

# 対数美的曲面の創成アルゴリズムと VR を用いた曲面創成システムの開発

萩原徹  
和歌山大学大学院

原田利宣  
和歌山大学

現在、工業製品のデザイン工程では、モデリングの早い段階で高精度なモデルが求められ、VR 上でのデザイン検討が行われている。しかし、CAD システム上での曲線制御の限界から、それを用いて創成する面の性質を制御することが非常に困難である。そこで、本研究では、まず曲面の曲率線の分析結果から曲面の持つリズムを表す性質パラメータを曲率対数分布図、振率対数分布図の概念を基に定義し、その性質パラメータを用いて「対数美的曲面」を定義することを目的とする。また、対数美的曲面の創成システムを開発し、創成した曲面の検証および VR 上での曲面の制御方法についての考察を行う。

## An algorithm of a log-aesthetic curved surface generation and a development of the curved surfaces generation system with VR

Tohru Hagihara  
Graduate School of Wakayama University

Toshinobu Harada  
Wakayama University

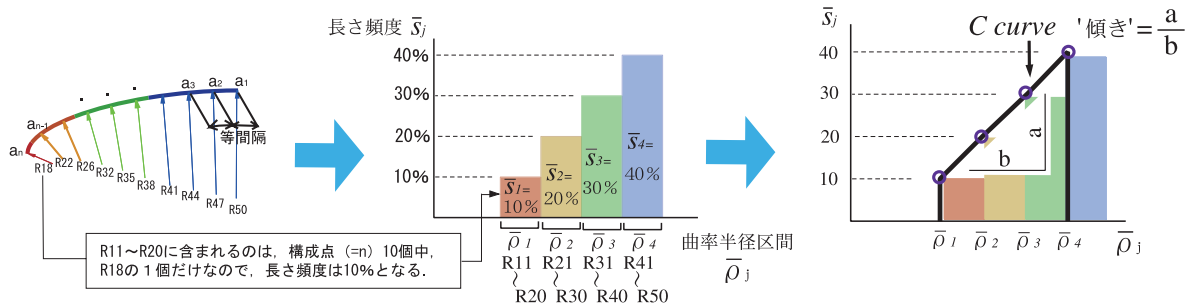
This study shows the algorithm for generating “log-aesthetic curved surface” that are needed to create precise models on CAD systems. first, we defined parameters for controlling properties of curved surface. These parameters are based on result of curved surface analyses using “Logarithmic Curvature Histogram” and “Logarithmic Torsion Histogram”. Second, we defined a log-aesthetic curved surface with the parameters. We developed log-aesthetic curved surfaces generation system with VR and analyzed curvature lines of generated surfaces. We considered operability of controlling log-aesthetic curved surfaces. Finally, we could generate aesthetic curved surfaces regularly.

### 1. はじめに

現在、車などの工業製品のデザイン工程では、3次元 CAD システムを用いてモデリングを行い、VR 上でのデザイン検討が行われている。そのため、モデリングの早い段階で高精度なモデルが求められる。モデリングの工程では、まず曲面の特徴を表すキーラインを決定し、それを基礎として曲面設計を行うことでモデルを仕上げていく。しかし、既存の3次元 CAD システム上での空間曲線創成は難しく、デザイナーがモデリングで定義するキーラインは平面曲線、もしくは2つの平面曲線を合成して簡単に創成できるレベルの空間曲線しか創成できていない。よってそれらの空間曲線を用いて作られる曲面をデザイナーの意図した形状に制御して創成することが困難である。また、キーラインだけでは面の性質やハイライトの流れ方を意図通りに制御できない。このため、最終的には CAD データを用いて NC マシンで削りだしたクレイモデル上で、手作業によりキーラインとなる空間曲線や曲面の微調整が行われ、この作業に膨大な工数が必要となる。そのためデザイナーの意図する高品質な曲線、曲面を創成するための研究がなされている。

