大貧民における手の構造

西野順二

電気通信大学 システム工学科

日本固有のカードゲーム大貧民の戦略について考察した。不完全情報多人数ゲームであり、必勝アルゴリズムの導出は難しい。自動プレイヤの終盤データベースの構築を目指し、１０枚２人および１０枚３人について、１枚プレイに限定して探索した。効率的な探索のため、大貧民の特性に基づいた手の同相性を定義して、パターン数の縮約を行った。パタンの縮約を行い、２人については5,741通り、３人については1,428,867通りに縮約した。探索の結果２人では3,518通り、３人では621,368通りの必勝パタンがあることが明らかになった。

Structure of card distribution in single card DAIHINMIN game

Junji NISHINO

Dept. of Systems engineering
The University of Electro-Communications

We introduce a reduction algorithm using hand structure under DAIHIMIN game rule. 10 cards with 2 players distribution and 10 cards with 3 players distribution are solved and shown. 2 players reduced pattern is 5,714 and 3 players reduced pattern is 1,428,867. As a searching result, the winning distributions are 5,741 patterns for 2 players and, 621,368 patterns for 3 players.

1　はじめに

チェスや囲碁、将棋など、二人ゼロ和有限確定完全情報の展開形ゲームについては、探索問題の対象として様々に研究されており、多くの知見が得られている。いっぽうトランプ(カードゲーム)は、ブリッジを始めとして手近な有限不完全情報不確定ゲームとして、とくに日本では身近である。しかし、その不完全情報性や多人数ゲームであること、などからプレイアルゴリズムに関する研究はあまりなされていない。

本研究は、カードゲームの大貧民のプレイヤプログラムに役立つ終盤での読みきりデータベースについて検討することを目的とする。

大貧民は日本固有のトランプカードゲームである。５２枚を3-5人に配布する組合せは大きく、コンピュータプレイヤを構築するのは容易ではない。また多人数ゲームの特性上、プレイヤプログラムの強さを評価することも難しい。

２００６年に電気通信大学でコンピュータプレイヤ相互の競技会[1]が開催され、プログラムの強さを評価する枠組として有効であった。

現状のプレイヤプログラムの多くはヒューリスティックにもとづいたルールベースによる着手戦略が用いられている。

本論文では、残カードが少ない終盤に局面を設定して、完全探索による読み切り終盤データベースを構築することを目指す。

カードゲームとしての大貧民としては、古くは１９８０年代に有澤らが特殊な５５枚の組み合わせによる５人自動プレイの実験的分析について調べている[2]。コンピュータプレイヤをいくつかの戦略の組み合わせでアドホックに構成し、順位の変遷について実験対戦の結果にもとづいて分析した結果、同じ戦略の有効性が順位によって変わることを示した。手持ちの札の状態により戦略をメタに切替える必要性を示している。

多人数ゲームとしての大貧民について、完全情報としても探索結果は不確定となる。後藤らは多人数ゲームにおける葉ノードでの評価を順位とし、不確定部分を列挙したノード値を用いる探索を提案している [3]。この中では、２人から６人まで全員に５枚までの同じカード組み合わせを配り、いくつかの枝刈り法を比較している。

本研究は実際に配られる可能性のある組合せのバリエーションから、終盤データベースを作ることを目的としている点が後藤らと異なっている。

多人数ゲームの探索法として M^3 サーチ [4] が提案されている。ここで提案されているアルゴリズムでは、評価値がベクトルで与えられ、各手番ノードのプレイヤは自己利得を最大化するものとしている。しかし、自己利得が同値になる二つのことなる利得ベクトルがあったときについてのアルゴリズムを欠いている。これに対し後藤らのアルゴリズム [3] は、列挙によって不確定値を表現している点で現実的である。大川らの四人将棋でのアルゴリズム [5] もベクトル値による探索に枝刈りを導入しているが、やはり自己利得同値の二つのベクトルに対する対策を欠いている。

