

エアリード楽器における流速分布と擾乱波動の成長率について

有元 慶太 吉川 茂

九州芸術工科大学 音響設計学科

815-8540 福岡市南区塩原 4 丁目 9-1 九州芸術工科大学 音響設計学科

TEL&FAX (092)-553-4551

arimoto@rms.kyushu-id.ac.jp

shig@kyushu-id.ac.jp

あらまし

エアリード楽器において、尺八、フルートを仮定した"short"とパイプオルガンやリコーダーを仮定した"long"の二つのフルー形状について流速分布を測定した。理論上は"long"の場合、ジェットはフルー内部では Poiseuille 分布、フルーから出た後は $b=4h/5$ (ジェットの半幅を b , フルーの高さを $2h$ とする) の Bickley 分布に従い、"short"の場合はフルー内部では top-hat 分布、フルーから出た後は $b=3h/2$ の Bickley 分布に従う。実験結果は、(a) "long"の場合、低速域 ($10\sim 20\text{m/s}$) では $b=4h/5$ の Bickley 分布に従う。(b) "short"の場合は $20\sim 50\text{m/s}$ でフルーからの距離 x が 8mm の場合ジェットの流速分布は $b=3h/2$ の Bickley 分布に従う。(c) "short"の場合は低速域 ($10\sim 20\text{m/s}$) ではフルーからの距離 x が $2\text{mm}<x<8\text{mm}$ の範囲ではジェットの流速分布は $n=3$ の Nolle に従う。これらより、結論として線形化した不安定性理論に基づくと、低速域ではジェットの擾乱波動の成長率は"short"よりも"long"の方が大きいと考えられる。

キーワード エアリード、ジェット、フルー、流速分布、擾乱

Correlation Between Velocity Profile and Disturbance-Wave Amplification Factor of the Jet in Air-Reed Instruments

Keita Arimoto Shigeru Yoshikawa

Dept. of Acoustic Design, Kyushu Institute of Design, 4-9-1 Shiobaru, Minami-ku, Fukuoka 815-8540

TEL&FAX (092)-553-4551

arimoto@rms.kyushu-id.ac.jp

shig@kyushu-id.ac.jp

Abstract

It is empirically known that the geometry of the flue channel and the flue exit significantly affects the tone color in air-jet instruments. A precise correlation between this flue geometry and the resulting jet velocity profile was investigated experimentally. Two kinds of flue geometry, "long" and "short", are used. Theoretically, a "long" flue, which is a model of organ pipes or recorders, yields the Poiseuille profile for the channel flow and the Bickley profile (with half width $b=4h/5$, where $2h$ defines the jet thickness at the flue exit) for the subsequent jet flow. A "short" flue, which is a model of the flute or shakuhachi, yields the top-hat profile for the channel flow and the Bickley profile (with $b=3h/2$) for the subsequent jet flow. Experimental results show the following: (a) A "long" flue gives the theoretical Bickley jet for $10\text{m/s} < V_{\text{max}} < 20\text{m/s}$ and for $2\text{mm} < x$ (distance from the flue) $< 8\text{mm}$, (b) A "short" flue gives the theoretical Bickley profile jet for $20\text{m/s} < V_{\text{max}} < 50\text{m/s}$ and for $x=8\text{mm}$, (c) A "short" flue gives the empirical Nolle profile for $10\text{m/s} < V_{\text{max}} < 20\text{m/s}$ and for $2\text{mm} < x < 8\text{mm}$. Since the Bickley profile yields larger amplification factor of the jet-wave disturbance than the Nolle profile, we may consider that a "long" flue yields larger amplification factor than a "short" flue in the range of $10\text{m/s} < V_{\text{max}} < 20\text{m/s}$ and for $2\text{mm} < x < 8\text{mm}$.

key words Air-Reed, Jet, Flue, Velocity Profile, Disturbance

1 はじめに

フルート、尺八、リコーダー、などのエアリード楽器 (Fig.1 はエアリード楽器のモデルとして用いられているオルガンパイプ) ではエッジ部分での空気ジェットの周期的な振動が音響的な駆動源となる。この空気ジェットの振動は、定常状態では主に共鳴体であるパイプから放射される音波、空気ジェット自身の持つ不安定性に起因している。流体力学では、この不安定性による流れの周期的な乱れを「擾乱」と呼んでいる。そして、この擾乱の成長率を左右する要素として、擾乱の周波数とジェットの流速、半幅、流速分布の形状が挙げられる。