これまでに、原田らによりシステム上でデザイナーの感覚にあった美しい平面曲線を創成する手法が研究された<sup>1)</sup>。この研究では、曲率変化の仕方とボリュームから曲線の性質を定量的に表す「曲率対数分布図」(図1)を提案し、ヒストグラムの頂点を結んだ線である *C curve* が直線であるとき、その曲率対数分布図であらわされる曲線がデザイナーが美しいと感じる自己アフィン性を持つ曲線であることを示した。また、この *C curve* の傾きで曲線を分類することで、デザイナーの求める曲線の性質を明らかにした。井上らは曲率対数分布図と同様に、曲線上の等間隔に設定された各構成点における振率半径とその振率半径が曲線状に現れる“長さ”の関係を両対数座標系上に表現する「振率対数分布図」を考案した<sup>2)</sup>。曲率対数分布図と同様にヒストグラムの頂点を結んだ線を *T curve* と定義し、*T curve* が直線となるとき、空間曲線は振率について自己アフィン性を持つことを示した。

本研究では、3次元 CAD システム上で美しい曲面(詳細な定義は後述)を任意に創成・制御するため、すでになされている対数美的空間曲線に関する研究<sup>1)~3)</sup>を応用して、性質を制御した曲面を創成するためのアルゴ



・曲線の構成点 ( $a_1, a_2, \dots, a_n$ ) を等間隔おきに抽出し、各構成点の曲率半径を算出する。

・各曲率半径区間  $\bar{\rho}_j$  に含まれる構成点の数  $m$  を合計する。長さ頻度  $\bar{S}_j (=100\% \cdot m/n)$  を算出する。ここで、 $n$  は総構成点数である。この長さ頻度を両対数ヒストグラム上に表す。

・ヒストグラムの頂点を結ぶことにより、 $C$  curve が描かれる。 $C$  curveの傾き(= $a/b$ )を求め、これが曲率変化のリズム(規則性)となる。

図1 曲率対数分布図の説明

リズムの提案とそれを用いた曲面創成システムの開発を目的とする。具体的には、まず、「対数美的曲面」の定義を行うため、「曲率対数分布図」と「振率対数分布図」による曲面における曲率線の性質分析結果から曲面を構成する空間曲線の性質を明らかにし、曲面の性質を表すパラメータ  $\gamma_i, \gamma_i$  を導入する。次に対数美的曲面の創成手法を提案とVRを用いた対数美的曲面創成システムを開発を行う。さらに、システムを用いて創成したサンプル面の曲率線に対する性質分析を行う。最後にVR上の曲面の制御方法について入力、出力デバイスに対する考察を行う。

## 2. 対数美的曲面の定義

### 2.1. 曲面の曲率線分析結果の考察

曲面の「性質」を定義、分類するため、まず、井上が行った自然造形物、工業製品の曲面分析の結果<sup>2)</sup>を基に考察を行った。分析の概略を図2に示す。井上は、曲面の性質を表す曲率線の分析を行うことで、曲面の種類を性質同一面、性質遷移面、性質混在面の3種類に分類した。分析には最小曲率線・最大曲率線の2種類について、それぞれ曲面から等間隔に数本ずつ抽出し、それらを曲率単調な部分曲線に分割したものを使用した。このときの抽出された曲率線の性質を曲率対数分布図・振率対数分布図におけるヒストグラムの傾き ( $C$  curve,  $T$  curve) により分析することで、各曲率線の性質を同定した。そして一つの曲面の中で、等間隔に抽出した曲率線の性質の並びがすべて同じであるとき、これを「性質同一面」と定義し、一方向に進むにつれ徐々に性質が変化するものを「性質遷移面」と定義した。さらに抽出した曲率線の並びの中で性質が混在しているものを「性質混在面」と定義している。これらの曲面の性質は曲率と振率それぞれについて考える必要がある。

これら3種類の曲面のうち、性質混在面は曲面と曲面との境目に現れると考えられたため、本研究では性質混在面は考慮せず、性質同一面、性質遷移面について考察する。性質同一面は両端の性質が等しい性質遷移面と考えることができ、性質遷移面の特別な場合と言える。ここで、両端の曲率線の性質が同じでも、両端の曲率線間の曲率線の形状がどのようなリズムで変化するかによ

り曲面の形状は変化する。ここでいうリズムとは、曲率線やキーラインにおける一定の曲率・振率の変化の割合を指す。本研究ではこの「変化のリズム」に着目し、それを制御するパラメータの定義を行とともに、創成した曲面と既存の自然造形物・工業製品の曲面との比較を行う。

