

WWWを用いた新しい数学教育の試み

丹羽時彦 雄山真弓

関西学院高等部 関西学院大学

これまでの数学教育は、教師が、学習者に解説を行い、演習をさせることによって理解度を高める方法で行われてきた。学習者に分かり易く、かつ、理解度を高める効果的教授法はどのようなものか、学習者の理解度を高める補助教材はどのようなものか、さまざまな理由で、教室での授業を受けられない学習者をどのように教育するか等は、教員にとっては大きな課題である。本研究のWWWを用いた数学個別学習プログラムは、筆者の教育経験から、学習者の理解度を高めることを目的とした補助教材である。プログラムは、HTML, Java, LaTeXなどを使って作成した。内容は、数学Iの分野である。本教材を利用した教育実践の効果と学習者の反応等について述べるとともに、今後の開発方針についても述べる。

A New Attempt at Teaching Mathematics

Tokihiko Niwa Mayumi Oyama

Kwansei Gakuin High School Kwansei Gakuin University

The traditional method of teaching mathematics relies typically on the use of text materials, instructors' explanations, and exercises given to students. However, many instructors have been wondering how this method can be improved to achieve a more successful result. As one attempt at answering this question, the author experimented with the use of Internet in the teaching of mathematics. This is a report on the use of WWW in an individualized supplementary teaching program. The author constructed the program for elementary mathematics by using HTML, Java, LaTeX and others. This report also describes the effectiveness of the program as a teaching aid and the reactions of the students who used it. A discussion follows on a further development of the program.

1. はじめに

1996年8月第15期中央教育審議会は、「個に応じた指導」という答申を強調している。それに応じ、高校数学の教科書も書き換えられ、また、数学カリキュラムも各学校の実態により、柔軟に対応することが可能となった。

以前より、高等学校における数学の学力の個人差は、年々大きく広がってきていたが、上の答申により、現在教壇に立っていて、より一層広がってきたように感じられる。高校2年生において、中学の内容でつまづいている者、大学専門課程の分野まで進んでいる者が1つの教室に混在している。このような状況において、このプログラムは、個人の能力に適した内容を、好きなきに、自分にあった速さで学習することを可能にするにはどのようにすればよいか、ということを開始として、3年前より開発した。

2. 数学個別学習プログラムの概念

このプログラムの概念は、あくまで、今までである教科書や参考書のカリキュラム構成を、そのままメディア上に移し替えるのではなく、まず、

- ① クライアント(学習者)
- ② 学習内容(数学的内容)

があり、それを関係付ける要素として、

- ③ メディア(数学個別学習プログラム)

があり、それを作成しサポートしてゆく

- ④ 教師

という構成となっていることを、概念とする。一見、これは、今までの教育システムとあまり変わらないように受けとめられるが、「③メディア」が加わることにより、全く異なる

ものとなっていることに気がつく。その要点を挙げると、

(1) プログラム内容は流動的である

クライアントが、学習していく上でわからない箇所があればメール等でその意見を聞き、その箇所を修正することができる。教科書では固定的で、なかなか修正することが不可能である。

(2) 授業にない持続性がある

クライアントが、授業中聞き逃したり、理解できなかったことを、時間の制限を受けることなく、学習することができるという点である。つまり、

教科書より流動的で、授業より普遍的

と位置づけられる。その他、反復性、ビジュアル性などいろいろ挙げられそれらは後述する。次に、このプログラム作成のポイントを述べる。

3. プログラム作成上のポイント

次に、既述の概念に基づき、このプログラムを作成する上において、具体的に心掛けていることを述べる。

a. イメージを多く利用する(Fig. 5-1)

数学的イメージをつけさせること自体が、数学の学力ともいえるが、以前は、授業において、教師の思っているイメージを、黒板というメディアでは、なかなか伝えられなかった。まして、接線の動的な動きを説明するときなどは、定規を用いて苦勞していた。そのような動的イメージまで、容易に表現することができるので、これらを多く活用することにした。

b. 関連事項にリンクを張る

すでに学習した内容へ、容易にフィードバックができるように、単元に関わらず関連事項にリンクを可能にしている。

c. 数学を体験できるようにする(Fig. 5-3)