2　コンピュータ大貧民大会

電気通信大学において２００６年１０月に第１回コンピュータ大貧民大会が開催された。大貧民をプレイするクライアントプログラム５プロセスが、配布および得点管理をするサーバに接続して試合を行う。１リーグは同じ５プログラムで１０００回連続試合し、順位をリセットして５回くりかえし、のべ５０００回試合をした。

2.1　コンピュータ大貧民

大貧民の人工プレイヤは、自分の手番において、自分の手札とこれまでに場に出された札を入力として、次の着手を決定する。

大貧民は不完全情報不確定ゲームであるため、必勝戦略は確定しない。また、スート (マーク) を区別した５３枚を５人に分配する組合せは、$53! \approx 10^{69}$ であり、ランク (数値の強さ) だけとしても、10^{51} である。このため、序盤の着手決定において先読みは実質的に困難である。

2.2　大貧民のルール

大貧民は大衆ゲームで、名称も含めて多数のバリエーションを持つ。ここでは基本となるルールとして、前述の大貧民大会で採用されたルールを説明する。

プレイヤ数は５プレイヤであり、ジョーカーを含む５３枚のカードを＜１１、１１、１１、１０、１０＞とほぼ均等の手札として配布する。席順にカードを場に出し、手札を出し切った順に順位をつける。場にカードを出せるのは直前のカードより強いカードである。手札に強いカードが無い場合にはパスとなり手札を出して減らすことができない。カードの強さは２を最強３を最弱として、数値順に 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 1, 2 である。全員がパスをした時点で１ターンを終了し、最後のカードを出したプレイヤが任意のカードを出し (リードし) て、次のターンを開始する。

５位まで順位付けられたら１ゲーム終了となる。

大貧民ではゲームを複数回繰り返すことに特徴がある。繰り返しでは、前回ゲームの順位に応じて配られた手札を交換する。５位は１位に手札中最強の２枚を、４位は２位に１枚をそれぞれ渡し、カードを受け取った１位２位のプレイヤは不要なカードを受け取った枚数ずつ、それぞれ５位４位のプレイヤに返却する。３位のプレイヤはなにもしない。この規則により、順位の固定化がしやすくなるが、ゲームとしての面白みを与えている。

追加的ルール　大貧民には、カードの出し方の制限など追加的なルールのバリエーションが数多くある。ここでは標準として、大貧民大会で用いられたルールを記載する。

リードプレイヤ (ターンの最初のプレイ) は、１枚ずつ (シングル) のほか、ペアなど２枚以上を組み合わせた出し方をすることができる。

そのターンでは同じ出し方をしなければならない。

２枚組、３枚組、４枚組：同じランクのカード２、３、４枚を組にして出す。

階段(シーケンス)：同じスートの連続３枚以上を組にして出す。

８切り：８を出すとそのターンを終了させ、リードプレイヤとなることができる。

3　手の構造

完全な終盤データベースを作成する準備として、本論文ではいくつかの制約の元での探索を行った。すなわち、次の二つを仮定する。ペア、階段の無い１枚のみのプレイに限定、８切りは無し。残り二人のゲームで枚数は合計１０枚。

残り二人としたのは、それまでの出札をすべて記憶して置くことで、相手の手が完全に明らかとなるためである。

3.1　残10枚の組み合わせ

５人でのゲーム終盤に二人が残ったとすると、二人合わせて最大で２２枚である。実際にはここまでにそれぞれ何枚かは減らしている可能性が高いので、本論文では合計１０枚以下の完全探索を行った。