Fig. 1: 試験用オルガンパイプ (フルーの形状を変えることができる)。本研究ではパイプ部は除外した。

先行する研究 [1] では Fig.1 に示すような、フルーの形状を変えることのできるオルガンパイプからパイプを除外して空気ジェットの流速分布を測定し、その結果フルーの形状の違いが流速分布に大きく影響することが分かった。そこで本研究では前回用いたフルー形状の中からパイプオルガン等に近い long (Fig.2) とフルート、尺八に近い short (Fig.3) の二つの場合に絞って、擾乱波動の成長率と流速分布の関係について検討する。(本研究でもパイプは除外している。)

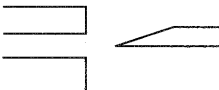


Fig. 2: long

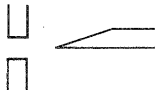


Fig. 3: short

2 フルー形状とジェットの流速分布に関する理論

Fig.2 の long と Fig.3 の short の流速分布の違いについて解析的な観点から述べる。

まず、Fig.2 のような、十分な長さを持ったフルーを通過して形成されるジェットでは、フルー壁面との摩擦によって徐々に速度が落ちるためにフルー内部では Fig.4 のような Poiseuille 分布と呼ばれる放物線形の流速分布となる。これは、 V_{max} を $z=0$ (フ

ルーの z 軸方向の中心を $z=0$ とする) での速度、 $2h$ をフルーの高さとする、

$$V(z) = V_{max}(h^2 - z^2)/h^2 \quad (1)$$

で与えられる。

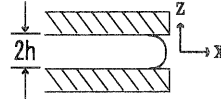


Fig. 4: Poiseuille 分布

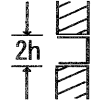


Fig. 5: top-hat 分布

一方、Fig.3 のような、一様な通路を持たない、対称なフルーでは、先述したようなフルー壁面との摩擦がほとんど無いいため、フルー内部ではジェットは Fig.5 のような、top-hat 分布と呼ばれる一様な流速分布となる。

そして、フルーから出た自由ジェットは、粘性層流ジェットの解析解である Bickley 分布に従う。

$$V(x, z) = V_{max}(x) \operatorname{sech}^2(z/b) \quad (2)$$

この自由ジェットの分布形は層流である限り、フルーの形状によらない。 b は半幅と呼ばれ、 $z=b$ のとき、

$$V(x, b)/V_{max}(x) = \operatorname{sech}^2(1) = 0.42 \quad (3)$$

となる。 $V_{max}(x)$ は $z=0$ におけるジェットの流速 (中心線の流速) である。

ジェットのエネルギーは粘性などの影響で保存されないが、ジェットには外力が及ばない (自由ジェット) ので、フルーを出る前後でジェットの運動量流束が保存すると考えられる。そして、フルーから出たジェットが Bickley 分布だと仮定すると、Fig.4 の Poiseuille 分布の場合には $b = 4h/5$ 、Fig.5 の top-hat 分布の場合には $b = 3h/2$ という関係が導かれる。

なお、フルーから出たジェットの流速分布の形状については、近年の Nolle [2] の研究によれば、Fig.3 の short フルーの場合にはフルー近傍では実際には Eq.2 に修正を加えた、Eq.4 の Nolle 分布に従うことが報告されている。

$$V(x, z) = V_{max}(x) \operatorname{sech}^2(z/b)^n \quad (4)$$

ここで、 n は整数で、実験データによれば $n=3, 4, 5$ あたりが当てはまる [1][3]。本研究では $n=3$ を採用している。

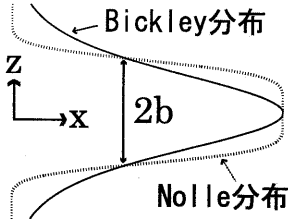


Fig. 6: Bickley 分布と $n=3$ の Nolle 分布

3 測定パラメータ

測定の手順については前回の資料 [1] と変わらないので今回は省略する。ただし、前回行ったデータの無次元化は行わない。測定は

- 中心線の流速 (V_{max}) を 10,20,40,50m/s
- フルーからの距離 x を 2,4,8,15,25mm
- フルーの種類は long(Fig.2),short(Fig.3) の二種類