### 2.2. 対数美的曲面の定義

曲率線を指定して面を創成することは困難であるため、本研究では、現在クレイモデリングで行われている曲面の造形技法を元に1本のガイド線と2本の基準線と呼ばれる面を特徴づける線を用いて曲面を創成することを考える(図3)。このとき2本の基準線をガイド線の両端での曲線とし、一方の基準線を他方に徐変させながら面を作る場合、基準線の形(基準線上の各点における曲率と振率)をどのようなリズムで徐変させればよいか定義しなければならない。本研究では、徐変していく基準線のある点における曲率、振率の変化のリズムが自己アフィニックである時、高品質な面ができると仮定した。なお、本研究の前提として基準線が創成された曲面の曲率線に近くなるように、ガイド線は直線に近い空間曲線とする。これは、ガイド線の形状によって曲率線の方向が変化し、曲率線の方向の制御が困難になるためである。以下に対数美的曲面の具体的な定義を示す(図4)。

#### 2.2.1. 曲面を構成する曲線群の定義

ガイド線を  $C_g(u) [0 \leq u \leq 1]$  とし、 $u$  における接線ベクトル、主法線ベクトル、従法線ベクトルを  $\vec{t}_g(u), \vec{n}_g(u), \vec{b}_g(u)$  と定義する。同様に二本の基準線を  $C_{b_1}(v), C_{b_2}(v) [0 \leq v \leq 1]$  とし、それぞれ  $\vec{t}_{b_1}(v), \vec{n}_{b_1}(v), \vec{b}_{b_1}(v)$ , および  $\vec{t}_{b_2}(v), \vec{n}_{b_2}(v), \vec{b}_{b_2}(v)$  を定義する。 $C_{b_1}$  は  $C_g(0)$  を始点とし、 $C_{b_1}(0)$  において主法線ベクトルの方向が同じであり ( $\vec{n}_{b_1}(0) = \vec{n}_g(0)$ ),  $C_{b_1}(0)$  の接線ベクトルと  $C_g(0)$  の従法線ベクトルの方向が同じであるとする ( $\vec{t}_{b_1}(0) = \vec{b}_g(0)$ )。  $C_{b_2}$  は  $C_g(1)$  を始点とし、 $C_{b_2}$  と同様に  $\vec{n}_{b_2}(0) = \vec{n}_g(1)$  かつ  $\vec{t}_{b_2}(0) = \vec{b}_g(1)$  であるとする。このとき、 $C_{b_1}$  から  $C_{b_2}$  へ徐変させながら面を張るとすると、面の形状を求めるには点  $C_g(u)$  から始まる、基準線を補完する曲線  $C_u(v)$  を求めればよいことになる。

