

図形の対称性解析とその応用

福島 重廣

九州工業大学 情報工学部
〒820 福岡県飯塚市川津 680-4
Tel: 0948 29 7725 Fax: 0948 29 7709
e-mail : fukusima@ces.kyutech.ac.jp

あらまし — 図形のかたちの特徴を数量的に記述することができれば、多変量解析によるさまざまな科学的解析が可能になる。われわれ人間は図形のかたちを対称性にもとづいて理解することが多いので、同様のことをコンピュータで模擬することができれば有用な数量化の手法が得られると考えられる。対称性の解析には対称軸の決定と対称点対の決定とが含まれる。従来は前者についての提案しかなかったが、われわれは両者が計算幾何学でよく知られたボロノイ図とデローネー三角分割の双対性にもとづいて一貫して決定できることを見出した。その結果、図形の主形状、局所的幅、局所的くびれの数量化や、影絵からの立体形状のモデリングとその計量が可能になった。

Symmetry Analysis of a Figure and Its Application

Shigehiro FUKUSHIMA

Faculty of Computer Science and Systems Engineering
Kyushu Institute of Technology
680-4 Kawazu, Iizuka, Fukuoka, 820
Tel: +81 948 29 7725 Fax: +81 948 29 7709
e-mail: fukusima@ces.kyutech.ac.jp

Abstract — By describing numerically the feature of the shape of a figure, we can apply a variety of scientific analysis by the multivariate analysis. We, human beings, often perceive the shape of a figure by symmetry. Therefore, useful methods may be found by simulating the mechanism. The symmetry analysis includes both determining the symmetric axis and determining the symmetric pairs of the contour points. Existing methods are only for the former problem. We found the that the both can be determined consistently based on the duality of the Voronoi diagram and the Delaunay triangulation. In the sequel, we have become able to obtain the numerical representation of the primary shape, the local width, and the local depression of a figure, as well as to model and quantify the three-dimensional shape for a silhouette.

1. まえおき

民具や文化財には民族の特性が現れる。ひとたびそれらを数量的に記述することができれば、多変量解析によるさまざまな科学的解析が可能になる。しかし、そのための数量化の基準は存在しない。つまり、数量化には研究者の創造的感性や心理が関係してくるので、画一的な基準は決められない。しかし、数量化のためには、それらの特性を客観的に表現する技術が今後必要になってくる。

「かたち」が重要な情報をもたらすことは明らかである。われわれ人間は図形のかたちからさまざまな情報を得ている。そのとき、対称性が推論の手がかりになることが多い。われわれ人間が図形の「くびれ」を見たときのとらえ方はその一例である。また、図形は2次元形状それ自体が意味をもつ場合もあるが、3次元形状の投影として知覚される場合もあり、さらに、その知覚にもとづいて「目分量」による計測をする場合とか、また、そうせざるをえない場合もある。このような推論過程をコンピュータで模擬すれば形状パラメタの再現性のある数値化と定量的な解析が可能になる。そのためには、コンピュータを用いた対称性解析[1]や、それにもとづく3次元形状モデリングの方法[2]を応用することができる。

従来、対称性の解析のための安定した方法それ自体がなかった。われわれが初めて開発した対称性解析の手法は、計算幾何学において知られたボロノイ図とデローネー三角分割にもとづく。ここでは、その原理を紹介し、さらに、その応用として、図形の主形状、局所的幅、「くびれ」の数量化や、3次元モデルの計量といった、「かたち」の数量的な記述への発展について述べる。

2. 対称性の解析

図形の対称性を解析することには、対称軸を決定することと対称な点の対を決定することとの二重の意味がある。われわれは、単連結の2次元閉曲線について、この両者を実現するための一貫した計算原理 DAS(Division-Based Analysis of Symmetry) を提案した[3]。これは閉曲線をなるべく密に準等辺多角形で近似したとき