と、パラメータを変化させながら、それぞれの場合について流速分布を測定した。

4 実験結果 -流速分布の形状-

実際の楽器でのフルーとエッジとの距離は、本研究に用いたフルーであれば 10mm 前後であり、また、long,short 共に $x=15\text{mm}$ 以上では中心線の流速を問わず流速分布は Bickley 分布に従っているため、本節ではまず、 $x=2\sim 8\text{mm}$ の場合について述べる。

4.1 long フルーの場合

Fig.7, Fig.8 は long の測定結果を□で、Bickley 分布を実線で示したものである。

このように long フルーにおいて、 $x=2\sim 8\text{mm}$ の範囲では、フルーからの距離を問わず中心線の流速が 40m/s 以下ではほぼ Bickley 分布に従う流速分布が得られた。しかし、Fig.8 に示すように中心線の流速が 40m/s 以上になると、Bickley 分布よりも角張った流速分布となった。

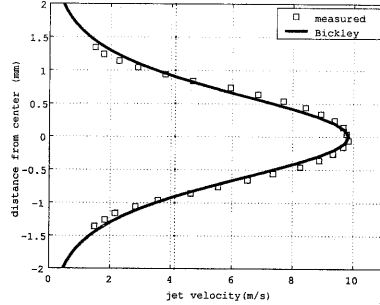


Fig. 7: long において Bickley 分布に従う場合 ($x=8\text{mm}$ 、中心線の流速 10m/s)

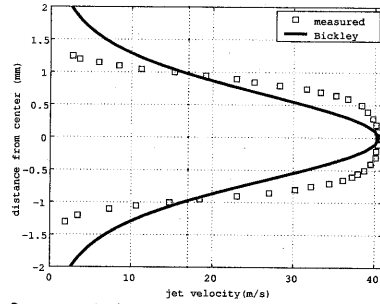


Fig. 8: long において Bickley 分布に従わない場合 ($x=4\text{mm}$ 、中心線の流速 40m/s)

4.2 short フルーの場合

$x=2\sim 8\text{mm}$ の範囲で、流速及び x がそれぞれ最小 (10m/s)、最大 (50m/s) となる 4 つの場合について結果を示す。Fig.9~Fig.12 の各グラフには測定結果を○、Bickley 分布を実線、 $n=3$ の Nolle 分布を破線でプロットしている。

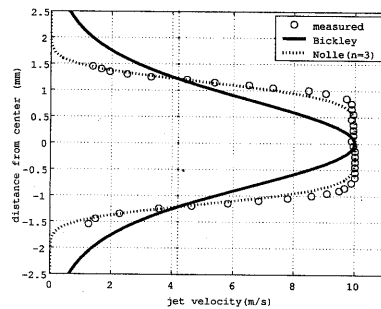


Fig. 9: short において $x=2\text{mm}$ 、中心線の流速 10m/s の場合

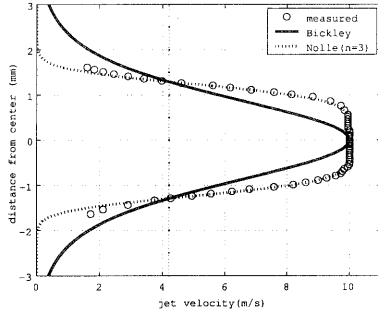


Fig. 10: short において $x=8\text{mm}$ 、中心線の流速 10m/s の場合

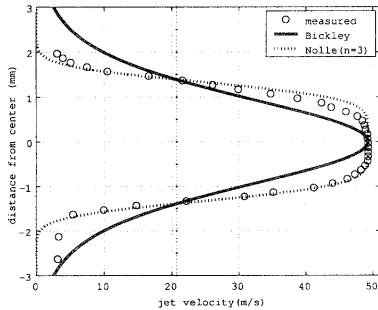


Fig. 11: short において $x=2\text{mm}$ 、中心線の流速 50m/s の場合

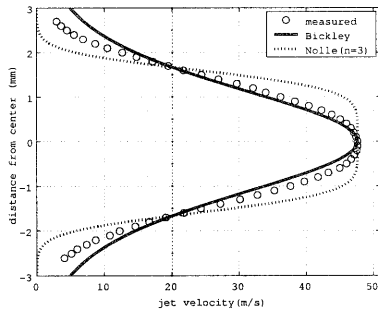


Fig. 12: short において $x=8\text{mm}$ 、中心線の流速 50m/s の場合

Fig.9~Fig.11 の測定結果は Bickley 分布よりは Nolle 分布に近いが、Fig.12 の場合は Bickley 分布に近い。このようにフルー近傍 ($x=2\text{mm}$ 程度) 若しくは低、中流速域 (中心線の流速が $10\sim 20\text{m/s}$ 程度) では流速分布は Nolle 分布に従っている。しかし高流速域ではフルーから離れるにつれて Bickley 分布に近い流速分布となり、Fig.12 に示すように $x=8\text{mm}$ では流速分布は Bickley 分布に従っている。