#### 2.2.2. 徐変する基準線 $C_u$ の定義

次に曲線  $C_u$  上の各点における曲率について考える。

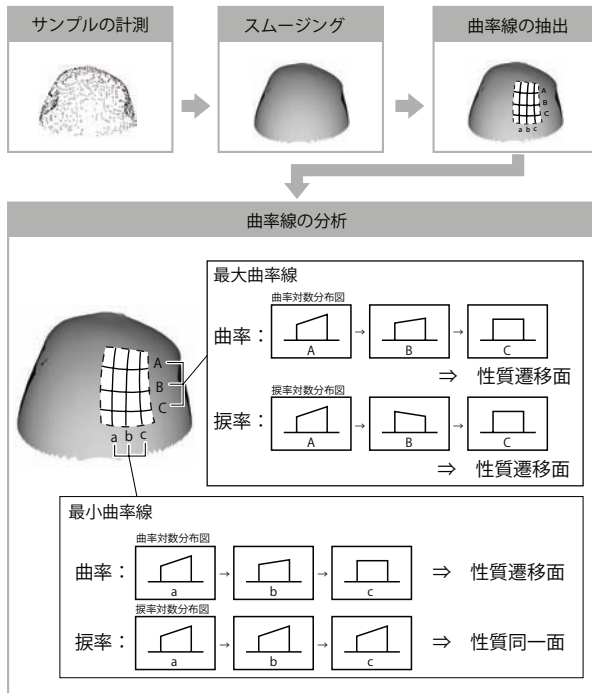


図2 曲率線分析手順の概略

$C_{b1}$ ,  $C_{b2}$ ,  $C_u$  の曲線長を同じとしたとき,  $C_{b1}(v)$ ,  $C_{b2}(v)$ ,  $C_u(v)$  における曲率を  $\kappa_{b1}(v)$ ,  $\kappa_{b2}(v)$ ,  $\kappa_u(v)$  とし,  $\kappa_u(v)$  を  $\kappa_{b1}(v)$ ,  $\kappa_{b2}(v)$  を用いて算出する. 制限として次に説明する  $\gamma$  曲率対数分布図を用いるため,  $\kappa_u(v)$  は  $u$  に対し, 単調増加であるとする. 振率についても同様に  $\tau_u(v)$  を定義する(図4).  $\tau_u(v)$  は  $v$  に対し, 単調増加であるとする.  $\kappa_u(v)$ ,  $\tau_u(v)$  を求めることで  $C_u$  の形状を一意に定めることができる.

### 2.2.3. 対数美的曲面, $\gamma_c$ , $\gamma_f$ の定義

$\kappa_u(v)$  の変化のリズムを表すため, 曲率対数分布図を応用した「 $\gamma$  曲率対数分布図」を定義する.  $\kappa_u(v)$  の変化のリズムは, ガイド線と平行な任意の仮想線上における  $\kappa_u(v)$  の分布を表している. この仮想線を「曲率振率分布制御線 (CLDCT( $u$ ))」と呼ぶ. この CLDCT( $u$ ) 上の一方の端点における最大曲率 (もしくは最小曲率)  $\kappa_{b1}(v)$ , と他方の端点における  $\kappa_{b2}(v)$  から先述の曲率対数分布図を求める方法 (ヒストグラム) と同様にして CLDCT( $u$ ) 上の任意の点における  $\kappa_u(v)$  を求めることができる.

$\kappa_u(v)$  の  $u, v$  を必要な精度に応じて 0 から 1 までの範囲で変化, その値を求める. そして  $C_u$  上の  $\kappa_u(v)$  ( $0 \leq v \leq 1$ ) から曲線を創成する. このとき CLDCT( $u$ ) の曲線長  $S(v)$  が必要となるが,  $v=0$  の時の  $S(0)$ , すなわち  $C_g$  の曲線長を  $C_{b1}(v)$ ,  $C_{b2}(v)$  の距離に比例させ求める.

また上述の  $\kappa_u(v)$  を求めたヒストグラムを  $\gamma$  曲率対数分布図とし, ヒストグラムの頂点を結んでできる線を「 $\gamma_c$  curve」と定義する. 同様に, 振率についても「 $\gamma_f$  振率対数分布図」, 「 $\gamma_f$  curve」を定義する. 最後に各  $u, v$  における  $\kappa_u(v)$ ,  $\tau_u(v)$  を求め曲面を創成する. この  $\gamma_c$  curve,  $\gamma_f$  curve が直線となると, すなわち変化が CLDCT( $u$ ) の曲率, 振率の変化が自己アフィン性を持つとき, 創成され

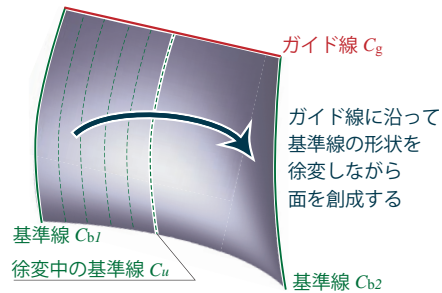


図3 一般的な曲面の創成イメージ

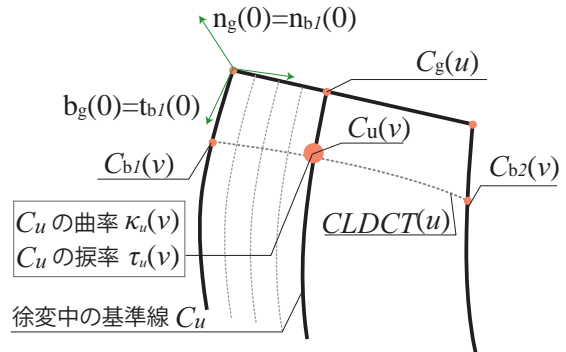


図4 曲面の創成に用いられる変数

る曲面を「対数美的曲面」と定義し,  $\gamma_c$  curve,  $\gamma_f$  curve の傾きをそれぞれ  $\gamma_c, \gamma_f$  と定義する. このパラメータ  $\gamma_c, \gamma_f$  の値を変化させることで対数美的曲面の性質を制御することが可能となる.

