

潜在的な対称構造の解析について

石川聖二 金亨燮 加藤清史

九州工業大学 工学部
〒804 北九州市戸畑区仙水町1番1号
ishikawa@ishilab.cntl.kyutech.ac.jp

我々の身の回りには、対称ではないが、対称という視点でとらえた方が合理的な形が存在する。これを潜在的対称形と呼ぶ。近似的に対称な形や破損前に対称であった形、部分集合として対称形を含む非対称形などがその例である。本稿ではまず、与えられた図形がどんな対称構造を持つかを推測する手段について述べ、次に、潜在的対称形のうち、軸（鏡）対称性を潜在的に持つ形の潜在的対称軸を抽出する方法を示す。また、潜在的回転対称の中心を求める手法についても述べる。合成データおよび実データを用いた実験結果を示し考察を与える。

ON ANALYZING SHAPE WITH POTENTIAL SYMMETRY

Seiji ISHIKAWA, Hyung-Seop KIM, Kiyoshi KATO

Department of Civil, Mechanical and Control Engineering

Kyushu Institute of Technology

Sensuicho 1-1, Tobata, Kitakyushu 804, JAPAN

ishikawa@ishilab.cntl.kyutech.ac.jp

There are a number of asymmetric shapes which associate us with certain kinds of symmetry. They are referred to as shapes with potential symmetry in the present paper. A technique is described for guessing symmetric structure of a given shape. This is followed by the proposal of a method of extracting the axis of potential symmetry from a shape with potential axial symmetry. Also discussed is an analysis of a shape with potential rotational symmetry. Performance of the proposed techniques are examined by real video images as well as synthetic images and the results are discussed.

1 はじめに

我々の身の回りには、人工物をはじめ、花や生物、結晶など対称な形を持つものが多い。どんな対称構造を持つかという観点から形の解析を行えば、その形の特徴が明確になる、形の記述が単純になるなどの利点があり、形の自動分類や認識にもつながる。そのためコンピュータ科学の分野では、ある図形や物体にどんな対称構造があるかを解析する、いわゆる対称性解析の手法の開発が盛んに行われてきた ([1], [2])。

一方世の中には、対称ではないが対称という視点でとらえた方が合理的な形がある。これを潜在的対称形と呼ぶ。(図1に例を示す。同図では想定される対称軸を重ね書きしている。) 近似的に対称な形や破損前に対称であった形、部分集合として対称形を含む非対称形などがその例である。また工芸品などのように、形は対称であっても、非対称なテクスチャがあるために、濃淡画像としては非対称になるという場合も考えられる。コンピュータへの図形入力時における、量子化による対称形のひずみも考えられる。このように現実には、潜在的対称形と呼ぶことのできる形は数多く存在する。

潜在的対称形から対称という潜在的特徴を抽出することができれば、現実にあるさまざまな形の対称性解析が可能になる。ところが、これまでに提案された対称性解析法は潜在的対称形には適用できない。それは従来の方法が、対称構造の有無のみに着目した、完全な対称形を前提とする手法だからである。

対称に近い非対称形を扱った研究は2、

3報告されている。Marola[3]は、完全な対称形の解析のために彼自身が開発した数学的方法を、ほとんど対称な非対称形に適用しているが、数学的厳密性が手法の柔軟性を阻害している。Zabrodsky et al.[4]は、画像の解像度を下げて非対称形から対称構造の抽出を行うというアルゴリズム的な手法を提案しているが、本稿で扱う潜在的対称形全般に適用できる手法ではない。Minovic et al.[5]は、対称形への近さを数量化する対称度という指標を提案し、ひずみやノイズなどを含む現実の図形データへの適応性の高い解析法を示しているが、慣性モーメントを利用した手法であり、対称形にごく近い図形でないで使用し難い。

本稿ではまず、与えられた図形がどんな対称構造を持つかを推測する手段について述べ、次に、潜在的対称形のうち、軸(鏡)対称性を潜在的に持つ形の潜在的対称軸を抽出する方法を示す。さらに、潜在的回転対称の中心を求める方法についても触れる。合成データおよび実データを用いた実験結果を示し、問題点や課題等について考察を与える。

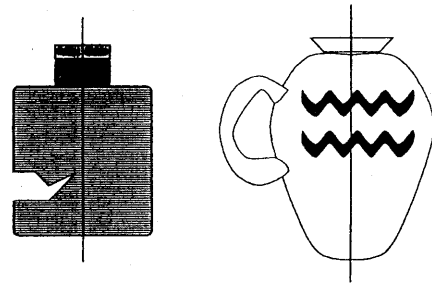


図1 潜在的対称形と想定される対称軸.