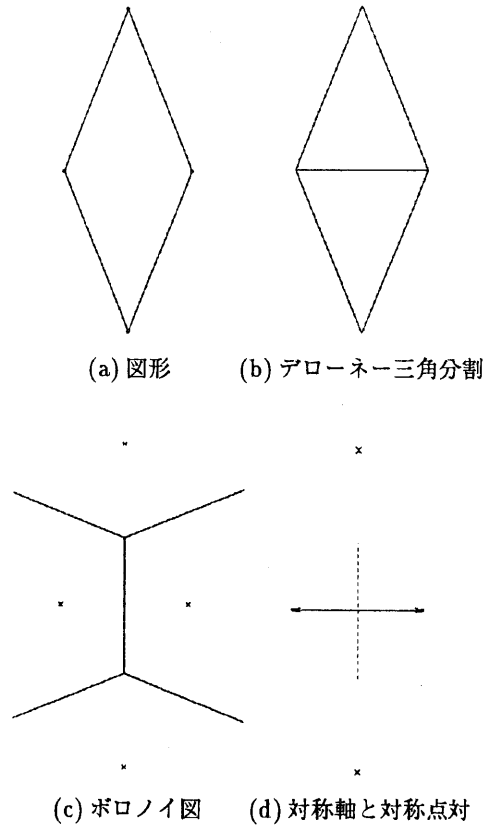


図1 対称性解析の原理

の頂点の集まりにより、計算幾何学の分野で知られているデローネー三角分割とボロノイ図という2種類の平面分割を求めることにもとづいている。この原理は複雑に湾曲した形状にも適用できるところに大きな特長がある。

まず、図形の輪郭線を離散的な点の集まりで近似する。このような点を「ドット」と呼び、一般的な「点」と区別する。それらのドットは輪郭線を追跡する順に順序づけておく。また、この順序で隣り合うドット間の間隔が、ほぼ等しく、また、図形の大きさに比べて十分に小さくなるようにする。つまり、これは図形の準等辺多角形近似である。

このようなドットの集まりが構成するドットパターンにもとづく平面分割として、ボロノイ図とデローネー三角分割を求める。ボロノイ図は平面を各ドットに最も近い点の集合が構成す

る領域の集合に分割したものである。このような領域はボロノイ多角形といわれ、その頂点をボロノイ点、また、その辺をボロノイ辺という。ボロノイ多角形は直観的には各ドットが対等の空間的勢力をもつときの「縄張り」と考えてよい。一方、デローネー三角分割はボロノイ図と双対な平面グラフであり、ボロノイ多角形同士が境界を接するようなドット同士を結ぶ線分の集合によって、平面を三角形の集合に分割したものである。このような線分をデローネー辺といい、また、三角形をデローネー三角形という。デローネー辺は、ボロノイ図の場合において勢力が拮抗する2つのドット間の隣接関係を表わす。ひとつのボロノイ辺はそれに双対なデローネー辺の垂直二等分線である。つまり、ひとつのボロノイ辺は、それに双対なデローネー辺の両端にある一対のドットに対する局所的対称軸である。ひとつのボロノイ点はひとつのデローネー三角形に対応し、その外心である。

輪郭線上において相い隣るドット間の間隔が、そうでないドット間の間隔にくらべて小さいとき、それらをドットの順序にしたがって結ぶ線分、つまり、近似多角形の辺はデローネー辺でもあることが観察される。したがって、それらの線分に双対なボロノイ辺を識別することができる。このようなボロノイ辺をすべて削除すると、ボロノイ図は図形の内部にあるボロノイ辺の集合と外部にあるボロノイ辺の集合とに切断される。図形が単連結のとき、内部のボロノイ辺の集合は木グラフを構成しており、骨格線になっている。骨格線は図形の局所的な対称性を表す対称軸である。骨格線を構成するひとつひとつのボロノイ辺に双対なデローネー辺は骨格線に関して局所的に対称なドットの対を輪郭線上に決定している。つまり、骨格線を抽出した段階で、対称軸のみならず、対称軸に関して対称な配置にあるドットの対も決定される。いいかえれば、この段階で局所的な対称性の解析が基本的には完了している。この過程を図1に示す。同図(d)はデローネー辺を実線で、また、ボロノイ辺を破線で示している。とくに、破線は対称軸でもある。