三角比では、自ら点を動かすことにより、三角比が変化してゆく様子を体験でき、余弦定理では、一つの例ではなく、自分で例題を作りその証明を見ることができるようにした。また、遊び的な要素も取り入れ、確率の説明を、教科書では数値的な体験しかできなかったが、ゲームを行なわせることにより感覚的に学習できるようにした。

このように、ただ単に数値だけを追っていくのではなく、体験を通し感覚的に学習できるように工夫している。

d. ドリル形式を取り入れる (Fig. 5-4)

実際の授業では、数値だけが異なる問題は、なかなか時間的に、取り上げることができないことが多い。それを克服するため、ランダムに数値を発生させることにより、問題によっては無限の例題を作成するアプレットを作成できるよう心掛けた。

e. マウスだけで利用できるようにする

身障者に利用できるように、マウス中心に学習できるようにした。これは、ブラウザを利用する点において容易なように思える。しかし、各単元の評価の所では、従来のようにキー入力で書き込むことにより採点を行なっているため、それをマウスで入力することになるとなかなか難しい点もある。

f. 評価問題を取り入れる (Fig. 5-2)

この評価の方法を、当初は、テキストの書き込みや、電子メールを用いて、記入する方法で行なっていたが、現在では、マーク方式で、チェックボタンを押すという方法に変えている。マウスだけで入力することができるようになっている。

それまでは、

- ・ メール送信で、CGIを用いることにより、自動採点する方式。
- ・ フロッピーディスクへ、データを記する方式。

などを試みようとしたが、いずれも現在の資源では、セキュリティの関係上不可能な

め断念している。また、なるべく、瞬時に解答を見たいという気持ちもあるので、現在の方式を取っている。

g. 小さな容量で仕上げる

スタンドアロンで利用していないため、各パソコンにストレスをかけないように、イメージの色数は、多くならないように心掛けた。

以上が、作成上のポイントである。しかし、これらは現段階の状態で、さらに、良いものへと変化しつつある。

4. 数学個別学習プログラムの紹介

ここで、このプログラムがどのようなものであるか、作成要素と、内容を紹介することにする。

(1) 作成要素

このプログラムは、

(a) HTML (b) Java (c) TeX

によって書かれており、通常、出力はインターネットエクスプローラ Ver 3.0 以上のブラウザとしている。ネットスケープ Ver 3.0 以上による出力でも可能であるが、若干、正常に出力されない場合もある。