１０枚のカードの組み合わせが完全に自由であったとすると、$2^9 * 2^{10} = 524288$ 通りである。

3.2　手の同値構造

二人大貧民で１枚のみのゲームを行う場合には、状態すなわち手の強さの組み合わせの同値を考えることができる。

全体のシフト　それぞれのカードの強さに n ずつ加減しても試合結果の優劣は変わらない。同値を == で表すとして、たとえば二人がそれぞれ２枚ずつ持っているとすると、

$$([4,6],[5,7]) == ([3,5],[4,6]) \qquad (1)$$

である。ここで、(A, B) の表記は二人のプレイヤの手を表し、プレイヤ１が A、プレイヤ２が B、を持っている。また、$[a_1, a_2, ..]$ は、手のなかのカードの組合わせで、$a_1, a_2, ..$ の強さのカードを持っているものとする。

連続する自手の同値化　相手のカード２枚 a_i, a_{i+1} にはさまれる複数の自分のカード $a_i < b_j < b_{j+1} < \cdots < a_{i+1}$ は、すべてを同じ強さ b_j のカードと置き換えても結果の優劣は変わらない。たとえば $3 < 4 < 5 < 6$ であるから、

$$([3,6],[4,5]) == ([3,6],[4,4]) \qquad (2)$$

と変形できる。

強さの差の整理　カード全体を並べ、$\cdots < a_i < b_j < \cdots$ で $a_i - b_j > 1$ であったとすると、$b_j = a_i + 1$ と置き換えても優劣は変わらない。これを適用すれば、先の組み合わせは、

$$([3,6],[4,5]) == ([3,5],[4,4]) \qquad (3)$$

と変形できる。

以上三つの手の強弱に関する同値を用いると、１０枚を二人に配ったときのパターンは、5741 通りに縮約することができる。

大貧民での強さは 3-13,1,2 である。最大１０枚での組み合わせのなかで全体のシフトを行うと、カード全体は 1-10 を用いた組み合わせで表現される。

3.3　２人１０枚大貧民の探索結果

前述の１０枚の組み合わせについて、探索を行い、先手、後手の勝敗について調べた結果を表１に示す。カードの強さは 1–10 まで数値のままの順とする。

表中の手、「先手Ｎ」は先手がＮのカードを出せば、以後勝ちとなることを意味する。手持ちのより低いカードから探索し、縦型探索で α カットのみ行っている。このため、実際の勝ち手順は一通りには限定されず、Ｎより大きなカードを出しても勝つ場合がある。逆にＮより小さなカードでは後手必勝となる。

表 1: ２人１０枚の探索結果

手	:	パタン数
先手 1	:	1485
先手 2	:	1879
先手 3	:	121
先手 4	:	33
先手勝小計	:	(3518)
後手勝	:	2223
合計	:	5741

たとえば、後手４のパタン

$$([2,4,4,4,4,4,4],[1,3,5]) \qquad (4)$$

では、２を出すと後手が3-5から１を出すので、負けとなるが、４を出せば、後手がいつ５を出しても、そののち必ず４を出すことができて最後に２を出して勝ちとなる。

後手２のパタンは、１のカードが自手に無く実質的に自手最弱のカードを出している場合と、自手に１のカードがありそれを避けて出す場合に分けられる。最弱としての２を出せば良いパタンは 1801 通り、１を避けて２を出すパタンは 78 通りであった。

後手３では、$[1,3,\cdots]$ として３を出すパタンが 79 通り、$[2,3,\cdots]$ として３を出すパタンが 42 通りであった。最弱としての３は強さの縮約後にはありえないので以上の２通りである。

後手４では、$([2,4,\cdots],[1,3,\cdots])$ と持っているときのみ 33 通りであった。３同様に最弱として持つことは無いとしても、$([1,2,4,\cdots],[1,3,\cdots])$ など自手の中で３番目、あるいは４番目に強いカードとなる場合はありうるが、そのときの第一着手とはならなかった。