### 3. 対数美的曲面の創成手法

対数美的曲面を創成するにあたり, 元となる曲線を創成するアルゴリズムに吉田, 齊藤によって導出された対数美的空間曲線の一般式<sup>3)</sup>を用いた. これは微分幾何学の定理より, 曲率および振率が指定されれば, 合同変換のもとに空間曲線を一意に決定することができることを用いたものである. 基準点における曲率を 1, 振率を  $v$  とし,  $C$  curve の傾きを  $\alpha$ ,  $T$  curve の傾きを  $\beta$  とした時, 定数  $\Lambda, \Omega$  を指定することで, 曲線上基準点からの弧長が  $s$  である点の曲率半径  $\rho$ , 振率半径  $\mu$  を求めることができ, 対数美的曲線を創成することができる. 具体的に  $\rho, \mu$  は式 (1) (2) であらわされる.

$$\rho = \begin{cases} e^{\Lambda s} & \text{if } \alpha = 0 \\ (\Lambda \alpha s)^{\frac{1}{\alpha}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

$$\mu = \begin{cases} e^{(\Omega s + \log v)} & \text{if } \beta = 0 \\ (\Omega \beta s + v)^{\frac{1}{\beta}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

なお (2) は  $s$  に対して振率半径が単調増加の場合であり, 単調減少の場合は (3) であらわされる.

$$\mu = \begin{cases} e^{(-\Omega s + \log v)} & \text{if } \beta = 0 \\ (-\Omega \beta s + v)^{\frac{1}{\beta}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

この式を用いたアルゴリズムは, 座標計算のアルゴリズムが単純なため, 比較的高速に形状を計算することができる. なお創成できる曲線は  $\alpha, \beta$  の値によって  $s$  に限界値があることが示されている<sup>3)</sup>.

本研究ではこの式を応用し、曲線長  $S$  と始点での曲率半径  $\rho_s$ 、捩率半径  $\mu_s$ 、および終点での曲率半径  $\rho_e$ 、捩率半径  $\mu_e$  を指定して曲線を創成するために式を変形する。まず、曲線を基準点から創成させるために正規化を行う。 $\rho_s$  が 1 になるように正規化し、 $\rho_s, \mu_s, \rho_e, \mu_e, S$  をそれぞれ  $1/\rho_s$  倍し、 $\bar{\rho}_s, \bar{\mu}_s, \bar{\rho}_e, \bar{\mu}_e, \bar{S}$  とする。この場合、式 (1) (2) において弧長が  $S$  の時  $\rho = \bar{\rho}_s, \mu = \bar{\mu}_s$  となるような未知パラメータ  $\Lambda, \Omega$  を求めれば曲線が一意に定まる。式 (1) (2) を  $\Lambda, \Omega$  についてそれぞれ変形すると、

$$\Lambda = \begin{cases} \frac{\log \rho}{s} & \text{if } \alpha = 0 \\ \frac{\rho^\alpha - 1}{\alpha s} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$$\Omega = \begin{cases} \frac{\log \frac{\mu}{v}}{s} & \text{if } \beta = 0 \\ \frac{\mu^\beta - v^\beta}{\beta s} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$s$  に対して単調減少の場合は (3) より、

$$\Omega = \begin{cases} -\frac{\log \frac{\mu}{v}}{s} & \text{if } \beta = 0 \\ -\frac{\mu^\beta - v^\beta}{\beta s} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

が得られる。得られた式に  $\bar{\rho}_s, \bar{\mu}_s, \bar{\rho}_e, \bar{\mu}_e, \bar{S}$  を代入して  $\Lambda, \Omega$  を求める。求めたパラメータから正規化された曲線を創成し、 $\rho_s$  倍して求める対数美的曲線とする。

これにより  $\kappa_u(v), \tau_u(v)$  を用いて  $C_u$  の形状を一意に決定し、 $u$  を 0 から 1 まで動かすことによって対数美的曲面を創成することができる。