3. 「くびれ」の数量化

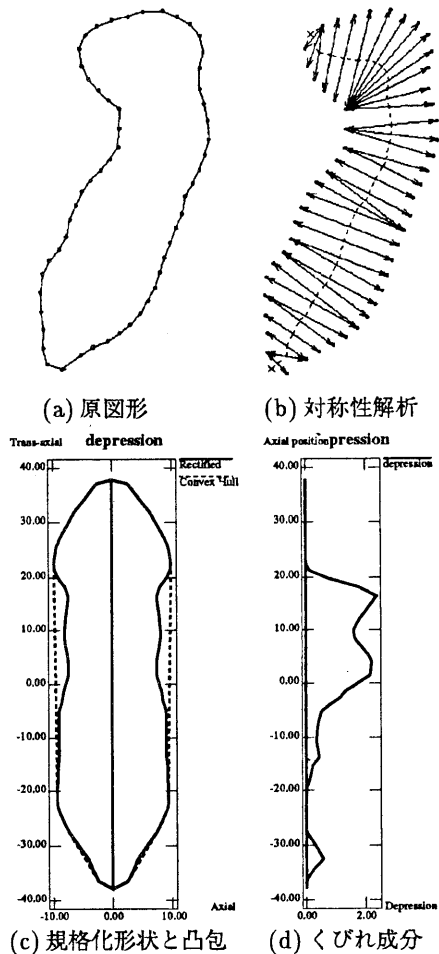


図2 「くびれ」の数量化

われわれ人間はくびれのある形状を見たとき、そのくびれの度合を目測することができる。この場合、われわれ人間はまず対称性を認識し、その対称軸にたいする図形形状の接近と乖離の様子を測っているように思われる。本研究では、こういった計測を模擬することができるように、つぎのような手法を考案した。まず、対称軸と対称点对を求める。つぎに、対称軸が直線になるように図形の形状を変形する。これを規格化形状と呼ぶ。さらに、その包絡図形を凸包として求める。凸包と規格化形状との差異を求めることによって、くびれの深さを局所的に測ることができる。この様子を図2に示す。つまり、ここで図形の主形状(湾曲)が対称軸として記述され、局所的幅が対称点对間距離として、また、

局所的くびれが凸包と規格化形状との差異として記述されることになる。くびれを数量化するためには、深さを対称軸座標の関数と見て、

- 深さの平均値 (L_1 ノルム)
- 深さの2乗平均根 (L_2 ノルム)
- 深さの最大値 (L_∞ ノルム)

などの測度で表したり、また、フーリエ解析などの信号解析の手法を適用することができる。

4. 3次元形状のモデリングと計量

一般に、人間が物体の影絵輪郭線を見れば、その3次元形状を推測し、さらに、おおよそ計量することもできる。コンピュータ上では、影絵輪郭線の対称性を解析し、それによって物体の3次元形状のモデルを構成することにより、その機構を模擬することができる。

ある筒状物体を一方向から見たときの影絵の輪郭線が与えられているとしよう。さらに、この物体は対称軸が平面内にあり、その平面に平行な画像面に直交投影されていると仮定する。このとき、対称軸に直交する断面の投影は線分になり、対称軸の投影に直交する。つまり、対称な点の対を影絵輪郭線上に見だし、それらを直線で結べば、このような断面の投影が求められる。湾曲した形状の場合には対称軸と対称点対とが必ずしも直交しないが、そのようなときでも、弱い意味での対称性について同様に考えることができる。

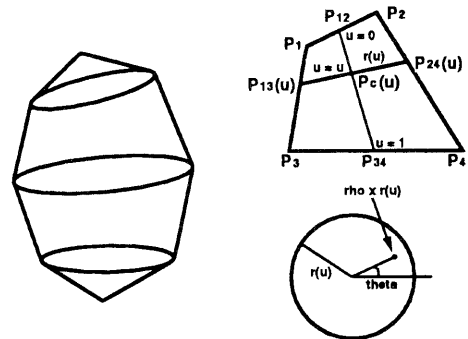
断面の形状が既知ならば、そのような断面を対称軸にそって積み重ねていくことにより、3次元形状を一般化円筒としてモデル化することができる。

モデルは大略図3のように歪んだ円筒と円錐をセグメントとして構成される[4]。セグメントの両端面の形状を楕円(典型的には円)と仮定するとき、このようなセグメントを生成するためには、それら両端の楕円の間で比例的に大きさを変える楕円板で掃引すればよい。この考えのもとづいてセグメントごとに体積と表面積を求めるための積分計算式を導出した[5]。円筒全体の体積と表面積は単にすべての体積要素についての体積と表面積の総計で与えられる。