(2) プログラム内容

今まで紹介してきたプログラムの、いくつかをここに紹介する (10月上旬現在)。

本来動的なものもあるので、なかなか表現することが困難であるので、

<http://www.kwansei.ac.jp>

の高等部の「放課後の数学」というところで現在公開中であるので、参照して頂きたい。

特徴	説明	図																																																																																																
<p>動的なイメージアプレット</p>	<p>本来,増減表は静的であるが,このアプレットは,グラフと増減表が対応し,接線が曲線に沿いながら動いていく。教師が思っているイメージを伝達。</p>	<div style="text-align: center;">図</div> <p>接線の傾き=微分係数=-1.159 接点の座標=(7.33, -2.869)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <caption>増減表</caption> <thead> <tr> <th>xの値</th> <th>yの符号</th> <th>yの増減</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>x < 1</td> <td>+</td> <td>↑</td> </tr> <tr> <td>x = 1</td> <td>0</td> <td>↕</td> </tr> <tr> <td>1 < x < 4</td> <td>+</td> <td>↓</td> </tr> <tr> <td>x = 4</td> <td>0</td> <td>↕</td> </tr> <tr> <td>x > 4</td> <td>+</td> <td>↑</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Fig.5-1</p>	xの値	yの符号	yの増減	x < 1	+	↑	x = 1	0	↕	1 < x < 4	+	↓	x = 4	0	↕	x > 4	+	↑																																																																														
xの値	yの符号	yの増減																																																																																																
x < 1	+	↑																																																																																																
x = 1	0	↕																																																																																																
1 < x < 4	+	↓																																																																																																
x = 4	0	↕																																																																																																
x > 4	+	↑																																																																																																
<p>マウスだけを用いた評価アプレット</p>	<p>センター入試方式でマークシートになっている。各問題で,正解すれば○印,正解でないときは,×印がつく。基準正解率に達すれば,プタの巻き物から「合格」マークが出てくる。</p>	<p>1A) 戻る</p> <p>1) 次の直角三角形において,</p> <p>(1) $\sin A = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ (2) $\cos A = \frac{7}{10}$ (3) $\tan A = \frac{3\sqrt{10}}{7}$</p> <p>を求めよ。</p> <p style="text-align: center;">三角比単元試験解答欄</p> <p>どれも基本的な事柄です。今までの成果を確証しましょう。合格すれば,アニメーションが動きます。物くまでがんばりましょう。</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr><td>1. 0</td><td>C0</td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td><td>C4</td><td>C5</td><td>C6</td><td>C7</td><td>C8</td><td>C9</td><td>C-</td></tr> <tr><td>1. 0</td><td>C0</td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td><td>C4</td><td>C5</td><td>C6</td><td>C7</td><td>C8</td><td>C9</td><td>C-</td></tr> <tr><td>1. 0</td><td>C0</td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td><td>C4</td><td>C5</td><td>C6</td><td>C7</td><td>C8</td><td>C9</td><td>C-</td></tr> <tr><td>1. 0</td><td>C0</td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td><td>C4</td><td>C5</td><td>C6</td><td>C7</td><td>C8</td><td>C9</td><td>C-</td></tr> <tr><td>1. 0</td><td>C0</td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td><td>C4</td><td>C5</td><td>C6</td><td>C7</td><td>C8</td><td>C9</td><td>C-</td></tr> <tr><td>1. 0</td><td>C0</td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td><td>C4</td><td>C5</td><td>C6</td><td>C7</td><td>C8</td><td>C9</td><td>C-</td></tr> <tr><td>1. 0</td><td>C0</td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td><td>C4</td><td>C5</td><td>C6</td><td>C7</td><td>C8</td><td>C9</td><td>C-</td></tr> <tr><td>1. 0</td><td>C0</td><td>C1</td><td>C2</td><td>C3</td><td>C4</td><td>C5</td><td>C6</td><td>C7</td><td>C8</td><td>C9</td><td>C-</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Fig.5-2</p>	1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-	1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-	1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-	1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-	1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-	1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-	1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-	1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-
1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-																																																																																							
1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-																																																																																							
1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-																																																																																							
1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-																																																																																							
1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-																																																																																							
1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-																																																																																							
1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-																																																																																							
1. 0	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C-																																																																																							
<p>体験型アプレット</p>	<p>実際に円周上の点を,マウスでドラックすると,それにつれて,三角比が変るものである。</p>	<p>円周上の点の位置を,円に沿って動かしてみよう。このとき,三角比が変る。円周上の点の位置を,円に沿って動かしてみよう。</p> <p>円周上の点の位置を,円に沿って動かしてみよう。</p> <p>円周上の点の位置を,円に沿って動かしてみよう。</p> <p>円周上の点の位置を,円に沿って動かしてみよう。</p> <p>円周上の点の位置を,円に沿って動かしてみよう。</p> <p>円周上の点の位置を,円に沿って動かしてみよう。</p> <p>円周上の点の位置を,円に沿って動かしてみよう。</p> <p>円周上の点の位置を,円に沿って動かしてみよう。</p> <p style="text-align: center;">Fig.5-3</p>																																																																																																

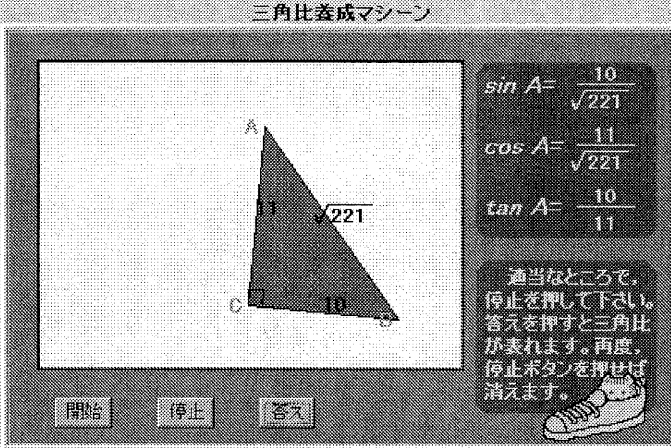
特徴	説明	図
ドリル型アプレット	同じ形式の問題であるが、直角三角形が、無限個発生するようになってある。したがって、適当なときに、停止ボタンを押せば、その三角形について三角比が問われることになる。	