#### 4. 対数美的曲面創成システムの開発

##### 4.1. 創成したサンプル曲面の検証

提案手法を用いた対数美的曲面創成システムを開発した。本システムを用いて創成したサンプル曲面の評価を行うため、曲面の曲率線を抽出して検証したところ、徐変する基準線とほぼ同じ性質の変化を示した。また、 $\gamma_c$  以外の数値を固定し、 $\gamma_c=1.0$  の対数美的曲面と  $\gamma_c=-1.0$  の対数美的曲面を創成し、曲率線の性質分析を行った (図5, 図6)。曲率線の曲率対数分布図の変化において  $\gamma_c=1.0$  の対数美的曲面の方が  $\gamma_c=-1.0$  の対数美的曲面より負の傾きに変化する位置が遅れるなど、二つのサンプル曲面に意図した差がみられた。なお、曲率、捩率が大きい曲線をガイド線に使用した場合は、曲率線はキーラインと大きく異なる方向に抽出され、意図した方向になるよう曲面を制御することは困難であった。このため、創成する曲面を実際に曲面設計に使用するためには、本システム使用時に曲率線を常に表示する等の改良が必要であると考えられる。また、創成した対数美的曲面を NC を用いて樹脂木材を削り、実際に創成した対数美的曲面を目視で検証した。その結果、創成された曲面はデザイン工程において十分に使用可能である品質であると考えられた。

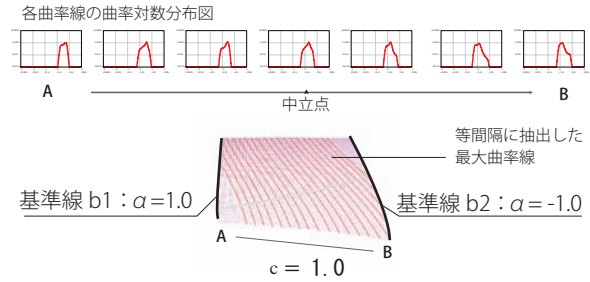


図5 等間隔に抽出した最大曲率線の性質分析 1

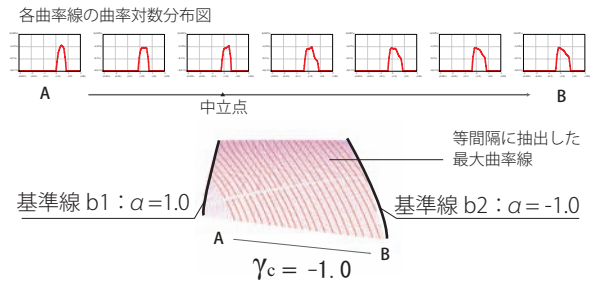


図6 等間隔に抽出した最大曲率線の性質分析 2

#### 4.2. VR での曲面制御に適したインターフェースの考察

現在、一般的な CAD システムでは入力デバイスとして主にマウスやペンタブレットを使用しているが、空間曲線の「曲り」や「振れ」の直感的な制御に適しているとは言い難い。そこで「振じり」動作を検出できるジョイスティック (Saitek ST290) を使うことで操作性のよいインターフェースが構築できると仮説を立て、現在インターフェースを開発している。今後操作性について検証を行っていく。また、VR 利用時に、大きなスクリーン上と一般的なディスプレイサイズのスクリーン上での見え方の違いについても合わせて検証を行っていく。

#### 5. 今後の課題

今後、現在用いている対数美的曲面の性質パラメータの組み合わせ以外の組み合わせを使った曲面についても、曲率線の性質分析を行い、キーラインの性質と曲率線の性質の関係を検証する必要がある。また、対数美的曲面創成に用いる曲線の性質 (収束型、発散型など) や、 $\gamma_c, \gamma_t$  の種類の組み合わせは非常に多く存在するため、対数美的曲面の性質についてなんらかの体系化を行う必要があると考えられる。

#### 謝辞

本研究は、科学技術振興機構「シーズ発掘試験研究」の助成を得て行われた。また、本研究を進めるに当たり、日本大学の吉田典正先生、福田諒氏に創成アルゴリズム考案の面で多くの助言をいただいた。ここに謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) 原田利宣, 森典彦, 杉山和雄: 曲線の性質に関する定量化研究, デザイン学研究, 第 40 巻第 6 号, pp. 9-16 (1994).
- 2) 井上治郎, 原田利宣, 今井敏行, 小島志織: 空間曲線の性質分析手法の提案, デザイン学研究, (2008) (採択済み).
- 3) 吉田典正, 齋藤隆文: 美的空間曲線の全体像の解明, 情報処理学会研究報告. CG, グラフィクスと CAD 研究会報告, Vol. 129, pp. 55-60 (2007).