science*, Vol. 286, No. 5439, pp. 509–512 (1999).
- [3] Faloutsos, M., Faloutsos, P. and Faloutsos, C.: On power-law relationships of the Internet topology, *Proceedings of ACM SIGCOMM*, pp. 51–262 (1999).
- [4] Goh, K.-I., Kahng, B. and Kim, D.: Universal Behavior of Load Distribution in Scale-Free Networks; Goh-2001, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 87, No. 27, p. 278701 (2001).
- [5] Wang, B.-H. and Zhou, T.: Traffic flow on efficient routing on scale-free networks, *arXiv:physics/0609031* (2006).