5 実験結果

-ジェットの半幅について-

実験から得た流速分布より Eq.3 を満たす半幅 b を求め、理論値と比較してみる。まず、 $x=2\sim 8\text{mm}$ の範囲では以下ようになる。

Table.1 $x=2\text{mm}$ での半幅の測定値と理論値

m/s	10		20		40		50	
フルー	long	short	long	short	long	short	long	short
b/h	0.81	1.10	0.83	1.17	0.88	1.23	1.03	1.24
理論値	4/5	3/2	4/5	3/2	4/5	3/2	4/5	3/2

Table.2 $x=4\text{mm}$ での半幅の測定値と理論値

m/s	10		20		40		50	
フルー	long	short	long	short	long	short	long	short
b/h	0.80	1.13	0.82	1.28	0.89	1.32	1.13	1.34
理論値	4/5	3/2	4/5	3/2	4/5	3/2	4/5	3/2

Table.3 $x=8\text{mm}$ での半幅の測定値と理論値

m/s	10		20		40		50	
フルー	long	short	long	short	long	short	long	short
b/h	0.82	1.17	0.84	1.49	0.89	1.51	1.44	1.52
理論値	4/5	3/2	4/5	3/2	4/5	3/2	4/5	3/2

そして、Fig.13、Fig.14 は long、short の流速分布の形状についてまとめて図示したものである。Fig.13、Fig.14 の黒く塗りつぶされている領域は Bickley 分布の領域である。また、Fig.14 の灰色で塗りつぶされている領域は Nolle 分布の領域である。

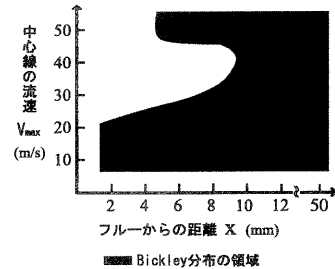


Fig. 13: long の流速分布

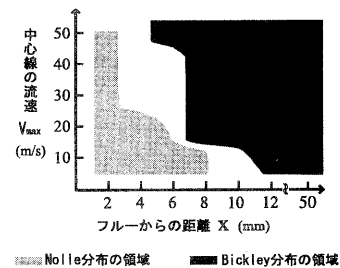


Fig. 14: short の流速分布

Table.1~3 と Fig.13, Fig.14 より, long については, 流速分布が Bickley 分布に従っている低速域(中心線の流速が 10~20m/s) ではジェットの半幅も理論値に近い値が得られている。半幅は流速の上昇と共に増大しており, 特に 50m/s になると半幅は理論値からのずれが大きくなる。この, 中心線の流速が 50m/s の場合には Bickley 分布に近い流速分布がフルー近傍でも見られるが, 半幅は理論値よりも大きく, どちらかと言えば short の半幅に近づいている状態とは異なっていると考えられる。

一方, short でも半幅は流速の上昇と共に増大しているが, long の場合とは逆に低速域で Bickley 分布からのずれが大きくなり, 高速になるにつれて Bickley 分布に近づく。そして Bickley 分布に従っている領域(中心線の流速が 20,40,50m/s, $x=8\text{mm}$) では半幅が理論値に近い値になる。

次に, $x=15, 25\text{mm}$ の場合の結果を示す。

Table.4 $x=15\text{mm}$ での半幅の測定値と理論値

m/s	10		20		40		50	
フルー	long	short	long	short	long	short	long	short
b/h	0.85	1.48	0.83	2.05	1.50	1.86	2.49	1.80
理論値	4/5	3/2	4/5	3/2	4/5	3/2	4/5	3/2

Table.5 $x=25\text{mm}$ での半幅の測定値と理論値

m/s	10		20		40		50	
フルー	long	short	long	short	long	short	long	short
b/h	1.17	2.68	1.71	3.32	2.82	2.63	4.09	2.57
理論値	4/5	3/2	4/5	3/2	4/5	3/2	4/5	3/2

