

高等学校数学教育におけるコンピュータの役割

一松 信

東京電機大学・理工学部

今回の改訂指導要領高等学校数学（平成6年度より実施）に、コンピュータが積極的に取上げられた。その使用も指定された選択科目：数学A・数学Bの各1単元と数学Cに限定されるものでなく、随所に活用可能である。ここでは数値・図形・記号の各処理という機能別の観点を中心に、その活用例案を述べる。併せて教育システム開発者への要望を論じたい。

The Role of Computers for Mathematical
Education in High-School

Sin HITOTUMATU

Department of Information Science,
Tokyo Denki University (Hatoyama Campus)
Saitama Pref. 350-03, JAPAN

The use of Computer for Mathematical Education in High-School is an essential feature of the coming New Syllabus (effective from 1994). It is not limited within the assigned parts in the Options: each one chapter of Math. A and Math. B as well as Math. C, but applicable for all parts. Here I propose an example of the use, especially on the view point of the functions to process numerical, graphical and symbolical topics. Also I would like to discuss a few desires for the System Developers.

1. 背景

現在数学教育用の強力な道具の一つとして、コンピュータはもはや避けて通ることができない対象となった。そのため今回の改訂指導要領において、高等学校数学の選択科目「数学A」、「数学B」の各1単元と「数学C」全体において、コンピュータに直接かかわる内容を設定した。しかしコンピュータの活用は決してそれらだけに限定されるものではない。

そうであってももちろんこれは、指定された個所以外でコンピュータの使用を義務付けるものではない。他方コンピュータを活用する教育とは、コンピュータそのものの教育ではないし、短時間に大量の内容を効率よく教えこもうという意図でもなく、また単に在来型の授業にコンピュータという機械を持ち込むことでさえない。それは何よりも生徒の関心を高め、理解を深めることが主目的であり、授業形態の改善工夫をも考慮しなければならぬ。

高等学校数学教育においては、おのずから専門の数学とは違った態度が望まれる。例えば既製の知識を詰込むよりも各自で作業して構築することや、定理を証明するよりも実例を通して事実そのものを納得させることなどが本質的である。この方向で具体的な数値などの実験・実習用に、コンピュータは絶好の道具である。ここでコンピュータというとき主にパソコンが念頭にあるが、各種の電卓をも併せて考えたい。

目下文部省において「指導資料」¹⁾を作成中だが、高等学校数学においては上のような背景の下で、コンピュータの活用がかなりの分量を示める。²⁾

それを踏まえて機能別の応用を考察してみる。

2. SGNの三位一体化

1988年夏のICME-6において「SGNの三位一体化」というスローガンを耳にした。ここにSはSymbolicすなわち代数・数式処理で意味し、GはGraphicすなわち幾何・図形処理を、NはNumericすなわち算数・数値計算を表す。このように明確に区分しにくい場面も多いが、以下この観点に立ち便宜上NGSの順に述べる。Nについては電卓も活用できる場合が多い。

⁵⁾
かつて唱えた「教室に電卓を！」は、数学に「現実の汚い数値」を積極的に入れたいという趣旨だったが、結局その範囲は極めて限られた。電

卓時代を飛越してパソコンに進むのは、開発途上国において工業化と脱工業化とを同時に進行させるのと同じ悩みがつきまとう。コンピュータ（リテラシー）の教育にプログラミングは第一義ではなく、プログラミングに流れ図は不可欠ではないが、やはり方策として低水準に固定しないように十分注意しつつ、まずその段階から始めなければならない。

3. 数値機能の活用

「数学A」の²⁾「計算とコンピュータ」の単元や「数学C」の数値計算・統計処理の2章は当然だが、他に次のような活用が考えられる。

① 実験による導入用： 確率の実験（数学I，B） 個数を数える・数列の和（数学I，A） 極限を見せる（数学III）

但しこれらはさいころ・数を書いた紙・ブロックなど在来 of 材料を活用したほうが適切な場合も多い。疑似乱数発生ルーチンが問題になることも起りうる。

② 数値処理の道具： 二次方程式を解く（数学I，II） 三角形を解く（数学I） 統計の資料整理（数学C）

その他各種の予備作業用— 例えば関数のグラフをパソコンのグラフィックス機能で描く前に、まず大体の値を計算して手で概要を描くなど。

また多倍長整数が自由に使えるシステム（これも数学用には不可欠！）があれば、僅か4記号で表される $100!$ を正確に計算し、数値としてどの位途方もなく大きいか（階乗がいかに速く大きくなるか）を見せるのも興味をひくだろう。