全体を総合して、先手勝ち 3518 に対して、後手勝ち 2223 であり、縮約したパタンの中では先手有利であった。

4 多人数ゲーム木の探索

大貧民は多人数展開型不完全情報ゲームである。

また、３人以上がゲームを続けている局面では、完全情報であっても、maxmin 原理に基づいた完全探索はできない。３人以上のゲーム木とその完全探索については、現在までのところほとんど報告が無く、四人将棋と一般化した木についてである。

ここでは、完全情報を仮定して、プレイヤ (A,B,C) ３人での探索の結果について述べる。

4.1 ３人のゲーム木とノードのベクトル評価

文献では、N 人ゲームの葉ノードでの評価値をベクトルとすることで、maxmin 探索を行う例をあげ、さらに $\alpha\beta$ 探索を行うときの問題点について考察している。しかしながら、プレイヤが３人以上でのばあい、$\alpha\beta$ 探索でなく、完全な探索でも評価値は一般に決定できない。

３人ゲームのとき、葉ノードでの評価は各プレイヤの順位を基準にして、プレイヤの利得 2,1,0 点が割り当てられるとする。各葉ノードでの各プレイヤの利得の合計は一定である。葉ノードでのプレイヤ A,B,C の利得をそれぞれ a,b,c とすると、この利得をベクトルで (a,b,c) のように表せる。

利得および評価値がベクトルで表されるとしても、決定ができないことは、簡単な例で示すことができる。プレイヤ A の局面で選択肢が p,q の二つありそれぞれの利得ベクトルが $g(p)=(0,1,2), g(q)=(0,2,1)$ とする。このとき、どちらも A の利得は 0 であるから、プレイヤ A は p,q の選択肢についてはまったく無差別であり、合理的にどちらかを選ぶ決定はできない。しかしなおプレイヤ B,C の利得はプレイヤ A の選択にかかっている。ここでこの A の手番のノードの評価値を、仮に $g(A)=<(0,1,2),(0,2,1)>$ という２項組であらわしておく。

探索木の一つ上のノード、プレイヤ C の局面の選択肢 r,s があり、それぞれの選択の後、A の局面になるとする。r を選んだときの A_r の局面の評価値が、$g(A_r)=<(0,1,2),(0,2,1)>$ であるとする。このとき、s を選んだときの A ノード A_s の評価値が、$g(A_s^1)=(0,1,2)$ また

は $(1,0,2)$ ならば、C は選択肢 s を選べば確実に利得 2 となる。結局 C ノードの評価値は $g(C) = g(A_s^1)$ を採用し、$(0,1,2)$ または $(1,0,2)$ のいづれかに確定する。

選択肢 s を選んだときの A ノードの評価値が、$g(A_s^2) = (2,1,0)$ または $(1,2,0)$ ならば、C の得る利得は選択肢 r を選んだときの利得 2 もしくは 1 よりも確実に低くなるので、C は選択肢 r を選ぶことになる。選択肢 r を選ぶとすれば、この C ノードの評価値も不確定な値 $g(C) = g(A_r) < (0,1,2),(0,2,1) >$ となる。

4.2 シングルトン評価方式

前節で見たように、利得と各ノードでの評価値をベクトルとしても、あるノードの戦略を選択するプレイヤにとっては戦略の合理的な決定ができないことが発生する。また、あるパタンにおける必勝手順を探索する上で、自身の必勝手が無いノードにおける他のプレイヤの評価値は重要とは言えない。

そこで、葉ノードでのベクトル値利得をより簡略化し、1 位以外をゼロとして $\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$ の 3 種類としたシングルトン評価方式を考える。この 3 種類の利得はすなわち、その葉ノードでプレイヤ A,B,C が勝利することと対応している。よってさらに簡略化して単に $\{a,b,c\}$ と書くこととする。

このとき探索木の各ノードの評価値は、3 種類の葉ノードの値 $\{a,b,c\}$ のべき集合すなわち $\{a,b,c,ab,bc,ca,abc\}$ のいづれかとなる。ここで ab,bc,ca,abc はそれぞれに含まれる文字のどちらかが勝利するが、その勝敗の決定は他者に無差別にゆだねられていることを意味している。ab ならば、C の手番で無差別に a,b のどちらかが選ばれる。