2 対称構造の推測

図形や物体の与える主軸は対称構造と密接な関連がある。Symon[6]によれば、物体に対称軸があれば、それは主軸と一致し、対称面があれば主軸と直交する。また主軸は物体の重心を通る。主軸は、物体が与える慣性モーメント行列の固有ベクターとして求められるから、慣性モーメント行列の固有値問題を解けば、物体の対称構造に関する情報が得られる ([5])。

領域 R を持つ図形 f の $(p+q)$ 次のモーメント M_{pq} は

$$M_{pq} = \iint_R x^p y^q f(x, y) dx dy$$

で与えられる。ただし $f(x, y)$ は座標 (x, y) での f の濃度値である。図形 f の重心のまわりのモーメント m_{pq} は

$$m_{pq} = \iint_R (x - x_c)^p (y - y_c)^q f(x, y) dx dy$$

で与えられる。ただし (x_c, y_c) は図形 f の重心で

$$(x_c, y_c) = \left(\frac{M_{10}}{M_{00}}, \frac{M_{01}}{M_{00}} \right)$$

である。 m_{pq} を用いて次の行列を考える。

$$I = \begin{pmatrix} m_{02} & -m_{11} \\ -m_{11} & m_{20} \end{pmatrix}$$

これは、3次元物体の場合の慣性モーメント行列に対応する行列である。

行列 I は対称行列であるから、ふたつの実固有値を持つ。これを $\lambda, \mu (> 0)$ で表し、対応する固有ベクターを v, w とする。これらの固有ベクターが図形 f

の主軸を与える。 λ, μ はそれぞれ v, w 方向の図形の広がり方を表している。 $\lambda \neq \mu$ ならば、図形は軸対称である可能性があり、 $\lambda < \mu$ ならば主軸 v が図形 f の支配的な方向を与える。 $\lambda = \mu$ ならば、図形は回転対称形の可能性がある。いずれの場合も、ふたつの固有値の値の関係は、図形が対称形であるための十分条件ではあるが必要条件ではない。従って、固有値の値を調べて対称構造の見当をつけ、実際に図形上で対称構造の有無を確認する作業が必要である。この作業は以下のように定量的に行われる。

図形 f をある対称性仮説に基づいて対称変換した図形を f^r 、 f^r に回転と平行移動を行った図形を Tf^r 、その領域を R^r で表す。このふたつの図形を重ね合わせたときの一致の良さが、仮定された対称形への近さを表している。この近さを表す指標を対称度 sd と呼び、図形 f の面積を m として以下のように定義する。

$$sd = \frac{m_{sym}}{m}$$

$$m_{sym} = \sum_{(x,y) \in R \cup R^r} m_{sym}(x, y)$$

$$m_{sym}(x, y) = \begin{cases} 1 & \dots \quad |f(x, y) - Tf^r(x, y)| \leq T_{sym} \\ 0 & \dots \quad otherwise \end{cases}$$

ここで T_{sym} は閾値、また $0 \leq sd \leq 1$ である。 sd の値が 1 に近づくほど、完全な対称形に近づくので、 sd の値を調べることによって、与えられた図形が仮定された対称構造を持つかどうか、あるいは潜在的対称構造を持つかどうかを判断することができる。

3 潜在的対称軸の抽出

3.1 解析法

軸（鏡）対称性を潜在的構造として持つ図形について考える。提案法は、与えられた図形に含まれる対称な部分集合 (symmetric subsets) のうち最大のものを求め、その対称軸を図形全体の対称軸（潜在的対称軸）と定義するという方法である。そのため、与えられた図形の鏡対称図形を考え、以下の方法で、最大の対称部分集合を求める([7])。