③ 公式に数値を代入して確認・納得： 数学的に無意味という主張もあるが、私は理解を助ける重要な過程と信じる。正弦定理（数学I）三角関数の加法定理（数学II）を初め随所に材料がある。誤った公式を数値的に反証することも必要である。

④ 発展・補充 現在の高等学校数学にはほとんど含まれていないが、初等整数論には実験的なデータから法則を帰納するのに絶好な材料が豊富である。また現在のパソコンはかなり高速なので、二分法（十等分法）によって10の10乗根・100乗根、...を計算して、それから常用対数の数値

を計算するのも容易にできる。 プトレマイオスの昔に帰って、理論的に加法定理などで計算できる 6° または 3° の整数倍の三角関数を基にして、三角関数表を作ることにもできる。 これらは課題研究などの発展課題だが、その気になれば材料はいくらでもある。

4. 図形処理機能の活用

現在のパソコンは、強力な図形処理機械としての性格が強い。 実際には厳密に区分しがたい場合もあるが、正確な図形を描く「静的」応用と、図形を動かして見せる「動的」応用の二面が考えられる。 後者では最初と最後だけでなく、途中経過をも示す配慮が必要な場面もある。

① 正確な図形を描く： いろいろな曲線（数学C）は全面的にそうだが、二次関数のグラフ（数学I） 指数関数・対数関数・三角関数のグラフ（数学II） 方程式で表される図形表示（数学II） ベクトルや複素数の表示（数学B） 不等式で囲まれた図形の表示や、曲線で囲まれた図形の面積計算に当てその図形の表示

以上は通常のグラフィックス機能で可能だが、初等幾何学（数学A）においては幾何学実験用システムがあれば、実験や予測に基く学習が考えられる。 また重ね書きができれば、パラメタを系統的に変えた多数の曲線の図を描き、それらの共通性質を確認・証明する学習もありうる。

② 図形を動かす： 単なる平行移動や回転だけならば OHPで可能だが、相似拡大その他のアフィン変換は機械的な装置では困難が多く、コンピュータ・グラフィックスが有用である。 平行移動の応用例は既に多数提案されているが、進行する正弦波や関数のグラフ上の2点を結ぶ直線が点を近付けると接線に近づくのを図で見せるなどが、新しく提案されている。

これらの利用に当て、既製のシステムで図を見せる場合と各自で書いてみる場合とがある。 もちろんそのようなシステムを各自が作る必要はなく、生徒には適切なコマンドを与えるだけでよい。 しかし教育効果を上げるには、図形を描く速さ一つにしても、速すぎず遅すぎず適切な速度を保つ工夫が殊の外大変である。

5. 数式処理機能の活用

数式処理は現在のパソコンで最も遅れている分野である。しかし過去十年の発展を顧みると、今すぐその活用のための考察と実験教育を至急開始する必要がある。

Mathematica^⑧などのシステムによれば、現在既に高等学校数学に含まれる計算はほとんどすべて可能である。だからといって計算練習が不要にはならないが、数学の価値感・評価などに対する意識変革が要求されそうである。その影響は小学校算数における電卓の役割と似ている。安易にそれに頼る傾向を恐れるが、有効に活用できる場面・状況も少なくない。

通常の講義の展開に対する支援・補助手段（これを一部の教育関係者はシミュレーションと呼ぶらしい）としての応用をも考えれば、ほとんどあらゆる個所で利用できる。

新指導要領で特に有効な個所は： 数と式（数学A） 分数式の計算・特に積分計算のための式の変形（数学Ⅲ）。

「数と式」では式の計算以外に無理数（平方根）を含む数の計算に活用できそうである。具体的な関数 $f(x)$ （三角関数などを除く）の微分の計算に当り、差分商 $[f(x+h)-f(x)]/h$ を具体的に計算して分母に h がないように変形してから $h=0$ とおけば、直接に導関数 $f'(x)$ が計算できる。さらにグラフィックス機能と併せて、最大・最小を関数のグラフを通して求めたり、関数の増減と導関数の符号との関係を図示で見せるなどの応用が考えられる（近年米国の実験教科書に多数例がある^③）。

HP-48SX といったポケット電卓は、既にある程度の数式処理能力を有する。^④時間が掛かるがそれが返って教育的な場面もある。パスカル三角形も直接 $(1+x)^n$ の展開式から作ると面白い。この他気軽に数式処理システムが使えるのならば、これまでとは違った様々な工夫ができそうである。