Fig.5-4

ここで、教室だけの授業とメディア教育の際立って異なる具体的な主な点を以下に挙げておく。

(1) 2つのことがらを同時に確認できることである。

例1. 微分の平均変化率と、微分係数の単元において、

- a. 直線が接線に近づくこと
- b. 平均変化率が、接線の傾き（微分係数）に近づくこと

を教えるとき、黒板であれば、一つ一つ分離しながら説明するところ、この教材を用いれば、一度にビジュアル的に体験することができるところが良いと思われる。

例2. 同じく微分の単元において、増減表よりグラフを書く場合、グラフの接線の動きと増減表の同時変化を見ることにより、実際に教師が授業で思い浮かべているイメージを直接伝達することができることも、メディア教育ならで

はのところであるように感じられる。

(2) このプログラムは体験型である点である。

例1. 2次関数のグラフと頂点を表す式において、体験しながら、グラフの動きと2次関数を表す式の変化がリアルタイムでみることができる。

例2. 鈍角の三角比の所では、学生が、自分で半円周上の点を動かすことにより、鈍角の三角比が自動的に変化するようにになっている。

例3. 確率の所では、日常2分の1や3分の1については体験できるが、4分の1の大きさについて体験できるようになっている。

(3) システマティックな計算の動きが見れる。

例1. 2次関数の頂点を求める式変形において、その流れが目で見えて一挙に理解できるようになっている。

例2. 余弦定理の証明において、授業では、予め教師が用意した三角形の例題について証明を、教師が行なうが、このプログラムでは、学生が適当に決めた三角形について証明を行なうようになっている。

(4) パソコンが例題を作成することもある。

例 鋭角の三角形において、無限に異なる直角三角形をパソコンに生成させることにより、学生に基本的な学力を定着させようとした。

(5) 三角比の表の代わりに、パソコンの持っている機能による関数電卓を利用した。

(6) ポイントをまとめ、それを段階的に表示していく工夫を行なった。

例 たすきがけの因数分解では、猫がポイントをまとめ上げ、微分の接線の所では、犬が教師になり代わり、授業を行なうようにした。

(7) 評価において、マウスを用いたものを利用した。

例 三角比の所において、マークシート方式の評価方法を採用し、1問毎に正解、不正解を表示し、ある水準に達すれば、合格の表示が出るようにした。合格が出るまで、粘り強く解いているようである。

(8) 所々、休憩の意味を込めて、数学のパズル的なゲーム、アニメを取り入れた。

例1. その単元とは直接関係しないが、15パズルゲームのようなものも、気分転換の意味を込めて搭載した。

例2. アニメの物語を用いて、休憩しながら、ポイントを、学習してゆくものとなっている。

このように、今までの教授内容のポイント分析を行なうとともに、本質的な内容は何かという事柄をまとめ、それにふさわしいタブレットを作成し、見やすく、長く見ていて疲れないデザインにするところに、注意を払った。今後、人間工学的な面、認知学とも関連つけていく予定である。

まだ、残念であるが、高等学校数学全体には及んではない。

5. 数学個別学習プログラムの活用

現在、以下の4つのグループを対象に数学個別学習プログラムを用いた数学教育の取り組みを行っている。

- (1) 高校1年生への取り組み
- (2) 進行性筋ジストロフィーの生徒への取り組み
- (3) 不登校生徒への取り組み
- (4) 海外留学生への取り組み

以下に、それぞれへの取り組みについての意義と特徴を述べる。

(1) 高校1年生への取り組み

今年10月より、高等部の情報機器が充実し、授業の補助教材として用いている。

それ以外にも、放課後メディア教室を開放することにより、授業で理解できなかった箇所を自主的に学習するようになっている。

学生は、当初、「先生は、よほど暇だ」と言いながらも、現在学習している単元を中心に見ていたが、やがて、その単元全体を見るようになった。つまり、授業だけであれば、その単元しか見ないが、全体像を見ながら今学習している所をおさえる学習に変っていった。洞察する考え方に効果があるように思える。教科書でも、そのようにしようと思えばできるのだが行なっていない。しかし、このプログラムでは、学生は全体を見渡すように見受けられる。また、リンクを張っている所