与えられた図形を $f(x, y)$, $(x, y) \in R$, 任意の軸に対する $f(x, y)$ の鏡対称図形を $f^r(x, y)$ とする。 $f^r(x, y)$ に与える回転を θ , 平行移動を (u, v) で表す。このとき、以下の式を満たす u^*, v^*, θ^* を求める。

$$D(u^*, v^*, \theta^*) = \min_T \sum_{(x,y) \in R \cup R^r} |f(x, y) - T f^r(x, y)|$$

$$T = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & u \\ -\sin \theta & \cos \theta & v \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ただし R^r は $T f^r$ の領域である。平行移動には次の制限を与える。

$$v = u \tan \frac{\theta}{2}$$

これによって、 $f(x, y)$ と $f^r(x, y)$ を重ね合わせたときの差図形の軸対称性が保証される。差図形とは

$$\Delta(x, y) = |f(x, y) - T f^r(x, y)|,$$

$$(x, y) \in R \cup R^r$$

で与えられる図形 $\Delta(x, y)$ である。

$D(u^*, v^*, \theta^*)$ を与える u^*, v^*, θ^* が求

められると、 $\Delta(x, y) \neq 0$ ならば、そのときの $f(x, y)$ の重心 G と $T f^r(x, y)$ の重心 G^r とを結ぶ線分の垂直二等分線を、図形 $f(x, y)$ の潜在的対称軸とする。一方、 $\Delta(x, y) = 0$ ならば $f(x, y)$ は対称形であり、従来法[5]で対称軸は求められる。

実際に $D(u^*, v^*, \theta^*)$ を求めるには最急降下法を用いればよいが、局所最適解への収束を避けるために、提案法では3変数 u, v, θ で構成される遺伝子を用いた遺伝アルゴリズムを採用している。（文献[7]では応用指向のため全探索が採用されている。）

図形 $f(x, y)$ はデジタル画像で与えられるため、抽出される対称軸には量子化誤差が含まれる。対称軸が垂直であるとして、横方向の画素数が $2m$ 個 (m は正の整数) ならば、 m 番目と $m+1$ 番目の画素の間に対称軸を設定することができる。画素数が $2m+1$ 個の場合は、 $m+1$ 番目の画素の列に対称軸を設定できる。従って対称軸には高々 $1/4$ 画素の誤差が含まれる。

提案法では、図形の最大の部分集合を求めるために鏡対称図形との濃度差に注目している。これは画像合成における残差逐次検索法 (SSDA) と同様の方法である。SSDA は、計算の高速性と一様濃度領域でミスマッチを起こさないという点で、相関法に基づく合成法より優れているが、同じ理由で本法でも相関法を用いず濃度差を利用している。

3.2 実験結果

実験はワークステーション (SS10) を用いて行う。使用言語はCである。図形

データはビデオカメラまたはイメージスキャナからパソコンを介して、ワークステーションに入力する。

実験結果を図2に示す。結果は抽出された潜在的対称軸を原画像に重ねて表示している。同図(a)は2値の合成画像を用いた結果であり、(b)は実画像（埴輪と人体のモアレ像）の場合である。後者の入力画像は画素数256×256、濃度レベル256である。図からわかるように、予想される対称軸が得られている。

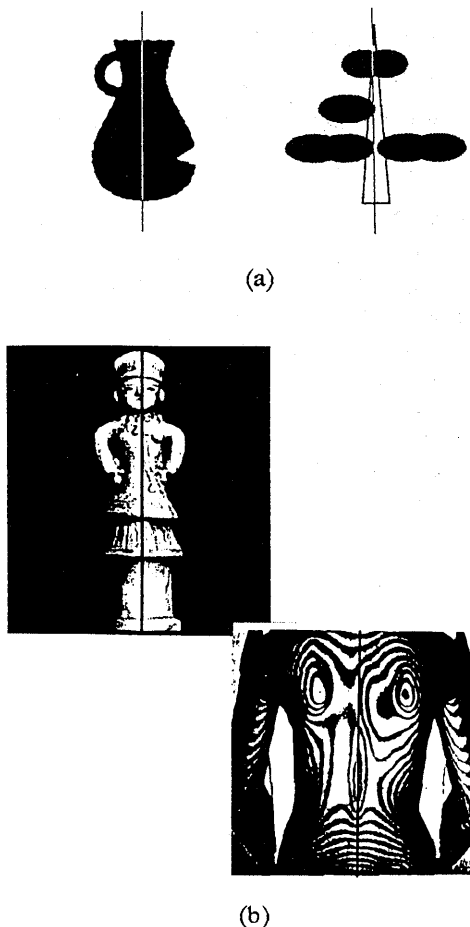


図2 潜在的対称軸の抽出例

4 潜在的対称中心の抽出

4.1 解析法

n 回 ($n=2, 3, \dots$) の回転対称形は中心の回りの $2\pi/n$ の回転ごとに図形が重なる。従って潜在的回転対称形の中心も、その回りに図形を回転させるとき、 $2\pi/n$ ごとに面積差が最小となるような位置と考えるのが自然である。この中心を潜在的対称中心と呼ぶ。