このことは、探索木を順にたどることで自明である。ある A の手番ノードで取れる戦略 $p,q,r,\cdots$ が複数あり、それらの結果はそれぞれ a,b,c のいづれかとする。A は自身にとってもっとも有利な手を選ぶと仮定すると、選択肢全体の総合評価は a,b,c,bc のいづれかになる。一つ上の C の手番のノードでは、選択肢それぞれの評価は先の A のノードの評価値であり、

表 2: C ノードの戦略と評価

組み合わせ		総合評価
a	→	a
b	→	b
c	→	c
bc	→	bc
a,b	→	ab
a,c	→	c
a,bc	→	bc
b,c	→	c
b,bc	→	bc
c,bc	→	c
a,b,c	→	c
a,b,bc	→	bc
a,c,bc	→	c
b,c,bc	→	c
a,b,c,bc	→	c

a,b,c,bc のいづれかの組み合わせとなる。たとえば戦略 p,q を選択したときのノードの値が、$g(p) = a, g(q) = bc$ であるとすると、C は自身が勝つ可能性のある bc の値を持つ戦略 q を採択するのが合理的である。選択肢の値のありうる組み合わせについて考えると、表 2 に示した経過を経て結局 a,b,c,ab,bc の 5 種類となる。

さらに一つ上に遡った B の手番では、a,b,c,ab,bc の組み合わせ評価を B の利益について行い、結局 a,b,c,ab,bc,ca,abc 7 通りとなる。評価 abc とは、B の手番で選べる戦略が bc,ab の二つとなったときの総合評価である。この二つは B にとっては無差別であるためどちらとも決定できない。そこで、このときの B の手番のノード値は abc とせざるおえない。

ある手番の選択肢の評価値に abc がある場合の総合評価には課題がある。たとえば A のノードで ab と abc の二つの値を持つ戦略の選択肢がある場合に、A にとっては無差別である。

このときの総合の考え方には二通りある。一つは ab の方が abc より A が勝つ可能性が高いと考えるものである。無差別としても、選択の幅が 2 通りの方が a に落ち着く可能性が高いと見ることは可能である。しかし、厳密には簡略化しないベクトル値での優劣をたり、他のプレ

イヤの行動様式が分からないかぎり、可能性として高いかどうかは不定である。もう一つは、評価値の総合を演算として見た時の単調性により、abc の方が ab より総合されていると考えるものである。ab と ac を A の立場で総合すると abc として良いのは明らかである。これを $ab(+)ac = abc$ と考えると、$ab(+)ab(+)ac = ab(+)ac = abc$ とするのが自然である。しかし前述の可能性によって $ab(+)abc = ab$ と決めると、$ab(+)ab(+)ac = ab(+)[ab(+)ac] = ab(+)abc = ab$ となり、結合律が成り立たず $ab(+)ab(+)ac = abc$ と矛盾してしまう。実際には複数の同値な選択肢をまとめることから、演算としての単調性は重要である。

よって、本論文では abc と ab の総合は abc と定める。これは同時に A,B,C のどのプレイヤの立場でも成り立っている点も重要である。

4.3　3人10枚の探索

以上の準備のもと、3人に10枚を配布した結果について探索を行う。

3人に10枚を配布する組み合わせは、$2^9 * 3^10 = 30,233,088$ 通りである。これに対して、2人10枚のときと同様に手の構造に基づいて縮約を行うと、$1,428,867$ 通りに縮約することができた。

探索の結果、先手必勝 621,368 通り、先手勝不確定 807,499 通りであった。先手の勝ちが不確定なものは必敗と不確定の両方を含んでいる。完全情報を仮定すると、3人であっても約43％のパタンで先手が勝つことが分かった。また、不確定のなかでも他のプレイヤの着手によっては勝ちとなることもある。