$x=15, 25\text{mm}$ では, $x=2\sim 8\text{mm}$ の場合に比べてジェットの半幅が急に大きくなる場合が見受けられるが, これは中心線の流速が保存されていないことや, 流速分布が急激に変化していることが原因である。

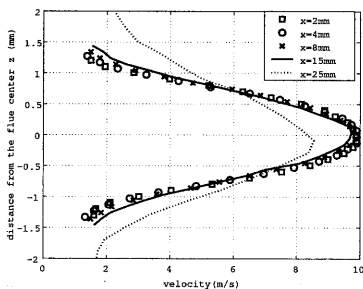


Fig. 15: 中心線の流速が 10m/s, long フルーの場合にジェットがフルーから離れていく時の変化

例えば, Fig.15 は long フルーで中心線の流速が 10m/s の場合であるが, $x=2\sim 15\text{mm}$ までは中心線の流速が保存されていて, 流速分布の形状も変化していない。この間はジェットの半幅も $0.80h\sim 0.85h$ しか変化していない。

しかし, 点線で示した $x=25\text{mm}$ の場合は中心線の流速が減少しており, ジェットが大きく広がっている。よって, ジェットの半幅も $1.17h$ と大きく広がっている。

同じく, Fig.16 は short フルーで中心線の流速が 10m/s の場合であるが, 実線で示した $x=15\text{mm}$ の場合は中心線の流速が保存されていても流速分布の形状が大きく変化している (Nolle 分布から Bickley 分布に変化している) ためにジェットが広がっている。これに対応して半幅も $1.17h$ ($x=8\text{mm}$) $\rightarrow 1.48h$ ($x=15\text{mm}$) と変化している。

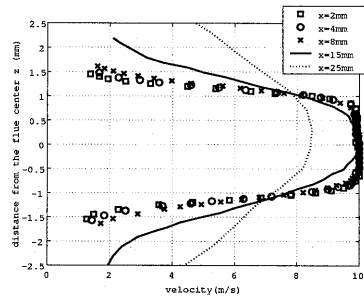


Fig. 16: 中心線の流速が 10m/s, short フルーの場合にジェットがフルーから離れていく時の変化

6 ジェットの流速分布と擾乱の成長率について

定常発振状態においては, ジェットは周期的に Fig.17 のような揺動を繰り返す。このジェットの揺動はパイプから音が放射されることによって生じる粒子速度とジェットの擾乱の二つに起因している。



Fig. 17: ある瞬間におけるジェットの揺動状態

このジェットの揺動を定式化したモデルの一例として Fletcher によって提案された negative displacement model[4] がある。これはある時刻 t に x における z 軸方向の揺動を半経験的に

$$\xi = (v/\omega) \cdot \{ \sin(\omega t) - \cosh(\mu x) \sin[\omega(t - x/U_{ph})] \} \quad (5)$$

このような式で表している。 $\sin(\omega t)$ は粒子速度による揺動、 $-\cosh(\mu x) \sin[\omega(t - x/U_{ph})]$ は擾乱による揺動の項である。この式の中で μ は擾乱波動の成長率であり、 U_{ph} は擾乱波動の位相速度である。この μ を Bickley 分布を仮定して計算によって求めたのが Fig.18 である。

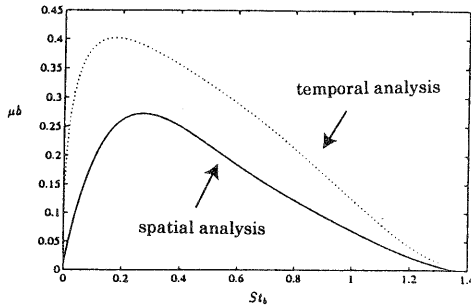


Fig. 18: 擾乱の成長率を計算によって求めた例

横軸は $Str = \omega b/V_{max}$ という式で与えられるストローハル数と呼ばれる無次元の周波数、縦軸もジェットの成長率 μ に b をかけて無次元化されている。このように、擾乱の成長率は擾乱の周波数 ω 、ジェットの中心線の流速 V_{max} 、そしてジェットの半幅 b に依存する。また、成長率の計算方法は二通りあり、擾乱波動の周波数 ω を実数とし、波数 k を複素数として計算する spatial analysis (空間的解析) と、波数 k を実数とし、周波数 ω を複素数として計算する temporal analysis (時間的解析) のどちらが妥当であるかと議論されている。