(フィードバックする所)などは、必ずその箇所を見ているようである。これも不思議に感じられた。

(2) 進行性筋ジストロフィーの生徒への取り組み

今年度より、入学した生徒で、キーボードが利用が困難で、しかも、教科書のページをめくるとも困難な状態にある。その生徒へこのプログラムを利用させたところ、非常に学習効果があがり、1年の2学期と3学期において学習する内容を、2学期だけで終えようとしている。学習環境が整えば、かなりの学習ができるように思える。

(3) 不登校生徒への取り組み

今年度4月より、ある事情で学校へ来ることができなくなった。その生徒へも、7月より利用させる試みを始めた。このプログラムの内容は、学校の授業内容に則したものである。高等部数学科としても、その中の評価を利用することにより、ある一定の得点がえられれば、数学Iの単位を認めようとしている。しかし、これにはいろいろな困難な点も多く残っており、今後の課題としている。

この生徒は、その後、メールを2回ほど送ってくれたが、現在は休学しており、途中で断念することとなった。

(4) 海外留学生徒への取り組み

海外に留学している生徒への対応にも、来年度より適応していきたいと思っている。

このように利用価値が多い反面、まだ多くの課題が残っている。

6. 数学個別学習プログラムの今後の取り組み

今まで、主に利点ばかり述べてきたが、次のような問題点もある。

(1) 作成するのに大変な手間がかかる

今の状態になるまで、足掛け3年かかった。一つの単元を作成するのに、多くの時間がかかり、現代の技術の進歩でブラウザや利用するパソコンの状態がかなり変化してしまう。

(2) 数学は紙と鉛筆が必要な教科

数学はやはり紙と鉛筆があってはじめて、思考力がつく教科である、と良く言われる。確かにそうだと思う面もあるが、それだけではないようにも考えられる。今まで、授業でなかなか表現できないでいたことがら、メディアという媒介を通して、表現できるようになったと思う。しかし、本当の実力をつけるには、どのようにすればよいか課題である。

(3) 生徒の評価をどのようにすべきか

紙と鉛筆を用いないで生徒の実力を、如何に計測すべきか課題である。筆者が作成したのは、一つの例であるが、正確に測定する方法でアプローチすればよいのか、それとも全く新しい評価を考案してゆくべきなのか、現在試行錯誤中である。

(4) このプログラムの評価

このプログラム学習自体の評価をどのようにすればよいのか、現在一番重要な課題であるように思う。あくまで、現在副教材的な扱いを行なっているが、充実すれば、主体的に扱ってもよいと思う。

このプログラムは、現在モニター形式でインターネットで公開中であるが、生徒のロコミで、徐々に広がっているようである。それには、分かりやすいという意見が多いようだ。

しかし、このプログラムを評価するにはより多くの実験データを取らねばならないので、今後いろいろな生徒に感想を聞き、それを評価として行きたく思っている。現在、授業で利用しているので、その時の反応も参考にしていきたい。

(5) 環境に依存する

このプログラムは、動的なものであるため、必然的に利用する機種に依存する。したがって、処理能力があるものは速く作動し、そう

でないものは、止まっているようにも見える。また、利用するブラウザにも依存しており、なるべく共通した、ブラウザに依存しないように作成していきたいと思っている。

(6) インターネットであること

インターネットである限り、インタラクティブでありたい。電子メールで意見を交換したいが、個人ユーザとしては、コストがかかる面が問題である。今後、学校のグループウェアの一貫として扱う予定である。

一方では、視覚障害者にも、何らかの事情で学校へ来れなくなった生徒にも、また、海外留学中の生徒にも利用できるように、このプログラムに音声を載せたCD化を行なう予定である。

以上、まだまだ改良の余地を残し、また、今後多くのデータを必要とする面もあるプログラムであるが、徐々に良いものに仕上げようと取り組んでいる。

参考文献

1. 文部省：“文部時報 8 月臨時増刊号（第 15 期中央教育審議会第一次答申）”，ぎょうせい(1996)
2. 有我成城，衛藤敏寿，佐藤治，白神一久，西村利浩，村上列，：“Java 入門”，翔泳社(1996)
3. 乙部 巖己，江口庄英：“pLaTeX2 ε for Windows Another Manual”，ソフトバンク(1997)