数式処理が急激に普及した理由の一つは、計算機のハード面の発展特に記憶容量の飛躍的拡大に負う。しかし他の原因として計算機代数の算法面（例えば多項式の因数分解）の発展については、数学者に意外と知られていないように感じる。それらは現在の高等学校数学で扱える理論ではないし、近い将来取入れられる範囲でもないが、ともかくまず知っていて損はしない技法として専門家に教える必要がある。— 数学の講義を全体的にいま少し「算法的」にするのも必要だろう。

6. 教育用ソフトへの要望

以下の諸事項はあくまで私の個人的な意見にすぎない。この種の仕様決定は慎重でなければならないが、外から与えられたシステムを有難く使うのがよい教育とは思われない。新しい仕様の開発に関して、いつも柳の下に泥鰌はいないかもしれないが、BASICの歴史が参考になる。

—1980年代末ダートマス大学でケメニー学長が初心者用簡易言語の提唱をしたとき、大半の計算機科学者は猛反対した。その理由は特定の場所でしか使えない言語を開発しても仕方がないというのである。それでも学長の命令で仕方なく作ったが、後年その責任者が次のように回顧している：「計算機関係の予測に私は大抵成功したが、一つだけ大間違いをした。BACISがこれ程全世界に普及するとは夢にも思わなかった。」

既にいくつかを述べたが、まとめておく。

① 整数は計算機の内部表現に関係なく、また多倍長などと指定しなくても、いつでも自然に（使用者に意識させずに）十分な桁数が自由に使えること。—例 U-BASIC

② 関数のグラフは適当なデフォルト・スケール（もちろん再指定可能）の下で、式を入れれば他はなるべく簡単な操作で描いてくれること。その一部の拡大・変形・重ね書きなども容易にできてほしいし、可能ならば描く速度も調節できると有難い。

③ 三角関数（及び逆三角関数）については、むしろラジアン変数のほうをオプションとし、度の小数を変数とする直接の正弦・余弦・正接関数プログラムが望まれる。さらに度・分・秒表示と度の小数表現との変換プログラムも必要である。これらは多くの電卓には普通なのに、パソコンに余り見掛けないのが不思議な位である。但しその区別方は十分慎重に決める必要があろう。

④ 将来は分数（を分数の形のままで）の計算・平方根を含む数の計算・複素数の計算なども必要になろう。さらに簡単な1変数多項式や2,3変数の対称式程度の式の計算ができるとなおよい（ただしこれは直に欲がでるし、有理関数までと欲張ると本質的な違いになりそうである）。

7. 今後の課題

(i) 教育用ソフトウェアの作成・流通の方策：これは「指導資料」の範囲外らしいが、緊急の大きな課題である。既に最良の方策を議論している余裕はないが、確かなのは個人や小グループで片手間にできる作業でないことや、部品・ツールを提供してもほとんど役に立たないことである。

作成者の保護も大事だが、普及のためにある期間（コピー・修正などの）「自由化」が前提という意見さえある。

数式処理の普及も、ソフトウェアがどの位多量に安く入手できるかにかかっているのだろう。

(ii) 実験教育：日本の教育は全国画一化指向であり、一部の学校でまず実験教育を試みるのが難しい。現在のところ高等学校数学のための実験教育は、どうも短大や大学の文科系で始めるのが適当という印象である。

(iii) 大学の入学試験：高等学校でのコンピュータの使用が根付くかは、一に大学入学試験での態度に掛っているとされる。それ自体は正論であり、そのための基礎研究やPRが重要である。ただ現在の私はそれをいすぎてかえって反発を招くよりも、それとは無関係に案を考えるのが得策という気になっている。

参考文献

[1] 高等学校指導資料—数学編（代表：寺田文行）、文部省編 ドラフト 1991, 刊行1992年 3月予定。

[2] 吉村啓他編、コンピュータハンドブック '91, 日本評論社1991年 5月。

[3] Donald P. Brown, Horacio Porta, J. Jerry Uhl: Calculus & Mathematica, Part I, (Preliminary Ed.) Addison-Wesley, 1991.

[4] Jerold C. Mathews, Jack Eidswick: Calculus Companion for the HP 28S and HP 48SX, Harper Collins Publ., 1990.

[5] 一松信、教室に電卓を!, 海鳴社, 1979.