Yoshikawa [5] は本研究での long フルーを装着したオルガンパイプと類似のオルガンパイプでジェットの変動の空間的成長率を測定した。Fig.19 の図中には、その実験によって得られた結果を無次元化し、半幅 h^* (本研究での b と同じ。[5] の実験の際に測定できなかった) の影響を見るため、 h^* をそれぞれ $h^*=4h/5, h^*=h, h^*=3h/2$ と仮定して示している。

Table.1~5 の結果より、long の半幅は $0.8 \leq h^* (= b) \leq 0.9$ と考えられる。Fig.19 にこの結果をあてはめると、空間的成長率 (spatial analysis) の方が妥当であると言えるだろう。

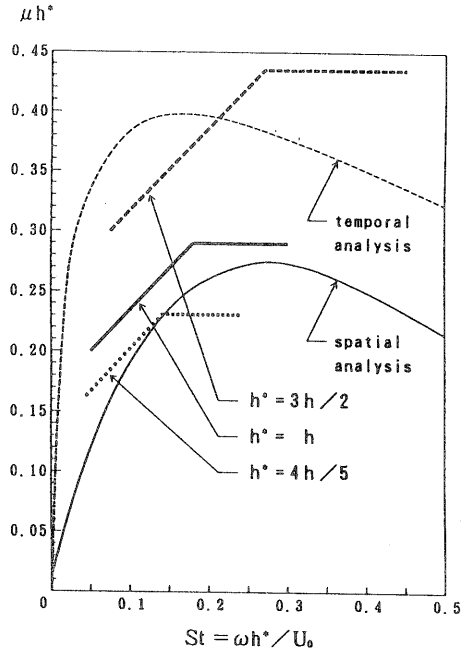


Fig. 19: 擾乱の成長率と測定結果 (Yoshikawa[5] による。 h^* は本研究ではジェットの半幅 b)

また、Fig.20 は Bickley 分布と $n=3$ の Nolle 分布の成長率を示した図 (Verge ら [6] による) で、このように、ジェットの成長率は流速分布の形状によって大きく異なる。

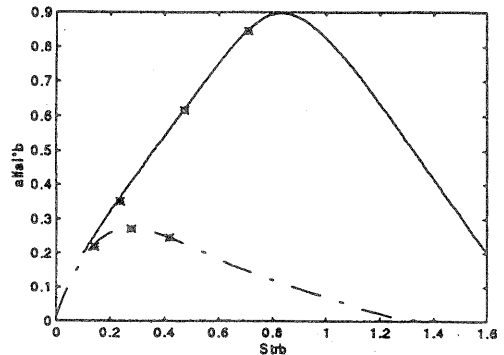


Fig. 20: Bickley 分布、Nolle 分布それぞれの場合における擾乱の成長率 (Verge ら [6] による。)

本研究の結果より、特に低速域では long の流速分布は Bickley 分布に従い、short の流速分布は Nolle 分布に従うという結果が出た。これより、negative displacement model [4] を前提にすると、低速域でのジェットの擾乱波動の成長率は short よりも long の方が大きいのではないかと考えられる。

引用文献

- [1] 有元 慶太, 吉川 茂 "エアリード楽器の個性に及ぼすフルー形状の影響について"
音楽音響研究会資料 Vol19 No.6 147-152
- [2] Nolle, A.W, "Sinuous instability of a planar air jet : Propagation parameters and acoustic excitation."
J. Acoust. Soc. Am. **103**,3690-3705(1998)
- [3] C.Segoufin B.Fabre M.P.Verge "Experimental study of the influence of mouth geometry on sound production in a Recorder-like Instrument: Windway length and chamfers."
ACOUSTICA Vol.**86**,649-661(2000)
- [4] Neville H. Fletcher, Thomas D. Rossing "The Physics of musical instruments 2nd edition (chapter 13)"
Springer-Verlag New York, Inc(1998)
- [5] Shigeru Yoshikawa "Jet-wave amplification in organ pipes"
J. Acoust. Soc. Am. **103**,2706-2717(1998)
- [6] M.P.Verge, A.Hirschberg "Recorder windway profile: Influence on sound production "
Proceedings International Symposium on Musical Acoustics 1998,203-208(1998)
- [7] G.E. Mattingly and W.O. Criminale, Jr., "Disturbance characteristics in a plane jet," Phys. Fluids **14**,2258-2264(1971).