このようなモデリングにもとづいて導出できる形状パラメタのひとつは球形度である。これは、

$$(\text{球形度}) = 36\pi \frac{(\text{体積})^2}{(\text{表面積})^3}$$

によって定義することができる。



(a) モデルの構成 (b) セグメントの計量

図3 3次元モデルからの計量

5. 民族学資料画像への応用

コンピュータへの図形の入力はグラフィックディジタイザを用いてマニュアル(手入力)で行なうことができるが、実用的には画像入力によるのが便利である。そこで、本研究では、対称性解析の方法を画像データに適用するためのソフトウェアを開発してきている。現在、画像はMacintosh Centris 660AVに接続されたイメージスキャナ UMAX Power Look PS2400Xを用いて入力している。入力用ソフトウェアとしては Adobe Photoshop 2.5J またはフリーソフトウェアの NIH Image 1.55 が利用できる。Macintosh の画像フォーマットとしては TIFF を用いている。画像処理は UNIX のワークステーションで行なっている。まず、TIFF フォーマット画像データを Fetch 2.1.1 を用いて UNIX マシンの日本電算機 JS5 に転送する。ここで、xv を用いて pgm フォーマットに変換する。以下、図形輪郭線を抽出して、それを比較的少数のサンプル点で表現するためのソフトウェアを製作した。

以上の方法の一部を民族学資料[6]に適用してみた。図4にブーメランの入力画像から輪郭

線を抽出し、さらに輪郭点をサンプリングするまでの例を示す。図5はそれにたいするデローネ三角分割、ポロノイ図、対称性解析、形状変形の結果を示している。また、図6に他のプーマランについて入力画像、対称性解析、形状変形の結果を示す。図7と図8は同様に斧の入力画像、対称性解析、形状変形の結果である。

6. むすび

われわれが提案した方法によって、図形の対称性の解析と表現が可能になってきた。一方、「くびれ」の数量化や3次元モデルの計量は、人間の心理機構の模擬にもとづくものでしかないが、人間による作業と異なり、再現性、一貫性がある。また、計量それ自体は厳密な幾何学にもとづいている。したがって、それらは比較の尺度を与える新しい方法である。