先手の手による勝ちパタン数を表3に示す。

2人10枚の場合には、自己の手の下から3番目以上を出す必要があるパタンは無かったが、3人では $([1, 3, 5, 5, 5], [2, 4], [2, 2, 6])$ 先手5、のように、下二つの1,3をおいて先に5から出さなければならないパタンも多数発生した。

先手2の場合には、2の下に1がある場合が4159パタン、残り157,352パタンは2が手中の最弱カードである。3以上の先手の場合には、最弱でない場合が比較的多く含まれるようになることが分かった。

手	:	パタン数
先手 1	:	134510
先手 2	:	161511
先手 3	:	140000
先手 4	:	94659
先手 5	:	48964
先手 6	:	16311
先手 7	:	3711
先手 8	:	592
先手 9	:	54
先手小計	:	600312
先手自明	:	21056
先手計	:	621368
後手勝	:	807499
合計	:	1428867

表 3: 3人10枚の探索結果

3人の場合、実際のゲームは完全情報ではなく、10枚全体の種類は捨て札の追跡により判明するが、相手二人にどのように分かれているかは不明である。

また、相手二人がそれぞれ何枚ずつ持っているかは与えられるので、相手の正確な手が分からなくても、$([1, 2, 4, 6, 7], [3, 5, 5], [2, 6])$ 先手2勝 $([1, 2, 4, 6, 7], [3, 5, 6], [2, 5])$ 先手2勝 のように、自分の手と相手の枚数から必然的に最強手が判明する期待を持っていたが、ほとんどの場合では成り立たないことが明らかとなった。

しかしながら、これらのデータをデータベースとしてオンラインで利用することで、不完全とはいえ、より有効な着手を選択する手がかりとなる。

なお、本探索結果については、大貧民の終盤データベースとして web 等で公開の予定である。

5　まとめ

本論文は、日本固有のカードゲームである大貧民のコンピュータプレイヤを作る上で有効な、終盤データベースの構築を行った。2人および

３人に対して１０枚が残っている状況で、１枚のみの試合が行われると仮定して、完全情報として全探索し勝敗と必勝手を明らかにした。探索の際には、大貧民のルールに即した手の構造にもとづいて同値を定義し、パタンの縮約を行い、２人については5,741通り、３人については1,428,867通りに減らすことができた。

今回の探索では８切りやペア出しを行わなかった。パタンの縮約に大きく影響し探索パタン数が倍以上に増えてしまうが、実際のゲームでの利用を考えるとこれらのルールも考慮する必要がある。

３人以上では不完全情報かつ不確定となるため、完全情報を仮定したデータベースの利用法にもなんらかの手段が必要であり、実応用のための検討が必要である。

参考文献

[1] 大久保, 小林, 本多, 眞鍋, 青木, 柿下, 小松原, and 西野. 第１回コンピュータ大貧民大会 (uecda-2006) の報告. **情報処理学会ゲーム情報学研究報告**, GI-17:to be appeared, 2007.

[2] 有澤誠. **プログラミングレクリエーション** *(2)*. 近代科学社, 1982. 3.3 パズルとゲーム, 55 枚大貧民の実験的分析.

[3] 後藤, 乾, and 小谷. 多人数ゲームの順位を決定するゲーム木探索. **第７回ゲームプログラミングワークショップ**, pages pp. 109–115, 2002.

[4] 橋本, 平沢, 梶原, 佐々木, and 飯田. 四人将棋プログラムの基本的アルゴリズム. **情報処理学会ゲーム情報学研究報告**, GI-1:pp. 99–106, 1999.

[5] 大川, 桜井, 小谷, and 辻. 多人数ゲームにおける枝刈りと四人将棋への応用. **情報処理学会ゲーム情報学研究報告**, GI-7:pp. 73–80, 2002.