図形 $f(x, y)$, $(x, y) \in R$, の重心を G とする。 G から変位 (u, v) の位置にある点を中心として、 $f(x, y)$ に $0 < \theta_0 \leq \theta \leq \pi$ なる回転 θ (θ_0 は定数) を与え、その結果得られる図形を $Tf(x, y)$, $(x, y) \in S$, と表す。次式によって、両図形が最もよく一致するような u^*, v^*, θ^* を求める。

$$D(u^*, v^*, \theta^*) = \min_T \sum_{(x,y) \in R \cup S} |f(x, y) - Tf(x, y)|$$

G からの変位 (u^*, v^*) の点が、図形 $f(x, y)$ の潜在的対称中心を与える。

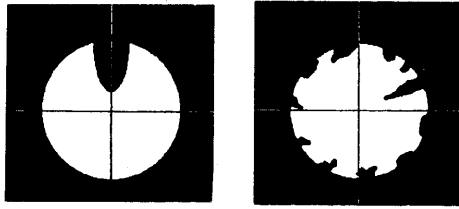
この最適位置探索にも、前節と同様に、変数 u, v, θ で構成される遺伝子を用いた遺伝アルゴリズムを使っている。

4.2 実験結果

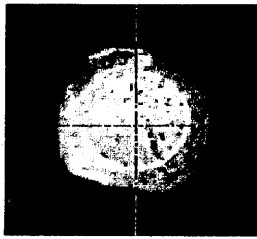
実験結果を図3に示す。重ねて表示してある2直線の交点が、求められた潜在的対称中心である。同図(a)は2値合成画像の場合、同図(b)は実画像（陶器の皿）である。どちらも良好な結果が得られている。

5 考察

本稿では、面積差最小という指標のもとに、図形の潜在的対称構造を解析する



(a)



(b)

図3 潜在的対称中心の抽出例

手法を示した。潜在的対称軸の抽出に関しては、医学画像を中心とした数多くの実験により良好な結果を得ている。潜在的対称中心の抽出についてはまだ実験が少なく、さらに検討する必要がある。

ふたつの図形を重ね合わせる場合の指標として、面積差が有効であることを確認したが、ほかにも重ね合わせの指標が考えられる。差図形の分散が最小という指標も有効であると思われる。現在実験を行っているが、この指標を用いると、差図形が広がるのを抑制することができ、このことが有効である場合がある。

潜在的対称性は対称に近い非対称形が持つ性質であるが、潜在的対称構造が安定に抽出できる非対称性の限度については、まだ明確ではない。その主な理由は、潜在的対称軸や対称中心の安定性は、非対称の程度とともに非対称部分の布置に

も依存するからである。この点はさらに検討する必要がある。

6 まとめ

対称性を想起させる非対称形を解析する手法として、潜在的軸対称形および潜在的回転対称形からそれぞれ対称軸および対称中心を求める手法を示し、合成画像および実画像を用いた実験結果を示した。差図形の分散最小という指標に基づく解析法を現在検討している。抽出される潜在的対称構造の安定性と非対称の程度の関係は、今後の検討課題である。

本稿をまとめるにあたり、本学大学院の上野寛君に実験補助をお願いした。また本研究の一部は平成7年度文部省科学研究費重点領域研究(2)の補助を受けた。記して謝意を表す。

参考文献

- [1] Eades, P.: "Symmetry finding algorithms", *Computational Morphology*, 41-51, North-Holland, Amsterdam, 1988.
- [2] Minovic, P., Ishikawa, S., Kato, K.: "Three-dimensional symmetry identification, Part I: Theory", *Memoirs of The Kyushu Inst. Tech.*, 21, 1-16, 1992.
- [3] Marola, G.: "On the detection of the axis of symmetry of symmetric and almost symmetric planar images", *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, PAMI-11, 1, 104-108, 1989.
- [4] Zabrodsky, H., Peleg, S., Avnir, D.: "Hierarchical symmetry", *Proc. 11 Int. Conf. Patt. Recogn.*, 9-12, 1992.
- [5] Minovic, P., Ishikawa, S., Kato, K.: "Symmetry identification of a 3-D object represented by octree", *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, PAMI-15, 5, 507-514, 1993.
- [6] Symon, K., R.: *Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1965.
- [7] Ishikawa, S., et. al.: "A method of analyzing a shape with potential symmetry and its application to detecting spinal deformity", *CVRMed* 95, 465-470, Springer, 1995.