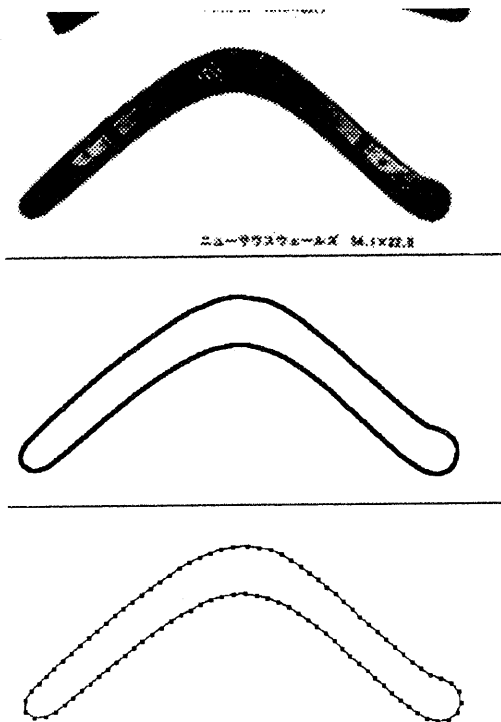


図4 プーマランの画像入力からサンプリングまで

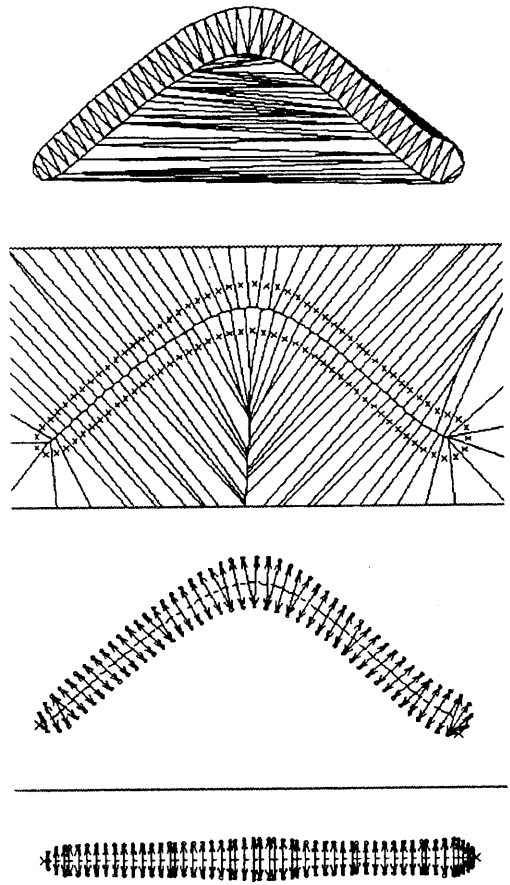


図5 プーマランの対称性解析から形状変形まで

参考文献

- [1] 福島重廣, 奥村武志: 平面分割に基づく2次元図形の中心線と対称点対の抽出法. 電子情報通信学会論文誌, **J73-D-II**, pp.848-854, 1990.
- [2] 福島重廣, 奥村武志: 対称性検出による影絵からの立体形状モデリング. 電子情報通信学会論文誌, **J74-D-II**, pp.1697-1705, 1991.
- [3] S. Fukushima: Division-Based Analysis of Symmetry and Its Application, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence* (accepted for publication.)

- [4] 福島重廣: 2次元像から3次元形状を推測する, 産婦人科の実際, 43, pp.1821-1825, 1994.
- [5] 福島重廣: 人文科学支援のための「かたち」と色の解析ツールの開発研究, 文部省科学研究費補助金重点領域研究「人文科学とコンピュータ」1995年度研究成果報告書, pp.441-450, 1996.
- [6] 小山修三, 松山利夫, 窪田幸子, 久保正敏, 杉藤重信, 松本博之 編: オーストラリア・アボリジニ — 狩人と精霊の5万年, 産経新聞大阪本社, 1992.

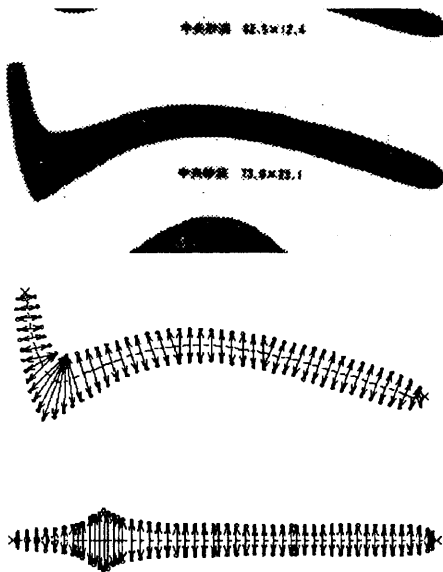


図6 ブーメランの対称性解析と形状変形

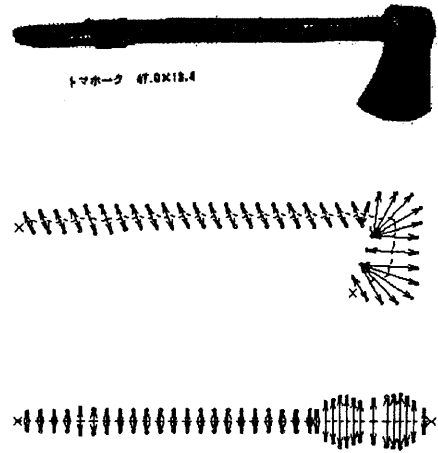


図7 斧の対称性解析と形状変形

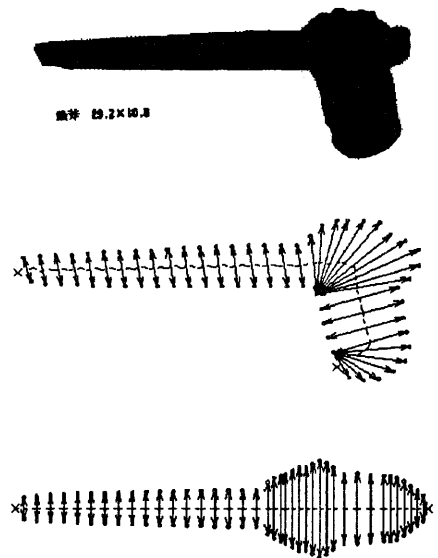


図8 斧の対称性解析と形状変形